

## CONDICIONES PARA OPERAR LÍNEAS DE BUSES CON FRECUENCIAS SIMILARES EN PERIODOS PUNTA Y FUERA DE PUNTA

Diego Espinoza, Universidad de Chile, despinozas@ing.uchile.cl  
Alejandro Tirachini, Universidad de Chile, alejandro.tirachini@ing.uchile.cl

### RESUMEN

Este artículo analiza el problema de optimización de frecuencia de servicio y tamaño de vehículo para una línea de bus simple. Se propone un modelo multiperiodo que incluye costos de operadores y usuarios, y permite determinar condiciones en las que es óptimo tener una frecuencia igual o similar en periodos punta y fuera de punta. Usando datos de Santiago, se encuentra que en casos en que la demanda de periodos punta es hasta un 50% superior a la demanda en periodos fuera de punta, el intervalo óptimo se mantiene más o menos constante entre períodos. Se estudia el efecto de la duración de los períodos en la frecuencia óptima, encontrándose que períodos punta más largos justifican un aumento de la frecuencia óptima en esos horarios. Finalmente, proveer prioridad vial para buses incrementa las diferencias de frecuencia óptima entre períodos, relativo a la situación de circulación en tráfico mixto.

*Palabras claves:* *frecuencia, optimización, hacinamiento, Transantiago, corredor*

### ABSTRACT

This work analyzes the optimization of a bus line by using a multiperiod microeconomic model that includes both operators and users cost, in order to find conditions that would warrant the use of equal or similar frequency in both peak and off-peak periods. Using empirical data from Santiago, Chile, we find that in cases where the peak demand is 50% greater than the off-peak demand the optimal headway remains fairly constant. We analyse the effect of periods duration in optimal frequency, and find that longer peak periods justify an increased bus frequency. Finally, bus priority measures increase the differences in optimal frequency between peak and off-peak periods, relative to a situation with mixed traffic operation.

*Keywords:* *frequency, optimization, crowding, Transantiago, bus corridor*

## 1 INTRODUCCIÓN

Los sistemas de transporte público son fundamentales para la vida de las personas y pueden ser utilizados diariamente por millones de usuarios en las grandes ciudades. Debido a esto, y porque además en el caso de Santiago el sistema utiliza recursos significativos como subsidios, es importante mantener un proceso de mejoramiento continuo que se traduzca tanto en una mejor calidad de servicio para los usuarios, como también en un aprovechamiento más eficiente de los recursos con los que se cuenta.

Por lo anterior, la optimización de la operación del transporte público tiene un importante rol dentro del sistema, y esta ha sido vastamente estudiada en la literatura. Numerosos han sido los modelos microeconómicos desarrollados con el objetivo de minimizar los costos totales del sistema, que incluyen la perspectiva de los operadores (costos de capital y de operación) y de los usuarios (costos asociados a los tiempo de acceso, espera y en vehículo). La mayor parte de los estudios publicados analiza condiciones de optimalidad de variables como la frecuencia, tamaño de vehículos, densidad de líneas y densidad de paraderos, para un solo periodo de operación (típicamente punta), mientras los trabajos que se enfocan en dos o más periodos al mismo tiempo han recibido menor atención. Lo último es llamativo debido a que cuando no se plantean estudios multiperiodo, se podrían estar omitiendo costos propios de los periodos menos demandados. Estos costos, en forma de tiempos de espera y viaje, podrían llegar a justificar, incluso, a utilizar la misma frecuencia de periodos punta en fuera de punta. En este trabajo, por tanto, se pretende determinar las condiciones o escenarios en los cuales es óptimo operar una línea de bus con frecuencia similar en periodos punta y fuera de punta.

## 2 FRECUENCIA ÓPTIMA DE BUSES: TEORÍA Y PRÁCTICA

### 2.1 Modelos teóricos y principales resultados

Una pregunta de investigación básica cuando se hace un análisis multiperiodo de la operación de sistemas de buses es bajo qué condiciones se debe operar con distintas frecuencias ( $veh/h$ ) en periodos punta y fuera de punta. Dentro de los modelos multiperiodo que se han desarrollado, los resultados de frecuencia óptima han sido muy dispares, como se muestra en la Tabla 1. Jansson (1980) desarrolla modelos que consideran tanto la operación con frecuencia diferenciada entre periodos, como la operación con la misma frecuencia a lo largo del día, sin ser conclusivo en las condiciones de demanda que llevan a que uno u otro caso sea el más deseable. Otros modelos microeconómicos han encontrado que es óptimo operar con frecuencia similar en periodos punta y fuera de punta (Chang y Schonfeld, 1991; Tirachini, 2012), a pesar de haber diferencias considerables de demanda por hora entre periodos. Por otro lado, hay modelos que sí encuentran diferencias significativas en la frecuencia óptima ante reducciones de demanda en los periodos fuera de punta, sin embargo, hay discordancia en los resultados reportados ya que, por ejemplo, una disminución de frecuencia óptima de aproximadamente un 30% en el periodo fuera de punta se asocia a una reducción de demanda del 38% en Tirachini (2014) y 54% en Delle Site y Filippi (1998). Estas discrepancias en los resultados obtenidos con modelos de optimización nos lleva a preguntarnos bajo qué condiciones o escenarios se deben utilizar frecuencias similares en los distintos periodos de operación.

En la Tabla 1 se muestran resultados de la disminución porcentual de la frecuencia óptima ( $veh/h$ ) en periodo fuera de punta respecto del periodo punta ( $f_{peak}/f_{off}$ ), para distintas reducciones porcentuales de demanda ( $pax/h$ ) en periodos fuera de punta relativo a los periodos punta ( $Y_{peak}/Y_{off}$ ) analizados.

