

## **MODELO MICROSCÓPICO DE TRÁFICO EN DOS DIMENSIONES BASADO EN FUERZAS SOCIALES**

Rafael Delpiano Costabal, Universidad Finis Terræ rdelpiano@uft.cl

Juan Carlos Herrera Maldonado, Pontificia Universidad Católica de Chile jch@ing.puc.cl

Juan Enrique Coeymans Avaria, Pontificia Universidad Católica de Chile jec@ing.puc.cl

*Palabras clave:* Teoría de Flujo Vehicular, Modelos de Tráfico, Fuerzas Sociales, Fenómeno de Relajación

### **RESUMEN**

Entre los modelos de tráfico se distingue a los *microscópicos*, que llevan registro de las variables cinemáticas de vehículos individualmente. En años recientes se ha introducido modelos microscópicos de tráfico en dos dimensiones ( $M\mu T2D$ ).

En este artículo se presenta un  $M\mu T2D$ . Mediante experimentos de simulación, el modelo reproduce con éxito tres fenómenos de gran interés en el área (incluido el de relajación), relacionados a la dimensión lateral del tráfico.

Su formulación sigue el paradigma de *fuerzas sociales*. Demuestra que la dimensión lateral (posición, ancho de los vehículos y de las pistas) es un factor importantes en el tráfico.

### **1. INTRODUCCIÓN**

Los modelos de tráfico fueron introducidos en la década de 1950. En sesenta años su fidelidad para reproducir la realidad ha ido en constante aumento. Sin embargo, todavía les queda un camino importante por recorrer.

Entre los modelos de tráfico se distingue los microscópicos, mesoscópicos y macroscópicos. En los primeros, se lleva cuenta de las variables cinemáticas de cada vehículo individualmente (en contraposición a tratar el flujo como una unidad).

En un modelo microscópico de tráfico ( $M\mu T$ ) usualmente se define: 1) Un submodelo de *seguimiento vehicular* (MSV), que determina el comportamiento del vehículo simulado en función de la

presencia y comportamiento de uno o más vehículos antecedentes (por ello se habla de *seguimiento*). 2) Un submodelo de cambio de pista, por el que se modelan las *decisiones* de cambio de pista. 3) Un submodelo de *aceptación de gap* (MAG), por el que se verifica la factibilidad de un cambio de pista. Ejemplos clásicos de M<sub>μ</sub>T son los de Gipps (1981, 1986) y Wiedemann (1974). Desde entonces y hasta fines del siglo XX, hubo numerosos trabajos que profundizaron en la capacidad de los modelos *unidimensionales* para recrear la realidad. Para una revisión metódica de dichos avances, sugerimos la lectura de Brackstone y McDonald (1999).

Mención particular merece la familia de modelos de *fuerzas sociales*, en que el comportamiento (o las *tendencias*) de los conductores es modelado a modo de fuerzas, a las que los vehículos quedan sujetos pasivamente. Este paradigma, introducido por Helbing y Molnár (1995) para peatones, también ha sido utilizado con cierto éxito para vehículos desde Helbing y Tilch (1998) hasta el presente (Schönauer et al., 2012).

Sin embargo, sólo en la última década se ha comenzado a dar importancia a la dimensión lateral del tráfico. Gunay (2007) fue el primero en proponer un M<sub>μ</sub>T en dos dimensiones (M<sub>μ</sub>T2D). Otros trabajos seminales en esa línea son los de Schönauer et al. (2012), Fellendorf et al. (2012), Jin et al. (2010, 2011) y Song et al. (2011). Todos ellos, sin embargo, reconocen limitaciones de diversa índole: ya sea que se autodefinan como *non lane-based*, no basados en pistas (sólo aplicables a lugares sin disciplina de pistas) o sólo aplicables a espacios compartidos con peatones, con flujos y velocidades bajas.

Por otro lado, existen fenómenos de tráfico documentados pero insuficientemente comprendidos. Algunos de ellos han sido modelados con éxito mediante reglas *ad hoc* (i.e., concebidas explícitamente para producir de manera directa el efecto buscado). Está pendiente, por tanto, un modelo con reglas que los produzcan indirectamente. Entre dichos fenómenos destacan la *caída de capacidad* en cuellos de botella de autopistas (Cassidy y Bertini, 1999; Cassidy y Rudjanakanoknad, 2005), la *fricción lateral* (Case et al., 1953) y la *anomalía colateral* (Delpiano et al., 2012, 2013).

La *caída de capacidad* se refiere a la concurrencia de tres síntomas en un cuello de botella físico: 1) el punto de menor capacidad no es el lugar del cuello de botella sino cientos de metros aguas abajo; 2) luego de unos minutos la capacidad (cantidad máxima de vehículos por unidad de tiempo) del sistema cae de manera perceptible; 3) simultáneamente, la cantidad de cambios de pista por unidad de tiempo aguas arriba del cuello de botella aumenta. Daamen et al. (2010), demostraron que los modelos tradicionales de *aceptación de gap* no pueden reproducir por sí solos este fenómeno, dado que en cuellos de botella suceden cambios de pista con *gaps* mucho menores a los predichos por los MAG tradicionales. De hecho, Laval y Daganzo (2006) lograron reproducir parcialmente el fenómeno permitiendo cambios de pista *conflictivos*, sin un *gap aceptable*. Falta, por tanto, explicación de como dichos cambios de pista se producen, forzando la *generación* de dicho *gap*.

