

MODELO DE OPTIMIZACIÓN ESTOCÁSTICA MULTIETAPA PARA LA ASIGNACIÓN DE CARGA AÉREA A LA RED DE VUELOS DE PASAJEROS CONSIDERANDO VARIABILIDAD EN LAS CAPACIDADES

Ricardo Trincado Fehlandt, Pontificia Universidad Católica de Chile, retrinca@uc.cl

Felipe Delgado Breinbauer, Pontificia Universidad Católica de Chile, fdb@ing.puc.cl

Bernardo K. Pagnoncelli, Universidad Adolfo Ibañez, bernardo.pagnoncelli@uai.cl

RESUMEN

En la industria aérea, la capacidad disponible para carga en los aviones de pasajeros presenta incertidumbre debido a que el equipaje tiene prioridad. Considerando dicha variabilidad, se presenta y resuelve un modelo de optimización estocástica multietapa que asigna los pedidos a la red. Además, se propone una política de implementación de la solución. El modelo y la política fueron evaluados con datos de una importante línea aérea comercial bajo un enfoque de simulación, logrando un aumento en las ganancias esperadas de hasta un 1,22%, una mejora en el nivel de servicio y una disminución en la variabilidad de los resultados.

Palabras clave: *Transporte Aéreo de Carga, Multi-Commodity Flow Problem, Optimización Estocástica en Múltiples Etapas*

ABSTRACT

In the air industry, available capacity for cargo transportation in passenger flights is uncertain because luggage has priority. Taking this in to account, this paper presents and solve a multistage stochastic optimization model that allocates flight capacity to cargo demands. In addition, we develop a policy to use the solution in real instances. The model and the policy were evaluated using real data from a major commercial airline under simulation, achieving higher expected profits up to 1,22%, better level of service and a decrease in the variability of the results.

Keywords: *Air Cargo Transportation, Multi-Commodity Flow Problem, Multistage Stochastic Optimization*

1. INTRODUCCIÓN

El transporte aéreo de carga representa una importante fuente de ingresos para las compañías aéreas y ha crecido constantemente a partir del año 2009 posterior a la crisis económica. Actualmente, la industria ya está recuperada y se espera que la demanda mundial por transporte de carga aérea crezca 5% por año hasta el año 2030 (Boeing, 2014). Según el primer informe trimestral de la IATA del año 2015 la cantidad de toneladas de carga movidas dentro de Sudamérica aumentó en un 5,4% en diciembre de 2014 en relación al año anterior. Además, en este mismo informe se reporta que las ganancias de la carga originada en Sudamérica y el Caribe en el último trimestre de 2014 fueron de US\$M 534, que representa un 6,2% de las ganancias totales de todas las regiones. Lo anterior muestra la relevancia del transporte de carga en la región para la industria aérea.

Aún cuando el transporte aéreo de carga representa una importante fuente de ingresos para las aerolíneas, este mercado plantea ciertas complejidades que lo diferencian del de pasajeros (Kasilingam, 1996): i) capacidad variable de los vuelos, ii) tridimensionalidad de la carga representada en peso, volumen y posiciones, iii) control de itinerarios, que consiste en la posibilidad de enviar la carga por cualquier ruta independiente del tiempo de viaje y del número de conexiones (siempre que la carga cumpla con el tiempo de entrega) y iv) presencia de allotments o contratos de largo plazo.

Referente a la capacidad de los vuelos, la carga aérea puede ser transportada de dos maneras. La primera es en aviones cargueros, los cuales se dedican específicamente a este negocio y son utilizados para mover carga de gran tamaño, como repuestos de maquinaria industrial. La segunda, es en las bodegas de los aviones de pasajeros (*belly*), preferentemente en los de fuselaje ancho. En el caso de los *bellys*, una de las principales dificultades que se presentan es la incertidumbre sobre la capacidad de carga de los vuelos. Al tratarse de una industria secundaria para las grandes aerolíneas, la capacidad de carga disponible para los vuelos depende fuertemente de la cantidad de pasajeros y del peso de su equipaje. Además depende de otros factores como las condiciones climáticas y el estado de la pista. Lamentablemente, la capacidad efectiva para carga solo se conoce minutos antes del despegue del vuelo, cuando los pasajeros ya fueron embarcados y la carga está lista para ser cargada en los andenes. Es por esto, que puede ocurrir que un avión no utilice al máximo su capacidad o que se deba dejar carga sin transportar.