## 2.2 Práctica actual

En la práctica actual se observa distintos criterios de fijación de frecuencia para diferentes períodos. En el Gráfico 1 se muestra resultados de la razón entre frecuencia óptima ( $veh/h$ ) en periodo punta y fuera de punta ( $f_{peak}/f_{off}$ ), para razones entre demanda ( $pax/h$ ) en períodos punta y fuera de punta ( $Y_{peak}/Y_{off}$ ). Aquí se muestra la relación para distintos sistemas BRT (Bus Rapid Transit) alrededor del mundo<sup>1</sup>. Si bien hay una tendencia notoria a un mayor desbalance en la frecuencia entre períodos mientras mayor es el desequilibrio en la demanda, esta relación es muy variada. Por ejemplo, si consideramos solo los cuatro valores destacados en negro de la serie de datos, nos encontramos con que la frecuencia en el periodo de más demanda es desde 1,3 hasta 2 veces la del periodo fuera de punta, para razones de demanda en un intervalo mayor: 1,5 a 2,8.

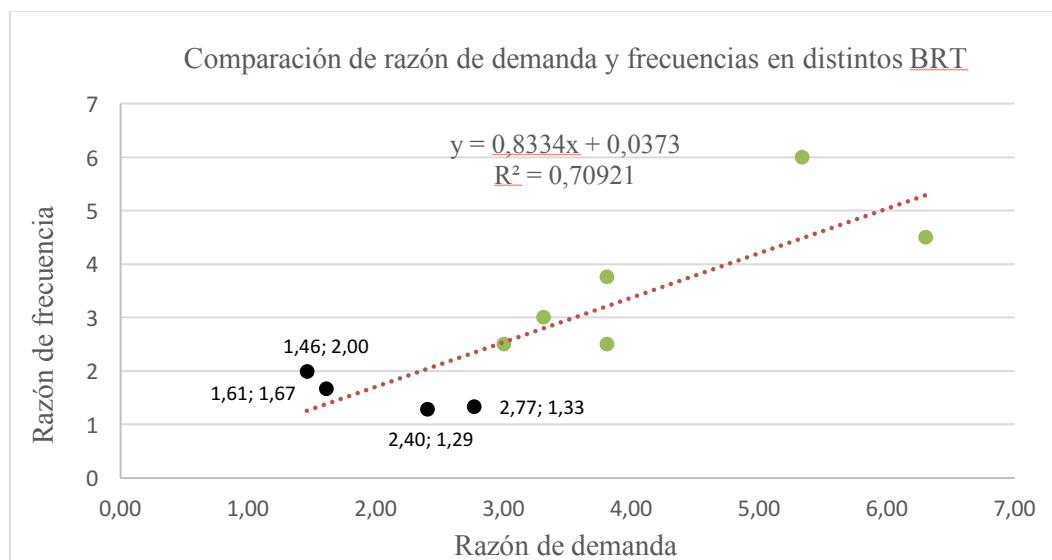


Figura 1. Comparación de demanda y frecuencia para distintos BRT del mundo.

Fuente: Elaboración propia a partir de Wright y Hook (2010).

Esto nos muestra que, al igual que en modelos teóricos, no existe una respuesta única para el problema y es relevante estudiar qué variables influyen en la determinación de distintas frecuencias de operación a lo largo de un día.

<sup>1</sup> Datos provenientes de Wright y Hook (2010), sistemas BRT de 5 países para los cuales se informa demanda y frecuencia en períodos punta y fuera de punta: Colombia (Transmilenio), Ecuador (Metrovía, Trole, Ecovía, Central Norte), China (Beijing, Hangzhou, Kinming), Corea del Sur (Seul) y Francia (Rouen).

Tabla 1. Análisis comparativo de los distintos modelos multiperiodo.

Estudio	Supuestos de modelación		Función Objetivo	Supuesto demanda	Reducción de la demanda		Reducción de frecuencias	
	Periodos	VARIABLES A OPTIMIZAR <sup>1</sup>			$Y_{a.m.}/Y_{off}$	$Y_{p.m.}/Y_{off}$	$Y/Y_{off}^2$	$f_{a.m.}/f_{off}$
Jansson (1980)	2	f, K	Minimización de costos totales	Paramétrica	-	-	-	<sup>4</sup>
Chang & Schonfeld (1991)	3	f, g, tarifa	MinC, MaxW, MaxProfit	Paramétrica <sup>5</sup>	60%	60%	39% <sup>10</sup>	13%
				Elástica <sup>6</sup>				10%
Delle Site & Filippi (1998), Roma, Italia <sup>7</sup>	3	f, K, f bucle, tarifa, offset	Maximizar beneficio neto <sup>8</sup>	Paramétrica <sup>9</sup>	62%	54%	39% <sup>10</sup>	31%
Tirachini (2012), Sydney, Australia	6	f, S	Minimización de costos totales	Paramétrica	48%	41%	48%	10%
				Paramétrica	67%	66%	54%	28%
Tirachini (2014), Sydney, Australia	6	f, S, K, número de sitios	Minimización de costos totales	Paramétrica	76%	75%	38%	64%
								30%

Fuente: Elaboración propia.

<sup>1</sup> f: frecuencia, K: tamaño de vehículo, g: espaciamiento entre líneas, S: espacio entre paraderos, offset: intervalo entre buses con recorrido completo y bucle.

<sup>2</sup> Comparación realizada entre demandas de periodo punta mañana (07:00 – 09:00) y periodo fuera de punta (09:00 – 15:00).

<sup>3</sup> Comparación realizada entre frecuencias de periodo punta mañana (07:00 – 09:00) y periodo fuera de punta (09:00 – 15:00).

<sup>4</sup> Jansson no resuelve su tercer modelo (que no tiene solución analítica), y por ello no se presentan resultados.

<sup>5</sup> Función objetivo de minimizar costo total del sistema.

<sup>6</sup> Función objetivo de maximizar el bienestar social (W).

<sup>7</sup> Modelo aplicado a caso hipotético, no obstante, los valores de parámetros de oferta se obtienen de un operador de buses en Roma, Italia.