La *fricción lateral* dice relación con la velocidad de una pista que se ve disminuida por factores externos: ya sean vehículos más lentos u objetos físicos en la pista adyacente. Aun recientemente, sigue siendo objeto de atención. El tráfico en una pista se ve afectada, en efecto, por su ancho (Case et al., 1953; Bartel et al., 1997; Chitturi y Benekohal, 2005), y por los objetos circundantes: tanto vehículos en pistas vecinas (May, 1959; Martin et al., 2002; Kwon y Varaiya, 2008) como señales y otros en la berma (Taragin, 1955).

Finalmente, la *anomalía colateral* se refiere al peculiar comportamiento (en términos de elección de posición lateral relativa) de los conductores en presencia de un conductor *lado a lado*. Se ha medido diferencias de varios centímetros en su elección de posición lateral (Delpiano, Herrera, y Coeymans, 2015).

El resto de este artículo está organizado de la siguiente manera: en la sección 2 se propone un modelo microscópico de tráfico en dos dimensiones. En la sección 3 se detallan los experimentos por los que se reproducen los fenómenos enunciados, y en la sección 4 se muestran los respectivos resultados. En la sección 5 se discute las conclusiones del presente trabajo, y finalmente, en la sección 6, las posibles líneas de investigación futura.

## 2. EL MODELO

El modelo es una generalización a dos dimensiones del *modelo lineal acotado* formulado en términos de fuerzas sociales por Delpiano, Laval, et al. (2015). Éste a su vez, es un caso particular del propuesto por Tampère (2004), que impone una cota superior a la aceleración de los modelos lineales (Helly, 1959).

### 2.1. En una dimensión

En una dimensión, el modelo se define según la ecuación:

$$\dot{v}_i = (V - v_i)c_1 + \min \{0, (v_{i-1} - v_i)c_2 + (y_{i-1} - y_i - \tau_r v_i - s_r)c_3\}, \quad (1)$$

donde:

- $V, c_1, c_2, c_3, s_r$  y  $\tau_r$  son parámetros del modelo, y  $c_2$  puede ser hecho función de los demás.
- $\dot{v}_i$  representa la aceleración del vehículo  $i$ ,  $v_i$  su velocidad, e  $y_i$  su posición; análogamente,  $v_{i-1}$  e  $y_{i-1}$  representan la velocidad y posición del vehículo antecedente.
- El primer sumando representa la fuerza de *aceleración*,  $f_a^i$ , por la cual los vehículos tienden a acelerar hacia su velocidad deseada; el segundo representa la fuerza de *repulsión*,  $f_r^i$ , por la cual se previenen las colisiones. Esta última sólo puede ser negativa o cero.

### 2.2. En dos dimensiones

En dos dimensiones, el modelo se generaliza a:

$$\begin{aligned} \dot{\vec{v}}_i(t) = & (-k_1 v_i^x - k_2(x_i - x_p)) \hat{i} + (V - v_i(t))c_1 \hat{j} + \\ & + \sum_{k \in N_i(t)} \mathbf{Q} \hat{r}_{i,k}^* \min \left\{ 0, \mathbf{Q}^{-1}(\vec{v}_k - \vec{v}_i) \cdot \hat{r}_{i,k}^* c_2 + \left( \|\vec{r}_{i,k}^*\| - \frac{1}{q} \bar{s}(v_i^y) \right) c_3 \right\}^-, \end{aligned} \quad (2)$$

donde:

- $k_1, k_2$  y  $q$  son parámetros del modelo.  $k_2$  puede hacerse función de  $k_1$ .
- $\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & q \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{Q}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{q} \end{bmatrix}$  tienen por finalidad *escalar* la coordenada longitudinal para hacer comparables ambas dimensiones, bajo el supuesto de que un metro de distancia longitudinal no tiene la misma incidencia en el comportamiento de un conductor que uno de distancia lateral, pero que ambas dimensiones son *analogables*.
- $\hat{i}$  y  $\hat{j}$  representan los vectores canónicos lateral y longitudinal, respectivamente.
- El primer sumando representa la fuerza *de pista*, que lleva a los vehículos a centrarse dentro de su carril.
- La fuerza de repulsión ya no existe respecto de un vehículo antecedente, sino de un conjunto de vehículos en el entorno, donde  $x_p$  representa la posición lateral del centro de la pista deseada.
- $\vec{r}_{i,k}^* = \mathbf{Q}^{-1}(\vec{x}_k - \vec{x}_i) = \begin{bmatrix} x_k - x_i \\ \frac{y_k - y_i}{q} \end{bmatrix}$  es el vector distancia entre los vehículos  $i$  y  $k$ , *después* de escalar la coordenada longitudinal.  $\|\vec{r}_{i,k}^*\|$  es su norma, y  $\hat{r}_{i,k}^*$  su versión unitaria.

### 3. EXPERIMENTOS

A continuación se detallan los experimentos conducentes a la reproducción de cada uno de los tres fenómenos escogidos.

#### 3.1. Caída de Capacidad

Para reproducir la caída de capacidad, se necesita un cuello de botella físico (pista de aceleración, *on ramp* o *merge*) con cambios de pista forzados. Concretamente, se simulará un segmento de autopista que se reduzca de tres pistas a dos, con una pista de aceleración de 100 m de longitud.