Tomando en cuenta lo anterior, el problema a abordar en este trabajo radica en encontrar la asignación óptima de la carga a la red de pasajeros de manera de maximizar las ganancias de la red. Para esto se desarrollará un modelo de programación estocástico de múltiples etapas en el que se considera variabilidad en las capacidades de carga de los aviones. Además, se propondrá una política para la implementación de la solución del modelo en instancias reales, la cual será evaluada bajo un enfoque de simulación. Para este modelo se considerará carga bidimensional (peso y posiciones) y los *Allotments* serán un parámetro de carga que debe ser aceptada.

El siguiente artículo está organizado de la siguiente manera, en el segundo capítulo se presentará una breve revisión bibliográfica sobre problemas similares con incertidumbre. Luego, en el tercer capítulo se presentará el modelo a resolver y la política a utilizar. A continuación, en el cuarto capítulo se encuentran los principales resultados del problema y de la simulación. Por último, en

el quinto capítulo se presentan las principales conclusiones de la investigación, así como futuras líneas de investigación.

2. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

El problema presenta la estructura de un *Multi-Commodity Flow Problem* (MCFP), el cual ha sido diversamente estudiado en la literatura de distintas industrias tales como evacuaciones de emergencia (Lahmar, 2006), transporte (Köhler, Möhring, & Skutella, 2009) y logística (Hernández, Peeta, & Kalafatas, 2011). En relación a los métodos de resolución, Ouorou, Mahey, & Vial (2000) realizan una completa revisión bibliográfica al respecto, analizando diferentes algoritmos, sus técnicas de solución y aplicaciones a situaciones reales.

Sin embargo, pocos estudios se han enfocado en modelar la incertidumbre presente en los distintos procesos utilizando optimización estocástica. En el transporte aéreo de carga, Bartodziej & Derigs (2004) modelan la asignación de la carga a la red como un MCFP en base a rutas previamente creadas con los vuelos disponibles. Luego, Bartodziej, Derigs, & Zils (2007) le agregan un enfoque más dinámico al problema al resolver mediante horizonte móvil y considerar demanda ya recibida. De esta manera, se toma en cuenta la incertidumbre cambiando la demanda entrante y volviendo a resolver. En el transporte aéreo de pasajeros, Möller, Römisch, & Weber (2004) proponen un modelo de optimización estocástica de múltiples etapas para aceptar a los pasajeros que entreguen mayor rentabilidad a la red considerando estocasticidad en la demanda. A pesar de que el modelo está propuesto para toda la red, los autores solamente lo resuelven para un tramo de vuelo. En la misma línea de trabajo, DeMiguel & Mishra (2006) proponen un modelo de optimización estocástica con variabilidad en la demanda similar al de Moller et al (2004) de manera de calcular los *Bid Prices* óptimos para cada etapa de tiempo. Los autores utilizan distintas metodologías para la generación del árbol de escenarios para representar la demanda. El modelo fue probado en una red simulada de 14 vuelos con 70 rutas posibles.

En otro campo, Barbarosoğlu & Arda (2004) agregan variabilidad al MCFP tanto en la oferta como en la demanda al modelar la respuesta ante catástrofes como un problema de dos etapas. En la primera etapa luego de ocurrido una catástrofe se debe comprometer recursos (como medicina, alimentos) sin saber el estado de los caminos o la demanda exacta de cada recurso en cada lugar. Luego en la segunda etapa se conoce tanto la demanda como la oferta efectiva y se deben satisfacer las demandas reales considerando las decisiones de primera etapa. Por otra parte, Maharjan & Matis (2012) formulan el problema de asignación de puertas a aviones como un MCFP, y consideran variabilidad al agregar una holgura para los tiempos de uso, optimizando robustamente la asignación.

De los trabajos anteriores en MCFP, Möller, Römisch, & Weber (2004) y DeMiguel & Mishra (2006) proponen un problema similar con incertidumbre en la demanda. Sin embargo, al tratarse de transporte aéreo de pasajeros, tanto la capacidad como las rutas por las cual volará cada pasajero se encuentra previamente definida. Además, ambos modelos fueron resueltos para redes pequeñas. Por otro lado, sólo Barbarosoğlu & Arda (2004) han incluido de forma explícita la incertidumbre en la oferta dentro del modelo. Sin embargo, este modelo no es aplicable al transporte de carga, debido a que para las catástrofes, la capacidad de todos los arcos se conoce en una sola etapa. En nuestro trabajo, la capacidad del vuelo es revelada minutos antes del

despegue, y sólo se conoce lo ocurrido hasta ese momento. Para nuestro conocimiento, nadie ha considerado la incertidumbre en este contexto, con estas características y para un tamaño real de red.