<sup>8</sup> Beneficio neto de usuarios menos el costo de los operadores no cubierto por la tarifa.

<sup>9</sup> Delle Site y Filippi desarrollan modelo con demanda elástica, sin embargo también encuentran valores para demanda fija, que son los que aquí se presentan.

<sup>10</sup> Las frecuencias presentadas son valores obtenidos de la ponderación de las frecuencias del recorrido completo y bucle (ciclo corto) por sus respectivas demandas.

Esto último se debe a los impactos que tiene dicha medida en los costos de operación y subsidios, y al hecho que podría no estar justificada, ya que los ahorros que esta medida tiene para los operadores pueden no estar considerando el aumento en los costos que tiene para los usuarios.

### 3 DESCRIPCIÓN DEL MODELO

#### 3.1 Descripción general

Para cumplir con el objetivo de esta investigación se desarrollará un modelo microeconómico, multiperiodo y cuya estructura sea capaz de reflejar los costos de operadores y usuarios. El propósito del modelo será establecer la frecuencia y el tamaño de vehículo óptimo que minimice el costo total del sistema. Detalles del modelo se explican en el Anexo A.

#### 3.2 Costos de usuarios

Los costos de los usuarios se dividen en tres componentes: el tiempo de espera, el tiempo en vehículo y el hacinamiento (este último considerado en el valor del tiempo de viaje). No se considera el tiempo de acceso debido a que el espaciamiento de paraderos no es una variable de optimización del modelo.

##### 3.2.1 Costo de tiempo de espera

El costo del tiempo de espera ( $C_w$ ) se define como el tiempo total de espera por el valor del tiempo de espera ( $P_w$ ). Para el primero se tienen dos suposiciones, que los buses llegan a intervalos regulares, por tanto el tiempo de espera por pasajeros es la mitad del intervalo. Y segundo, que los pasajeros se suben al primer bus que pasa, lo que es posible con la restricción de capacidad del modelo. De esta manera, el costo por tiempo de espera queda determinado de la siguiente forma:

$$C_w = \sum_{p=1}^P P_w D^p \left( \sum_{k=1}^N \frac{S_k^{1,p}}{2f^p} + \sum_{k=1}^N \frac{S_k^{2,p}}{2f^p} \right) \quad (1)$$

donde  $S_k^{d,p}$  corresponde a los pasajeros por hora que se suben en el paradero  $k \in N$  en el periodo  $p \in P$  para la dirección  $d$ , y por su parte,  $f^p$  y  $D^p$  corresponden a la frecuencia y la duración del periodo  $p$ , respectivamente.

##### 3.2.2 Costo de tiempo en vehículo

El costo de tiempo en vehículo ( $C_v$ ) se determina como el tiempo total de viaje por el valor del tiempo de viaje ( $P_v$ ). El tiempo de viaje lo constituyen tres componentes, tiempo de crucero (sin considerar detenciones ni demoras de ningún tipo), demoras en las intersecciones (incluye demora uniforme, aleatoria y ahorros por coordinación de semáforos), y demoras en paraderos. Definiendo el costo de tiempo en vehículo para las dos direcciones del recorrido este queda de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
C_v = & \sum_{p=1}^P \left\{ \sum_{k=1}^N \sum_{l=k+1}^N \left[ \sum_{i=k}^{l-1} P_{v_1}(\delta_{p,i,L_b}^1) \left( T_{cr_1}^{p,i} + T_{I_1}^{p,i} + b_{L_b} \frac{S_i^{1,p}}{f^p} + al_{L_b} \frac{B_i^{1,p}}{f^p} + c \right) \right] \lambda_{kl}^p D^p \right\} + \\
& \sum_{p=1}^P \left\{ \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^{k-1} \left[ \sum_{i=l+1}^k P_{v_2}(\delta_{p,i-1,L_b}^2) \left( T_{cr_2}^{p,i-1} + T_{I_2}^{p,i-1} + b_{L_b} \frac{S_i^{2,p}}{f^p} + al_{L_b} \frac{B_i^{2,p}}{f^p} + c \right) \right] \lambda_{kl}^p D^p \right\}
\end{aligned} \tag{2}$$

donde es  $T_{cr_d}^{p,i}$  y  $T_{I_d}^{p,i}$  son el tiempo de crucero y las demoras en intersecciones, respectivamente, definidos para la dirección  $d$ , en el periodo  $p$  y la sección  $i$ , delimitada entre los paraderos  $i$  e  $i + 1$ . Para el valor de estas variables se utilizan parámetros calibrados en Gibson et al. (2015). Por otra parte, el tiempo en paradero tiene tres componentes: (i) el tiempo de subida por pasajero ( $b_{L_b}$ ) multiplicado por la cantidad de pasajeros que se suben por bus en el paradero, (ii) el tiempo de bajada por pasajero ( $al_{L_b}$ ) por la cantidad de pasajeros que se bajan por bus en el paradero, y (iii) una constante  $c$  en segundos, asociada a los tiempos de abrir y cerrar puertas, entre otros elementos según modelo estimado en Tirachini et al. (2015). Además,  $\lambda_{kl}^p$  corresponde a la cantidad de pasajeros por hora que van desde un origen  $k$  al paradero de destino  $l$  en el periodo  $p$ .