Los cambios de pista forzados se modelarán haciendo que los vehículos se centren en torno a la mediana de la pista de aceleración, que gradualmente confluye con la de la segunda pista, como se muestra en la figura 1.

Se comienza con un experimento base con los mismos parámetros que usaron Delpiano, Laval, et al. (2015), y luego se agregan variaciones de distintas variables macroscópicas *de diseño* (en base a las que se calculan los parámetros). Éstas exploran la sensibilidad del fenómeno (modelado) a cambios en cada uno de esos valores. La tabla 1 resume los escenarios contemplados.

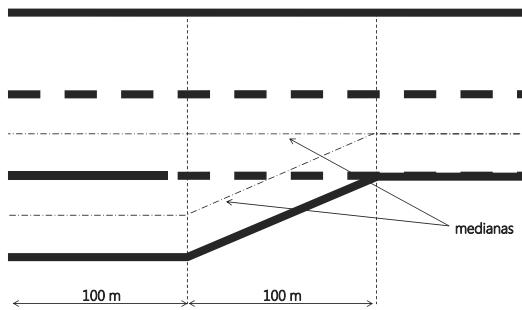


Figura 1: Modelación de cambios de pista forzados para la caída de capacidad. La mediana de la pista se modela como una línea poligonal de tres segmentos.

Tabla 1: Experimentos para la Caída de Capacidad. Variables macroscópicas *de diseño*

Nº Exp.	Aceleración máxima [ $\frac{m}{s^2}$ ]	Desaceleración máxima [ $\frac{m}{s^2}$ ]	Velocidad máxima [ $\frac{m}{s}$ ]	Spacing de taco [m]	Velocidad de onda [ $\frac{m}{s}$ ]
1)	2,5	4,6	33,33	6,66	5,55
2)	1,5	4,6	33,33	6,66	5,55
3)	2,5	3,31	33,33	6,66	5,55
4)	2,5	4,6	25	6,66	5,55
5)	2,5	4,6	33,33	8	5,55
6)	2,5	4,6	33,33	6,66	4

Respecto a la desaceleración máxima, que podría considerarse muy alta, cabe añadir dos cosas: i) que ésta corresponde a un caso extremo y rara vez se verifica en la simulación, y ii) que los valores exactos escogidos son números irracionales conducentes a parámetros racionales.

Todos los experimentos tienen en común: i) el parámetro  $q = q(v) = \frac{\tau_r v_i - s_r}{1,3}$  y ii) los de la fuerza de pista  $k_1 = 1$ ,  $k_2 = 0,25$ .

En cada experimento se inducirá un flujo ligeramente por sobre la capacidad del cuello de botella. Se contabiliza los vehículos que pasan al inicio y al final de la rampa, y aguas abajo: a 300 y 600 metros del cuello de botella físico. Se miden los flujos. Para visibilizar el efecto, se obtienen curvas acumuladas en coordenadas oblicuas, tal como Cassidy y Rudjanakanoknad (2005). Las curvas se trasladan en el tiempo para que coincida el paso del flujo por cada lugar.

Se espera observar una menor capacidad en los conteos aguas abajo del fin de la rampa. Esto se traducirá en la formación de una cola entre los respectivos lugares. La cola debiera traducirse a su

vez en una separación de las curvas acumuladas que hasta entonces estuvieran unidas. Se espera también que una vez activa la cola, disminuya la capacidad total de la vía.

### 3.2. Fricción Lateral

Para verificar la reproducción de la fricción lateral, se conducirá el siguiente experimento: En un segmento de dos pistas y 700 m. de longitud, se prohíben los cambios de pista. En una de las pistas, los vehículos circulan libremente (con  $V = 35[\frac{m}{s}]$ ). Se controla el flujo de manera que los vehículos que entran no sientan la repulsión de su líder. En la otra pista —en adelante, la pista lenta—, se les impone un valor menor al parámetro  $V$ . Concretamente, se probará velocidades a intervalos de 5 m/s. Los experimentos de simulación tendrán una duración de 30 minutos de tiempo simulado.

Se espera que la velocidad de la pista lenta afecte a la pista rápida. Se medirá, por tanto, la velocidad real del flujo (media espacial) en la pista rápida, que debiera ser menor a menor sea la velocidad en la pista lenta. La prohibición de cambios de pista busca descartar que la velocidad se vea influida por aquéllos.

- Se define el parámetro  $q = q(v) = \frac{\tau_r v_i - s_r}{1,9}$ , para una fuerza de repulsión *de ancho fijo* (en adelante,  $x^*$ ) e igual a 1,9 metros.
- Las constantes de pista serán  $k_1 = 1$  y  $k_2 = \frac{1}{4}$ .
- Los parámetros del modelo unidimensional serán:  $c_1 = \frac{3}{40}$ ,  $c_2 = \frac{33}{64}$ ,  $c_3 = \frac{9}{64}$ ,  $\tau_r = \frac{34}{30}$  y  $s = \frac{220}{9}$ .

Serán variables dependientes las velocidades medias espaciales de las dos pistas. Se espera que la velocidad de ambas pistas se vea afectada por el cambio de  $V$  de la pista lenta.

### 3.3. Anomalía Colateral

Las mismas métricas presentadas en Delpiano, Herrera, y Coeymans (2015) deberán usarse para los experimentos de simulación. En particular, parece oportuno estudiar cómo se comporta la AC para distintos  $q$ .

Adicionalmente, interesa conocer la varianza de la distancia lateral para compararla con la realidad. La tabla 2 lista los experimentos a ejecutar en este punto. Estos fueron dispuestos abarcando el espacio de parámetros, con acento en ciertas regiones. Específicamente, las regiones *reforzadas* son aquellas de mayor interés.

Los parámetros para el modelo 1D son los mismos que en Delpiano, Laval, et al. (2015). Los parámetros de pista son  $k_1 = 1$  y  $k_2 = \frac{1}{4}$ . Estos valores imponen un tiempo de cambio de pista  $t \approx 5,39$  s.

Tabla 2: Experimentos con  $q(v)$  para reproducir la Anomalía Colateral

experimento	formulación	parámetro	valor
1) $q$ fijo		$q$	5
2)			15
3)			30
4) <i>ancho</i> fijo		$x^*$	1,1 m
5)			1,9 m
6)			2 m
7)			2,1 m
8) lineal a $v_i$		$\tau_q — s_q$	0,100 s — 0,01 m
9)			0,066 s — 0,33 m
10)			0,033 s — 0,50 m

Se ejecutarán simulaciones de 45 minutos de duración. La vía simulada tiene 1 km de longitud, con un cuello de botella en  $y = 500$  mts. En ese punto, el segmento se reduce de seis a cinco pistas.

## 4. RESULTADOS

### 4.1. Caída de Capacidad

La tabla 3 resume los resultados de los experimentos de Caída de Capacidad (enunciados en la tabla 1). Las figuras 2 y 3 muestran las curvas acumuladas oblicuas obtenidas para dos de ellos. En todos los experimentos se verifica la formación de una cola durante 60 a 120 segundos. Luego de ello, la capacidad cae y se mantiene relativamente estable en torno a su nuevo valor.

Tabla 3: Resultados de Experimentos de Caída de Capacidad  
Capacidad [veh/h]

Nº Exp.	Antes de Caída	Después de Caída	Caída (%)
1)	3500	2980	14,9
2)	3600	2900	19,4
3)	3500	2530	27,7
4)	4100	3660	10,7
5)	3350	2880	14,0
6)	3000	2840	5,3

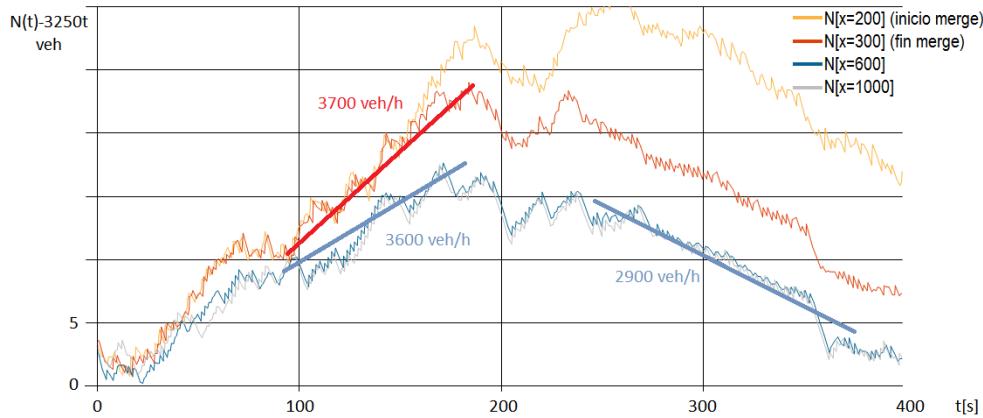


Figura 2: Curvas acumuladas oblicuas para el experimento 2.

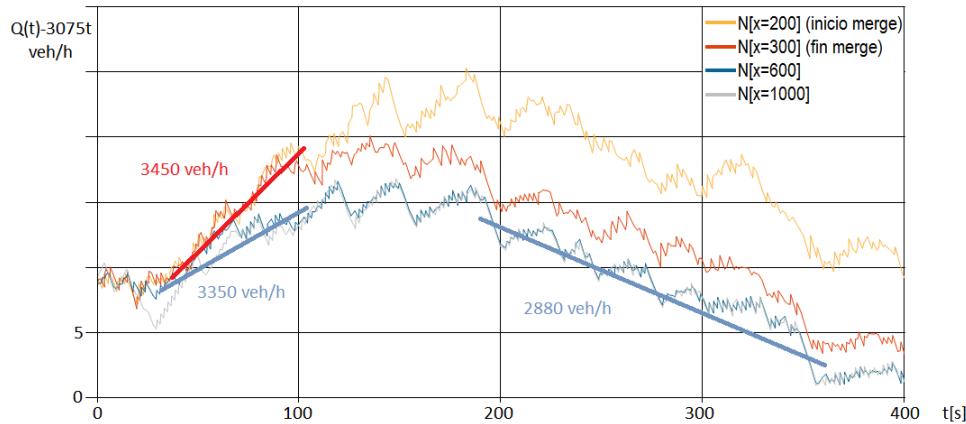


Figura 3: Curvas acumuladas oblicuas para el experimento 5.