### 3.2.3 Hacinamiento

Diversos trabajos han encontrado que un alto nivel de hacinamiento en vehículos y estaciones aumenta la disposición a pagar de los usuarios por disminuir su tiempos de viaje (e.g., Wardman y Whelan, 2011). Por esta razón, en este artículo se incorpora el hacinamiento como variable que incrementa el valor del tiempo en vehículo en función de la densidad de pasajeros por metro cuadrado, la que dependerá de la sección de tramo ( $i$ ), periodo ( $p$ ) y el tamaño de vehículo en el que se hace el viaje ( $L_b$ ). La disposición a pagar de las personas por reducir su tiempo de viaje ante diversos valores de densidad ha sido estimada para Santiago en Batarce et al. (2015) mediante una encuesta de preferencias declaradas, como una función lineal por tramos, discontinua (función escalón). Sin embargo, debido a la necesidad de contar con un valor del tiempo de viaje continuo, se ajusta una función cuadrática (ecuación 3) a dichos valores. Los valores obtenidos por Batarce et al (2015) y la función de la expresión (3) se presentan en la Figura 2.

$$P_v(\delta_{p,i,L_b}^d) = 2.158 + 77.77 \delta_{p,i,L_b}^d + 94.09 (\delta_{p,i,L_b}^d)^2 \tag{3}$$

### 3.3 Costo de los operadores

Típicamente los modelos microeconómicos incluyen dentro de los costos de los operadores cuatro componentes: el costo de capital asociado al costo de la flota; el costo de la tripulación; costos administrativos; y el gasto asociado al consumo de combustible y mantenimiento de flota. En este modelo se consideran las cuatro variables agrupadas en tres componentes, como se detalla a continuación.

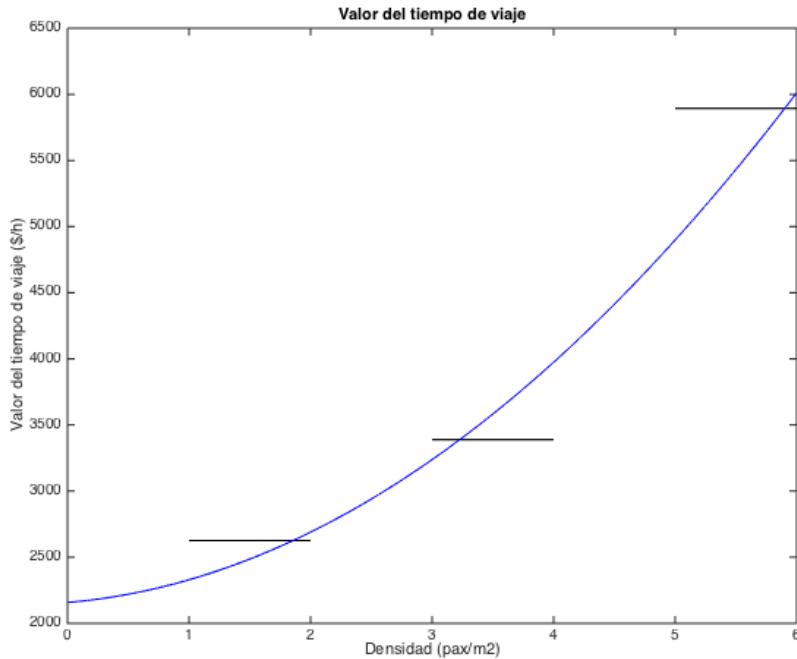


Figura 2. Valor del tiempo de viaje (\$/h) en función de la densidad de pasajeros de un bus.  
Fuente: Elaboración propia a partir de Batarce et al. (2015).

### 3.3.1 Costo de capital

El costo de capital, asociado al costo de la flota de buses, se modela de la siguiente manera:

$$B^p = f^p T_c^p \quad (4)$$

$$C_{cap} = c_1(L_b) \cdot \eta \cdot \max_p\{B^p\} \quad (5)$$

donde  $B^p$  corresponde al tamaño de flota requerido para el periodo  $p$ ,  $c_1(L_b)$  es el costo en (\$/bus-dia) del bus de largo  $L_b$  (se consideran buses de un largo promedio de 8, 10, 12 y 18 metros),  $\eta$  es el porcentaje de flota que se reserva para eventualidades y mantención, y  $T_c^p$  es el tiempo de ciclo del periodo  $p$  que se define de la siguiente manera:

$$T_c^p = \sum_{i=1}^{n-1} (T_{cr_1}^{p,i} + T_{cr_2}^{p,i} + T_{I_1}^{p,i} + T_{I_2}^{p,i}) + \sum_i^N (T_{S_1}^{p,i} + T_{S_2}^{p,i}) + \alpha \quad (6)$$

donde  $T_{sd}^{p,i}$  es el tiempo de demoras por detención en el paradero  $i$ , en dirección  $d$  y periodo  $p$  y  $\alpha$  es el tiempo de holgura para posicionar un bus de una dirección a otra, dar descanso a conductores, entre otros.

### 3.3.2 Costo operacional

Dentro del costo operacional de una línea de bus de transporte público se incluyen: el gasto en combustible y aditivos; mano de obra en mantención; lubricantes, repuestos y filtros; neumáticos

y baterías, sin embargo, en este modelo además se incluye el costo de la tripulación. Para esto se utiliza un costo por efecto de remuneraciones a conductores, en pesos por kilómetro recorrido, el que se obtiene, junto con el valor de otros parámetros, a través de un estudio de costos de buses de Transantiago (DTPM, 2013). Así, el costo operacional se define de la siguiente manera:

$$C_{op} = 2 \cdot \sum_{p=1}^P \sum_{i=1}^{N-1} c_3(L_b) D^p f^p l^i \quad (7)$$

donde  $l^i$  corresponde al largo de la sección  $i$  y  $c_3(L_b)$  es el costo operacional que depende del tipo (largo) del bus, a lo que se le suma el costo en \$/km asociado al costo de los conductores.

### 3.3.3 Costo de administración

La tercera componente considerada en el costo de los operadores dice relación con los costos administrativos. Para incorporar éstos en el modelo se asume que representan un porcentaje  $\theta$  de los costos operacionales. La razón de esto es que si bien los costos administrativos son en su mayoría costos fijos, ante un aumento importante de la operación también lo hace el gasto asociado a dicho componente.