Se reproduce el fenómeno de caída de capacidad mediante el modelo. Los cambios de pista forzados y la generación de gap parecen jugar un papel importante. La caída tiende a ser mayor a la empírica por involucrar menos pistas. La caída parece ser más drástica cuanto más se adentren los parámetros en la región inestable (Delpiano, Laval, et al., 2015).

Otro resultado importante de experimentos no reportados aquí por razones de espacio se relaciona con la forma de modelar el cuello de botella. En efect, si se lo modela como el fin abrupto de la pista (sin la mediana oblicua descrita, sino mediante un repulsor que simplemente impide continuar), no hay caída de capacidad. Lo que sucede es que no hay generación activa de gap, y la capacidad nunca *aumenta* (ni tampoco se forma cola en la pista central).

#### 4.2. Fricción Lateral

La tabla 4 resume los resultados de los experimentos de fricción lateral. La fila  $V(p_2)$  indica el valor del parámetro  $V$  de la pista 2 en el experimento ( $V$  de la pista 1 se mantuvo constante e igual a  $35 \left[ \frac{m}{s} \right]$ ). Las otras dos filas indican la velocidad media espacial resultante en cada pista. La figura 4 muestra cómo la velocidad de una pista limita la de la adyacente.

Tabla 4: Resultados Fricción Lateral

$V(p_2)$	35	30	25	20	15	10	5	0
$v_s(p_1)$	34,61	34,25	32,53	29,96	26,18	21,51	16,62	12,27
$v_s(p_2)$	34,59	29,62	24,7	19,81	14,87	9,93	4,98	0

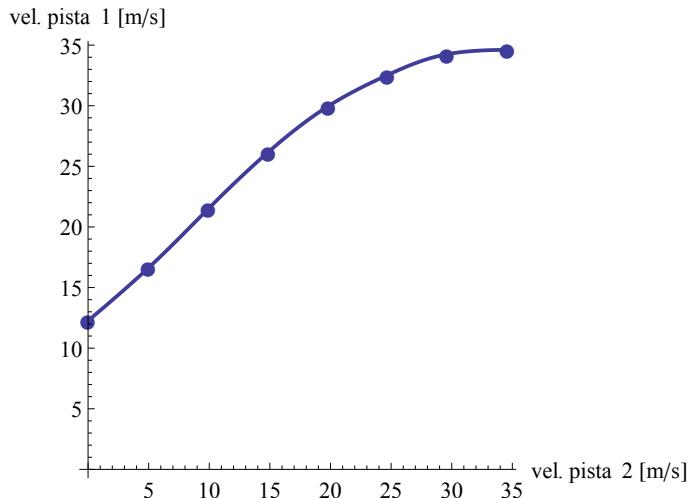


Figura 4: Velocidades Resultantes de la Fricción.

Se comprueba que la simple adición del concepto de repulsión (postulada en este trabajo) provoca fricción lateral entre pistas. La provoca, cabe repetir, como consecuencia no inmediata de la formulación. Queda abierta la puerta, por tanto, a una comprensión más profunda del fenómeno. Asimismo, se abre el camino para una simulación más fidedigna del tráfico real.

#### 4.3. Anomalía Colateral

Como punto de referencia, la tabla 5 muestra la desviación estándar muestral ( $s$ ) de las distancias laterales en mediciones sobre datos reales. Se observa que en los tres casos dicho valor está entre los 50 y 90 cm. Asimismo, el valor  $s$  de los pares en posición colateral es sistemáticamente menor a la del resto. La diferencia, sin embargo, va de un 10 a un 15 % solamente.

Tabla 5: Desviación estándar (muestral) de la distancia lateral  
 $s$  [m]

Conjunto	Cercano	Lejano
Conjunto 1	0,502	0,545
Conjunto 2	0,580	0,646
Conjunto 3	0,757	0,832

La tabla 6 resume los resultados de los tests de K-S para los distintos experimentos. En no pocos de ellos se observan flujos desmedidamente bajos. Especialmente en el experimento no. 1, pero también en 2 y 3, y 9 al 16.

Tabla 6: Test de Kolmogorov-Smirnov sobre resultados de simulación  
Número de pares

Experimento	Lejanos	Cercanos	Valor- $P$ de K-S	Tasa $r$
1)(v. tabla 2)	0	0	—	21,51 %
2)	345	5	0,020 %	24,25 %
3)	12030	1655	0,275 %	5,95 %
4)	12020	1620	0,503 %	5,49 %
5)	12665	1715	0,000 %	7,12 %
6)	10265	1360	0,000 %	7,71 %
7)	5035	665	0,000 %	9,75 %
8)	295	15	0,000 %	24,78 %
9)	605	20	0,053 %	17,82 %
10)	12585	1785	0,001 %	5,84 %

La tabla 7, por su parte, resume el test de diferencia de medias de las simulaciones. Se incluyen los límites y el centro del intervalo de confianza al 95 %. Se agrega también la desviación estándar muestral, para comparación con la realidad. Tienden a repetirse los resultados inverosímiles en los mismos experimentos.

En todos los experimentos (excepto el 9, ya descartado por su bajo flujo) se verifican desviaciones estándar muy bajas. En varios de ellos se produce otro problema: la diferencia de este valor entre los pares en posición colateral y el resto es muy alta.