### 3.3.4 Problema de optimización

Finalmente el problema de optimización planteado en el modelo es el siguiente:

$$\text{Min}_{f, L_b} \quad C_{tot} = C_w + C_v + C_{cap} + (1 + \theta) C_{op} \quad (8)$$

$$\text{s. a} \quad f_{min} \leq f^p \leq f_{max} \quad (9)$$

$$q_{max}^p \leq \kappa K(L_b) f^p \quad (10)$$

donde (9) representan las restricciones de frecuencia máxima y mínima por periodo, y (10) las restricciones de capacidad del modelo. En estas últimas,  $q_{max}^p$  corresponde a la carga máxima por tramo para el periodo  $p$  en pax/h,  $\kappa$  es un factor de seguridad que se hace cargo de la variabilidad de la demanda y  $K(L_b)$  es la capacidad en plazas/h de un bus de largo  $L_b$ . El problema de optimización (8)-(10) se resuelve utilizando la herramienta de optimización con restricciones de MATLAB.

## 4 APLICACIÓN

El modelo se aplica sobre un recorrido de 8,8 kilómetros de extensión, que tiene distintos niveles de segregación, y que contiene 23 paraderos de operación normal. La codificación del modelo se hace paradero a paradero, apoyándose en la literatura relacionada (Tirachini et al. 2011), y se utilizan modelos de tiempo de viaje calibrados para avenida Santa Rosa, Santiago, reportados en Gibson et al. (2015). La demanda utilizada corresponde a subidas observadas y bajadas estimadas (del eje mencionado) con metodología reportada en Munizaga y Palma (2012), con la que se confeccionan matrices orígenes/destino paradero a paradero con el procedimiento reportado en

Tirachini (2007). Los valores de los parámetros utilizados por el modelo se reportan en el Anexo B.

A continuación se presenta los principales resultados obtenidos del modelo microeconómico. Esta sección se compone de tres subsecciones, en la primera se determina el intervalo óptimo para distintos escenarios de demanda, luego se realiza un análisis de sensibilidad al largo de los periodos, elemento que no ha sido estudiado en la literatura, y se finaliza con la determinación de la frecuencia óptima para los distintos periodos considerando la existencia de un corredor segregado a lo largo de todo el eje.

#### 4.1 Principales resultados

Se resuelve el problema planteado para distintos niveles de demanda, para lo cual se amplifica la demanda base por un factor uniforme en cada uno los periodos, el que va de 0,1 a 10. Los periodos fuera de punta considerados en este trabajo son cuatro, uno nocturno (“Nocturno”) que va desde las 21:30 a 22:59, y tres diurnos, “TPMA” que va desde las 08:30 a 09:29, “FPMA” de 09:30 a 12:29, y “FPTA” de 14:00 a 17:30. Los resultados de intervalo (inverso de la frecuencia) óptimo se muestran en la Tabla 2.

Tabla 2. Intervalo óptimo para distintos niveles de demanda.

Escenario	Demanda (pax/dia)	Tamaño bus (m)	Intervalo óptimo (min/veh)					
			PAM <sup>2</sup>	TPMA	FPMA	FPTA	PPM <sup>3</sup>	Nocturno
1	1.222	8	14	16	17	16	14	21
2	3.054	8	9	10	10	10	9	13
3	6.108	8	6	7	7	7	6	9
4	12.217 (base)	12	5	5	5	5	5	7
5	24.433	12	3	3	4	3	3	5
6	36.650	18	3	3	3	3	3	4
7	48.867	18	2	3	3	3	2	4
8	122.166	18	1	1	1	1	1	2

Lo primero que es posible de observar en la Tabla 2 es la coherencia de los intervalos óptimos (frecuencia) encontrados. Los períodos de mayor demanda son aquellos con un menor intervalo asignado, y por el contrario, períodos de baja demanda, como es el caso del periodo nocturno, son aquellos con una menor frecuencia (mayor intervalo). Si bien es imperceptible en términos de intervalo redondeado al minuto, el periodo con mayor frecuencia asignada es el periodo punta tarde, aún cuando su demanda por hora es menor que la del periodo punta mañana. Lo anterior se debe a que en el escenario de aplicación, el periodo punta tarde tiene en promedio, menores tiempos de crucero y de demoras en las intersecciones, así como también, un mayor largo promedio de los viajes. Lo primero impacta reduciendo los costos de operadores y usuarios, y lo segundo, aumentando el tiempo en vehículo, así, ambos efectos impulsan a una frecuencia ligeramente mayor en el periodo punta tarde.

<sup>2</sup> Período punta mañana 6:30 a 8:30

<sup>3</sup> Período punta tarde 17:30 a 20:30

De la Tabla 2 se obtiene que las diferencias entre períodos de alta y baja demanda no son muy significativas (a excepción del periodo nocturno), lo que va en la línea de los resultados encontrados en la literatura. Por ejemplo, si se observa el escenario 4 con demanda diaria base, es decir 12.217 pax/día, se encuentra que en los período punta y fuera de punta diurnos el intervalo óptimo es un bus cada 5 minutos, y solo en el período nocturno el intervalo baja a 7 minutos. Para ver y entender estas diferencias se construyen dos parámetros que ya han sido explicados, la razón de demanda y de frecuencia, ambos respecto del período punta tarde, y con la salvedad de que el primero se corrige por el largo promedio de los viajes. Estos resultados se presentan en la Tabla 3.

Tabla 3. Razón de demanda (pax-km/h) y frecuencia (veh/h) en distintos niveles de demanda respecto de punta tarde (PPM).

Periodo	Razón de demanda ( $Y_{PPM} \cdot l_{PPM} / Y_{off} \cdot l_{off}$ )	Razón de frecuencia ( $f_{PPM}/f_{off}$ )					
		1	3	Escenario de demanda 4 (base)	6	7	8
TPMA	1,5	1,1	1,2	1,1	1,2	1,2	1,3
FPMA	1,7	1,2	1,2	1,2	1,3	1,3	1,5
FPTA	1,5	1,1	1,2	1,1	1,2	1,2	1,3
NOCT	2,6	1,5	1,6	1,5	1,7	1,7	2,0

De lo anterior es posible advertir que cuando la demanda en el período punta es entre 1.5 y 1.7 veces la demanda fuera de punta, la frecuencia óptima es solo entre un 10 y un 30% superior, mientras que solo cuando se compara contra el período nocturno, la diferencia de frecuencias óptimas llega a ser entre 50 y 70%. En el Escenario 8 las razones de frecuencia aumentan pues en el período punta la frecuencia óptima está dada por la restricción de capacidad (10). Es decir, para diferencias de demanda de hasta 50% entre períodos, no se justifica mayor diferencia en intervalos óptimos.

Lo otro importante de destacar son las diferencias que se provocan en distintos escenarios. En mercados de baja demanda, para razones de demanda menores a dos, no se observan diferencias importantes en la razón de frecuencia, distinto a lo que pasa en mercados de mayor demanda. Esto está explicado por el hecho de que los beneficios para los usuarios de aumentar la frecuencia en los períodos fuera de punta (menor tiempo de espera y de viaje) son mayores en un mercado de baja demanda. Por otra parte, en un mercado de alta demanda, al tener menores beneficios los usuarios por un aumento de la frecuencia, hace que la ponderación de los ahorros de los operadores por una disminución de la variable de operación, sean mayores.

## 4.2 Efecto del largo de los períodos

Un elemento que no ha sido estudiado en la literatura es el efecto que provoca el largo de los períodos en la determinación de la frecuencia óptima, o dicho de otro modo, la influencia de la demanda absoluta. Para determinar dicha causalidad se calcula la frecuencia óptima de los períodos punta para duraciones que van desde 1 hora hasta 4 horas, mientras se reducen las horas de los períodos fuera de punta. Lo que se observa es que no existen cambios significativos en la

frecuencia óptima de los períodos fuera de punta, pero sí hay cambios importantes en la variable de operación para los períodos punta, como se observa en la Tabla 4. En ésta se aprecia un aumento en la frecuencia conforme aumenta la duración del periodo.

Tabla 4. Efecto del largo de los períodos en la frecuencia óptima de los períodos punta.

Duración	Tamaño vehículo (m)	Frecuencia óptima (veh/h)	
		PAM	PPM
1 hora	10 – 12	13,1	12,1
2 horas (base PAM)	12	12,4	12,5
3 horas (base PPM)	12	13,0	12,9
4 horas	12	13,4	13,1

Lo anterior se debe a que al aumentar la duración del periodo punta, aumenta la demanda absoluta, y así también, el peso relativo de dichas horas. Esto tiene como resultado un aumento en la frecuencia óptima y una disminución de los costos para los usuarios del periodo.

#### 4.3 Frecuencia óptima en corredor segregado

El nivel de segregación que tiene una línea de bus impacta tanto en los costos de los operadores como también de los usuarios. Por tanto, para determinar la influencia que la implementación de un corredor segregado de buses tiene en la determinación de la frecuencia óptima, es que se calcula la variable de operación en dichas condiciones. Para esto se replican los parámetros estimados en Gibson et al. (2015) en presencia de corredor segregado para todo el recorrido. Los resultados muestran importantes aumentos en la frecuencia de los distintos períodos, como es posible de ver en la Tabla 5.

Tabla 5. Frecuencia óptima original y en corredor segregado.

Periodo	Frecuencia óptima (veh/h)	
	Original	Corredor
PAM	12,4	14,1
TPMA	11,8	12,3
FPMA	10,9	11,4
FPTA	11,7	12,2
PPM	12,9	14,7
NOCT	8,5	8,8

De lo anterior es posible observar que, ante la implementación de un corredor segregado (que aumenta en las velocidades comerciales), la frecuencia de los distintos períodos debe aumentar. La razón de esto, es que al tener un nivel mayor de segregación, se reduce tanto el costo asociado al tiempo en vehículo como el costo del operador; ante esto, el mayor peso relativo del costo asociado al tiempo de espera es compensando aumentando la frecuencia óptima. Lo anterior también es posible de observar si analizamos la razón de frecuencia ante corredor segregado, lo que se muestra en la Tabla 6.

Tabla 6. Razón de frecuencia con corredor segregado.

Periodo	Razón de demanda ( $Y_{p.m.} \cdot l_{p.m.} / Y_{off} \cdot l_{off}$ )	Razón de frecuencia ( $f_{ppm}/f_{off}$ )					
		1	3	4 (base)	6	7	8
TPMA	1,5	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,3
FPMA	1,7	1,2	1,3	1,3	1,4	1,4	1,5
FPTA	1,5	1,2	1,2	1,2	1,3	1,2	1,4
NOCT	2,6	1,6	1,6	1,7	1,8	1,8	2,0

Lo que se puede observar es que la razón de frecuencia aumenta respecto de un escenario sin corredor segregado. La razón es que si bien un corredor incentiva un aumento de la frecuencia en todos los periodos, el mayor impacto que éste tiene en la velocidad comercial, es en los períodos más congestionados; de hecho, en la Tabla 5 la frecuencia con circulación segregada aumenta entre 4 y 5% en períodos fuera de punta, versus un aumento de 14% en los períodos punta mañana y punta tarde. Es decir, la segregación de la circulación de buses mediante pistas solo bus o corredores lleva a una mayor diferenciación entre frecuencias punta y fuera de punta, relativo al caso de circulación en tráfico mixto cuando los buses están más sujetos a congestión del transporte privado en los períodos punta.

## 5 CONCLUSIONES

Este trabajo examina un problema que ha sido muy estudiado en la literatura, y que es la determinación de la frecuencia óptima para una línea de bus simple. Sin embargo, se enfoca desde un modelo multiperiodo y considerando elementos que no han sido atendidos previamente.