Teniendo en cuenta todos los resultados tabulados, cabe hacer algunas observaciones. Sólo los experimentos 3 al 6 y el 10 presentan resultados cualitativamente aceptables. Cuantitativamente hablando, ninguno de ellos muestra una desviación estándar aceptable. Este resultado pareciera sugerir que la fuerza de pista, tal como está formulada, resulta excesiva.

Tabla 7: Test de Diferencia de Medias sobre resultados de simulación

Experimento	Diferencia de medias (I.C. al 95 %, en [mm])			$s$ [m]	
	mín	media	máx	Cercano	Lejano
1)	—	—	—	—	—
2)	1251,6	1369,3	1487,0	0,000	1,115
3)	45,7	64,1	82,5	0,347	0,427
4)	50,1	66,9	83,8	0,311	0,411
5)	103,8	121,7	139,6	0,326	0,521
6)	89,6	108,6	127,7	0,311	0,489
7)	157,0	191,5	226,0	0,389	0,640
8)	1338,9	1521,1	1703,3	0,226	1,243
9)	176,8	400,3	623,7	0,488	0,807
10)	43,2	56,6	70,1	0,255	0,368

Antes de mirar los gráficos, el experimento 3 es el que parece retratar mejor la realidad. Lo sigue, aparentemente, el 4. El 5 también es digno de mención.

Por razones de espacio, sólo se muestran aquí los gráficos colaterales con mejores resultados: los de los experimentos 5 y 6 (figuras 5 y 6, respectivamente). Visualmente, los experimentos 3 y 4 no fueron tan buenos como se esperaba.

Se observa un problema interesante, difícil de observar en las tablas de resultados: a saber, que en varios de los experimentos se dibuja una clara linea en  $x = 1,9$ . Esta línea corresponde a un exceso de vehículos perfectamente centrados en su pista (lo que redunda en pares de vehículos a  $3,6 - 1,7 = 1,9$  mts. de distancia). Nuevamente, este resultado hace pensar en una fuerza de pista demasiado estricta.

Sin embargo, para los experimentos 5 y 6 puede decirse que esta tendencia se rompe. Cabe recordar que los experimentos 4 al 7 corresponden a la fuerza de repulsión de ancho fijo. Por otra parte, los vehículos simulados tienen un ancho constante igual a 1,7 mts. En particular, el experimento 5 corresponde a  $x^* = 1,9$  mts. y el 6 a  $x^* = 2$  mts. (v. tabla 2). Vale decir, los casos límite entre que los autos afecten a la pista vecina y no lo hagan. Consistentemente, la capacidad disminuye entre los experimentos 5 y 7 (v. tabla 6).

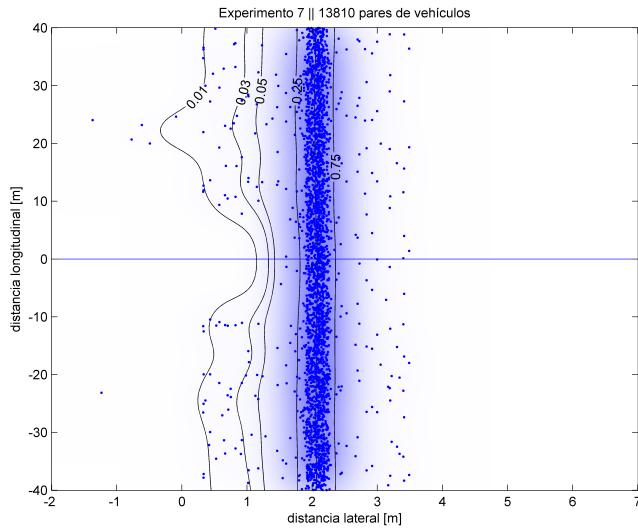


Figura 5: Gráfico colateral del experimento 5.

## 5. CONCLUSIONES

Se ha presentado un Modelo Microscópico de Tráfico bidimensional ( $M\mu T2D$ ) basado en fuerzas sociales, que refleja con éxito características clave del tráfico real. El modelo reproduce cualitativamente los fenómenos enunciados (caída de capacidad, fricción lateral y anomalía colateral). Este resultado se logra como consecuencia indirecta de la formulación.

En el modelo propuesto, los vehículos cambian de pista sin un gap *acceptable*, generándolo sobre la marcha. La literatura ha mostrado que la aceptación de gap no es suficiente: este problema se nota especialmente en pistas de aceleración. La idea de la necesidad de generar gap ante alta congestión se condice con la experiencia.

La posición y distancia laterales tienen una incidencia importante en el flujo vehicular. El hecho de incluirlas en el modelo permitió reproducir los fenómenos enunciados.

Todo apunta a que siete es el mínimo teórico de parámetros que un  $M\mu T2D$  requiere. Esto en virtud de dos consideraciones: i) que cinco es el mínimo en una dimensión cuando hay aceleraciones asimétricas, y ii) que el tiempo de cambio de pista y la razón lateral-longitudinal ( $q$ ) parecen ser necesarios para incluir la dimensión lateral.

## 6. INVESTIGACIÓN FUTURA

Formulaciones alternativas a la fuerza de pistas podrían permitir mayor precisión, a costo de un mayor número de parámetros para el modelo. Un posible camino es formular la fuerza con una ecuación diferencial de mayor orden. P. ej. cuadrática en función de la distancia al centro de pista.