Lo primero importante de destacar dice relación con los valores de la frecuencia óptima o intervalo óptimo a lo largo de los períodos. Se encuentra que las diferencias en frecuencia entre períodos se amortiguan al estimar intervalos óptimos, encontrando incluso varios escenarios en que el intervalo óptimo en períodos punta y fuera de punta es prácticamente igual, aun cuando existen diferencias del 50% en la demanda por hora. Para entender este resultado se analizan las razones de demanda de los períodos ponderados por el largo de los viajes ( $Y_{p.m.} \cdot l_{p.m.} / Y_{off} \cdot l_{off}$ ). En un modelo que considera debidamente el costo de los usuarios, los beneficios de aumentar la frecuencia, en particular el efecto en tiempos de espera, son mayores en períodos fuera de punta, que en períodos punta. De lo anterior también es posible rescatar la diferencia que se da en mercados de baja y alta demanda, ya que los primeros (que tienen menores frecuencias óptimas) para una misma razón de demanda, tienden a justificar menores cambios en la frecuencia, ya que un aumento de la variable en mercados de baja demanda implica mayores beneficios para los usuarios. Para ilustrar este punto, considerar que el beneficio en ahorro de tiempo de espera es mayor cuando la frecuencia aumenta de 3 a 4 veh/h, que cuando aumenta de 10 a 11 veh/h.

Otro elemento importante de este estudio es la consideración de un análisis de sensibilidad a la duración de los períodos. A través de esto se encuentra que para los períodos de mayor demanda por hora, a medida que aumenta la duración, la frecuencia se incrementa. Esto se debe a que la función objetivo del modelo considera los costos de períodos punta y fuera de punta, entonces, al

hacer más largo el periodo, aumenta la demanda absoluta, haciendo mayor el peso relativo de dichas horas en el modelo. Es decir, como un aumento en la duración del periodo se traduce en una mayor cantidad de personas que viajan en dichas horas, el modelo reacciona aumentando la frecuencia y disminuyendo así el costo de usuario asociado en dichas horas.

Por último se evalúa la determinación de la frecuencia óptima considerando la implementación de un corredor segregado a lo largo de todo el recorrido. Lo que se observa, es que esta infraestructura incentiva un aumento de las frecuencias principalmente en los períodos punta. Esto se debe a que un corredor posibilita una importante disminución en los costos del sistema (operadores y usuarios).

## AGRADECIMIENTOS

Esta investigación ha recibido financiamiento parcial del Proyecto Fondecyt “Social effects and quality of service valuation of public transport services” (11130227) y del Instituto Sistemas Complejos de Ingeniería (ICM P-05-004-F, CONICYT FBO16).

## APENDICE A

El tiempo de viaje de los buses se separa en cuatro componentes; tiempo de crucero y demoras en intersecciones, cuya modelación y valores de parámetros estimados se reportan en Gibson et al. (2015), además de los tiempos de operación en paradero (Tirachini et al. 2015) y tiempo de holgura para posicionarse de una dirección a otra. Estas componentes se definen a continuación:

$$T_{cr_d}^{p,i} = a_{0_d} + a_{1_d}^b \gamma_{1_d}^b + a_{1_d}^{ip} \gamma_{1_d}^{ip} \quad (11)$$

donde los parámetros  $a$  son estimados y las variables  $\gamma$  son dummy asociadas. Las demoras en intersecciones por su parte tiene 3 componentes, demora uniforme, ahorros por coordinación de semáforos y sobresaturación.

$$T_{I_d}^{p,i} = \left( a_2^i \frac{c^{ip}}{2} \left( 1 - \frac{v^{ip}}{c^{ip}} \right) + (a_3 + a_3^{ip} \gamma_3^{ip}) F_{rc}^{ip} \right) \frac{N_I^i}{L^i} + a_4^{ip} \gamma_4^{ip} \quad (12)$$

donde  $c^{ip}$  y  $v^{ip}$  son el tiempo de ciclo y el tiempo de verde, respectivamente de la sección  $i$  y periodo  $p$ .  $L^i$  es el largo de la sección y  $N_I^i$  es el número de intersecciones semaforizadas.  $F_{rc}^{ip}$  es un factor de ahorro por coordinación de semáforos:

$$F_{rc}^{ip} = \frac{N_s^{ip}}{N_I^i} \left( 1 - \frac{n_B^{ip}}{N_I^i} \right) \frac{v^{ip}}{c^{ip}} \quad (13)$$

que depende de  $N_s^{ip}$ , número de semáforos coordinados por sección y periodo, y de  $n_B^{ip}$ , que se define como el mínimo entre  $N_I^i$  y el número promedio de detenciones por bus en paradero.

El tiempo en paradero se modela de la siguiente manera:

$$T_{sd}^{p,i} = b_{Lb}(\delta_{p,i,Lb}^d) \frac{S_i^{d,p}}{f^p} + al_{Lb}(\delta_{p,i,Lb}^d) \frac{B_i^{d,p}}{f^p} + c \quad (14)$$

donde  $b_{Lb}$  y  $al_{Lb}$  son los tiempos de subida y bajada reportadas en Tirachini et al. (2015), y  $S_i^{d,p}$  y  $B_i^{d,p}$  son las cantidades de pasajeros por hora que se suben y bajan en el paradero  $i$  y periodo  $p$  en dirección  $d$ , los que se definen como sigue y considerando que  $\lambda_{kl}^p$  es la cantidad de pasajeros por hora que van desde el paradero  $k$  al paradero  $l$  en el periodo  $p$ :

$$S_k^{1,p} = \sum_{l=k+1}^N \lambda_{kl}^p, \quad B_k^{1,p} = \sum_{l=1}^{k-1} \lambda_{lk}^p, \quad S_k^{2,p} = \sum_{l=1}^{k-1} \lambda_{kl}^p, \quad B_k^{2,p} = \sum_{l=k+1}^N \lambda_{lk}^p \quad (15)$$

Por su parte la densidad por sección  $i$  y periodo  $p$  en dirección  $d$  se define de la siguiente manera:

$$\delta_{p,i,Lb}^d = \max \left\{ \frac{(k_{i,p}^d - a_{Lb})}{m_{Lb}^2}, 0 \right\} \quad (16)$$