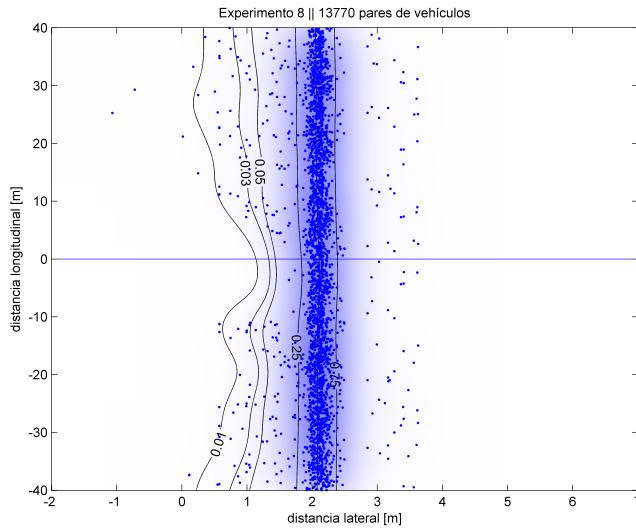


Figura 6: Gráfico colateral del experimento 6.

De ese modo, se permitiría una menor disciplina sin afectar el tiempo de cambio de pista. Otra opción es separar la fuerza en dos: una para cambio y otra de mantención de pista.

Otro problema interesante dice relación con lo que Helbing y Tilch (1998) llaman “fuerza fluctuante” (lit. *fluctuating force*), como una forma de incluir variabilidad de conductores. Ésta es una explicación complementaria para la inestabilidad de tráfico (Laval y Leclercq, 2010; Laval et al., 2014). Dos alternativas naturales para la formulación de esta fuerza son el ruido blanco —como hiciera Laval et al. (2014)— en dos dimensiones, o cadenas de Markov con espacio de estados continuo (Li, 2010).

Queda abierta la cuestión sobre la capacidad en curvas. Es razonable pensar que pueda modelarse mediante una fuerza *centrífuga*. Esta fuerza estaría relacionada a la velocidad y el radio de giro (distintos para cada vehículo y pista). Afectaría, evidentemente a la disciplina de pistas de los conductores en la curva. Aproximar la mediana de una pista por curvas de Bézier puede facilitar los cálculos y abarcar gran variedad de curvas.

## REFERENCIAS

- Bartel, G. A., Coeymans, J. E., y Gibson, J. J. (1997). Reformulación del método de regresión sincrónico para la estimación de parámetros de capacidad de una intersección semaforizada bajo condiciones de tráfico mixto. En **IX congreso chileno de ingeniería de transporte** (pp. 371–382). Santiago de Chile.
- Brackstone, M., y McDonald, M. (1999, diciembre). Car-following: a historical review. **Transportation Research Part F: Traffic Psychology and Behaviour**, 2 (4), 181–

196. Descargado de <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S13698478000005X> doi: doi:10.1016/S1369-8478(00)00005-X
- Case, H. W., Hulbert, S. F., Mount, G. E., y Brenner, R. (1953). Effect of a roadside structure on the lateral placement of motor vehicles. **Highway Research Board Proceedings**. Descargado 2011-12-19, de <http://trid.trb.org/view.aspx?id=116452>
- Cassidy, M., y Bertini, R. (1999). Some traffic features at freeway bottlenecks. **Transportation Research Part B: Methodological**, 33B (1), 25–42. Descargado 2011-07-07, de [www.sciencedirect.com/science/article/pii/S019126159800023X](http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S019126159800023X)
- Cassidy, M., y Rudjanakanoknad, J. (2005). Increasing the capacity of an isolated merge by metering its on-ramp. **Transportation Research Part B: Methodological**, 39 (10), 896 - 913. Descargado de <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0191261505000044> doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.trb.2004.12.001>
- Chitturi, M., y Benekohal, R. (2005, enero). Effect of lane width on speeds of cars and heavy vehicles in work zones. **Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board**, 1920 (-1), 41–48. Descargado 2012-07-05, de <http://dx.doi.org/10.3141/1920-05> doi: 10.3141/1920-05
- Daamen, W., Loot, M., y Hoogendoorn, S. P. (2010, diciembre). Empirical analysis of merging behavior at freeway on-ramp. **Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board**, 2188, 108–118. Descargado 2011-10-21, de <http://trb.metapress.com/openurl.asp?genre=article&id=doi:10.3141/2188-12> doi: 10.3141/2188-12
- Delpiano, R., Herrera, J. ., y Coeymans, J. E. (2015). Characteristics of lateral vehicle interaction. **Transportmetrica A: Transport Science**, 0, 1–12. Descargado 2015-07-08, de <http://dx.doi.org/10.1080/23249935.2015.1059377> doi: 10.1080/23249935.2015.1059377
- Delpiano, R., Herrera, J. C., y Coeymans, J. E. (2012, septiembre). La interacción entre vehículos cercanos: hacia una nueva formulación. En **XVIII congreso panamericano de ingeniería de tránsito, transporte y logística**.
- Delpiano, R., Herrera, J. C., y Coeymans, J. E. (2013). Empirical evidence on the existence of collateral anomaly. En **Transportation research board 92nd annual meeting**.
- Delpiano, R., Laval, J. A., Coeymans, J. E., y Herrera, J. C. (2015). The kinematic wave model with finite decelerations: A social force car-following model approximation. **Transportation Research Part B: Methodological**. doi: 10.1016/j.trb.2014.10.005
- Fellendorf, M., Schönauer, R., y Huang, W. (2012). Social force based vehicle model for two-dimensional spaces. En **Transportation research board 91st annual meeting**.
- Gipps, P. (1981, abril). A behavioural car-following model for computer simulation. **Transportation Research Part B: Methodological**, 15 (2), 105–111. Descargado de <http://www>