Donde  $a_{Lb}$  y  $m_{Lb}^2$  son los asientos y metros cuadrados libres del bus de tipo  $L_b$ . Por su parte  $k_{i,p}^d$  es la carga del bus en dicha dirección, sección y periodo, la que se define de la siguiente manera:

$$k_{1,p}^1 = \frac{S_1^{1,p}}{f^p} \quad (17)$$

$$k_{i,p}^1 = k_{i-1,p}^1 + \frac{S_i^{1,p}}{f^p} - \frac{B_i^{1,p}}{f^p} \quad (18)$$

$$k_{N-1,p}^2 = \frac{S_{N-1}^{2,p}}{f^p} \quad (19)$$

$$k_{i,p}^2 = k_{i+1,p}^2 + \frac{S_{i+1}^{2,p}}{f^p} - \frac{B_{i+1}^{2,p}}{f^p} \quad (20)$$

## APENDICE B

Tabla B.1. Glosario y valores de los parámetros utilizados.

Parámetro	Descripción	Valor	Unidad
$N$	Número de paraderos considerados	23	
$P$	Número de periodos considerados	12	
$P_w$	Valor del tiempo de espera	4.903	\$/h
$P_v$	Valor del tiempo de viaje		\$/h
$D^p$	Duración del periodo $p$		h
$f^p$	Frecuencia del periodo $p$		veh/h
$f_{min}$	Frecuencia mínima por política	2	veh/h
$f_{max}$	Frecuencia máxima	150	veh/h
$L_b$	Largo de buses considerados	8, 10, 12, 18	m
$al_{L_b}$	Tiempos promedio de bajada por pasajero	1(8m), 1(10m), 0,5(12m), 0,5(12m)	s/pax
$b_{L_b}$	Tiempos promedio de subida por pasajero	2,4	s/pax
$c$	Constante de tiempos en paraderos	6,7	s
$\lambda_{kl}^p$	Pasajeros que van entre los paradero $k$ y $l$		pax/h
$\delta$	Densidad de pasajeros por bus		pax/m <sup>2</sup>
$\delta_{max}$	Densidad máxima de pasajeros por bus	6	pax/m <sup>2</sup>
$\eta$	Porcentaje de flota que se reserva	1,05	
$\kappa$	Factor de seguridad restricción capacidad	0,9	
$\theta$	Costos administración como porcentaje de costos operacionales	0,16	
$\alpha$	Tiempo de posicionamiento para el bus	0,0833	h
$c_1$	Costo de capital de operadores	15.822 (8m), 22.151 (10m), 34.809 (12m), 51.687 (18m)	\$/bus-dia
$c_3$	Costo operacional y de tripulación	522 (8m), 581 (10m), 624 (12m), 894 (18m)	\$/bus-km
$K_{L_b}$	Capacidad por tipo de bus	50 (8m), 60 (10m), 90 (12m), 160 (18)	plazas/bus
$a_{L_b}$	Asientos por tipo de bus	20 (8m), 25 (10m), 25 (12m), 35 (18m)	

## REFERENCIAS

- Batarce, M., J. C. Muñoz, J. de Dios Ortúzar, S. Raveau, C. Mojica y R. A. Ríos (2015). Valuing crowding in public transport systems using mixed stated/revealed preferences data: the case of Santiago. **Transportation Research Board 94th Annual Meeting**.
- Chang, S. K. y P. M. Schonfeld (1991). Multiple period optimization of bus transit systems. **Transportation Research Part B-Methodological**, 25(6), 453-478.
- Delle Site, P., y F. Filippi (1998). Service optimization for bus corridors with short-turn strategies and variable vehicle size. **Transportation Research Part A-Policy and Practice**, 32(1), 19-38.
- DTPM (2013) **Estudio para la actualización de la estructura de costos y evaluación del equilibrio económico de los contratos de operadores de vías del sistema de transporte público de Santiago mediante buses**. Directorio de Transporte Público Metropolitano. Realizado por Xlibrium.
- Gibson, J., M. Munizaga, C. Schneider y A. Tirachini (2015). Median Busways versus Mixed-Traffic: Estimation of Bus Travel Time under Different Priority Conditions with Explicit Modelling of Delay at Traffic Signals. **Transportation Research Board 94th Annual Meeting**.
- Jansson, J. (1980). A simple bus line model for optimisation of service frequency and bus size. **Journal of Transportation Economic and Policy**, 14, 53-80.
- Munizaga, M. A., y C. Palma (2012). Estimation of a disaggregate multimodal public transport Origin-Destination matrix from passive smartcard data from Santiago, Chile. **Transportation Research Part C: Emerging Technologies**, 24, 9-18.
- Tirachini, A. (2007). **Estrategias de asignación de flota en un corredor de transporte público**. MSc. Thesis, Departamento de Ingeniería civil, Universidad de Chile.
- Tirachini, A. (2012). **Optimisation of frequency and bus stop spacing: Application to Blacktown**. Informe a Busways (no publicado).
- Tirachini, A. (2014). The economics and engineering of bus stops: Spacing, design and congestion. **Transportation Research Part a-Policy and Practice**, 59, 37-57.
- Tirachini, A., C. E. Cortés y S. R. Jara-Díaz (2011). Optimal design and benefits of a short turning strategy for a bus corridor. **Transportation**, 38(1), 169-189.
- Tirachini, A., L. Camus, y D. Cruz (2015). Modelación de tiempos de detención de buses en paraderos de Santiago y Valparaíso-Viña del Mar. **XVII Congreso Chileno de Ingeniería de Transporte, Concepción, Octubre 2015**.

Wardman, M. y G. A. Whelan (2011). Twenty years of rail crowding valuation studies: evidence and lessons from British experience. **Transport Reviews** 31(3): 379-398.

Wright, L. y W. Hook (2007) **Guía de planificación de Sistemas BRT**. 3ra edición (traducción enero 2010). Institute for Transportation & Development Policy, New York.