.sciencedirect.com/science/article/pii/0191261581900370 doi: doi:10.1016/0191-2615(81)90037-0

Gipps, P. (1986, octubre). A model for the structure of lane-changing decisions. **Transportation Research Part B: Methodological**, 20 (5), 403–414. Descargado 2011-07-07, de <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0191261586900123> doi: 10.1016/0191-2615(86)90012-3

Gunay, B. (2007, agosto). Car following theory with lateral discomfort. **Transportation Research Part B: Methodological**, 41 (7), 722–735.

Helbing, D., y Molnár, P. (1995, mayo). Social force model for pedestrian dynamics. **Physical Review E**, 51 (5), 4282–4286.

Helbing, D., y Tilch, B. (1998). Generalized force model of traffic dynamics. **Physical Review E**, 58, 133-138.

Helly, W. (1959). Simulation of bottlenecks in single-lane traffic flow. En **Proceedings of the symposium on theory of traffic flow** (p. 207-238).

Jin, S., Wang, D., Tao, P., y Li, P. (2010, noviembre). Non-lane-based full velocity difference car following model. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, 389 (21), 4654–4662.

Jin, S., Wang, D.-H., y Yang, X.-R. (2011, diciembre). Non-lane-based car-following model with visual angle information. **Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board**, 2249 (-1), 7–14.

Kwon, J., y Varaiya, P. (2008, febrero). Effectiveness of California's high occupancy vehicle (HOV) system. **Transportation Research Part C: Emerging Technologies**, 16 (1), 98–115. Descargado 2012-07-10, de [http://robotics.eecs.berkeley.edu/~varaiya/papers\\_ps.dir/HOV\\_summitv6.pdf](http://robotics.eecs.berkeley.edu/~varaiya/papers_ps.dir/HOV_summitv6.pdf) doi: 10.1016/j.trc.2007.06.008

Laval, J. A., y Daganzo, C. F. (2006, marzo). Lane-changing in traffic streams. **Transportation Research Part B: Methodological**, 40 (3), 251–264. Descargado 2014-01-30, de <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S019126150500055X> doi: 10.1016/j.trb.2005.04.003

Laval, J. A., y Leclercq, L. (2010, octubre). A mechanism to describe the formation and propagation of stop-and-go waves in congested freeway traffic. **Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences**, 368 (1928), 4519–4541. (PMID: 20819820)

Laval, J. A., Toth, C. S., y Zhou, Y. (2014, diciembre). A parsimonious model for the formation of oscillations in car-following models. **Transportation Research Part B: Methodological**, 70, 228–238. Descargado 2014-11-03, de <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0191261514001581> doi: 10.1016/j.trb.2014.09.004

- Li, Q. (2010, enero). Markov chains on continuous state space. En **Constructive computation in stochastic models with applications** (pp. 216–287). Springer Berlin Heidelberg. Descargado 2014-12-04, de [http://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-642-11492-2\\_5](http://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-642-11492-2_5)
- Martin, P. T., of Transportation. Research Division, U. D., y of Utah. Dept. of Civil and Environmental Engineering, U. (2002). **Evaluate effectiveness of high occupancy vehicle (HOV) lanes.** Salt Lake City, Utah: Research Division, Utah Dept. of Transportation. Descargado 2012-07-10, de <http://www.udot.utah.gov/expresslanes/dld/U%20of%20U%20Effectiveness%20of%20Carpool%20Lanes%20Dec%202002.pdf>
- May, A. D. (1959). Friction concept of traffic flow. **Highway Research Board Proceedings.**
- Schönauer, R., Stubenschrott, M., Huang, W., Rudloff, C., y Fellendorf, M. (2012, diciembre). Modeling concepts for mixed traffic. **Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board**, 2316 (-1), 114–121.
- Song, X.-M., Jin, S., Wang, D.-H., y Cao, J.-H. (2011). Vehicle-following model considering lateral offset. **Jilin Daxue Xuebao (Gongxueban)/Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition)**, 41 (2), 333–337. Descargado 2011-07-07, de <http://www.scopus.com/inward/record.url?eid=2-s2.0-79953765890&partnerID=40&md5=81accc71d67dafbf97fcac8f8ec98df6>
- Tampère, C. M. J. (2004). **Human-kinetic multiclass traffic flow theory and modelling: with application to advanced driver assistance systems in congestion** (Tesis Doctoral no publicada). Netherlands TRAIL Research School, Delft, the Netherlands.
- Taragin, A. (1955). Driver behavior as affected by objects on highway shoulders. **Highway Research Board Proceedings.** Descargado 2012-07-05, de <http://trid.trb.org/view.aspx?id=116458>
- Wiedemann, R. (1974). Simulation des strassenverkehrsflusses. En **Schriftenreihe des instituts für verkehrs Wesen** (Vol. Heft 8). Alemania: Universidad de Karlsruhe.