3. MODELACIÓN

Para la modelación se utilizarán las siguientes definiciones; etapas, estados y escenarios. Una etapa es algún momento dentro del horizonte de modelación, en el cual se debe tomar una decisión. Para el caso de este modelo, las etapas corresponden al despegue de cada vuelo, donde se debe elegir qué carga subir en dicho vuelo. Los estados son los distintos valores que puede tomar la capacidad, tanto en peso como en posiciones y para este caso son pesimista y optimista. Por último, un escenario es un conjunto de realizaciones de estados. Esto puede ser modelado como un árbol de escenarios, representado en la Figura 1, donde cada nodo es una etapa, cada arco es un estado y cada escenario es un camino desde el nodo raíz hasta un nodo hoja.

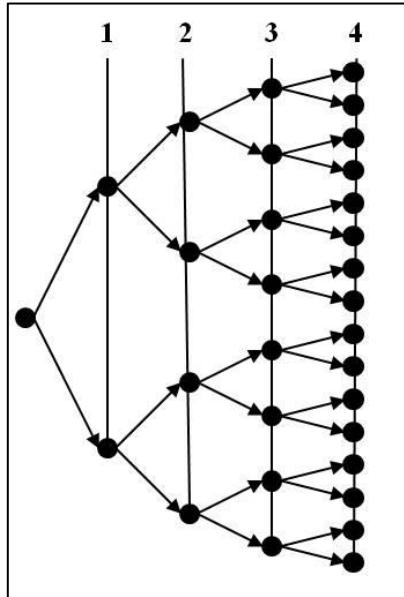


Figura 1: Árbol de Escenarios 4 Vuelos

El modelo presentado a continuación considera los siguientes supuestos: i) la demanda es conocida y determinística, ii) un pedido puede ser aceptado parcialmente o ser dividido, iii) todo tipo de carga puede viajar en un mismo avión, iv) los aeropuertos no tienen capacidad y v) los ingresos de la demanda se perciben cuando se acepta la carga; de no ser entregada en el destino se incurre en una penalidad.

Se utilizará una modelación en base a tramos ya que mediante esta formulación se permite el re-rueteo de la carga que estaba definida para un cierto producto cuando ya se encuentra en tránsito. En la práctica, al existir variabilidad en la capacidad existe la posibilidad de que cierta carga que

ya estaba asignada no pueda ser subida al avión. Es en este momento cuando los analistas de la empresa deben reaccionar para identificar otros vuelos donde puedan enviar dicha carga para cumplir con el cliente. El modelo propuesto si considera esta posibilidad, por lo que cuando la carga no puede ser subida experimentará un cambio de ruta, pudiendo incluso volver a su origen para ser cargada en un vuelo posterior.

El objetivo del modelo es maximizar la utilidad esperada. Las variables de decisión son la demanda aceptada y la cantidad de cada una de las demandas que se enviará en cada vuelo para cada escenario. En cualquier parte del árbol, se pueden modelar ingresos de demandas potenciales (sin aumentar el número de escenarios). En el momento de dicho ingreso se decide qué cantidad de demanda servir. Debido a que la capacidad es desconocida existe la posibilidad de aceptar carga que luego no podrá ser transportada. Es por esto que se introduce un término de penalidad para la demanda que fue aceptada pero que no llegó a su destino. Las restricciones son la capacidad de los vuelos, la cantidad mínima y máxima de demanda a servir, la continuidad de la carga en cada aeropuerto y en cada etapa, la determinación de las penalidades y la no anticipatividad de las decisiones.

3.1 Notación

Conjuntos:

K: Conjunto de demandas potenciales

V: Conjunto de vuelos

S: Conjunto de escenarios.

V_v: Conjunto de todos los vuelos hasta v .

Sⁿ: Conjunto de escenarios que hasta el nodo n son iguales.

S^t: Conjunto de escenarios que hasta el último vuelo antes de t (tiempo cuando ingresa la demanda) son iguales.

Parámetros:

p_k: Precio de la demanda k [\$/kg.]

L_k: Penalidad de la demanda k [\$/kg.]

D_k: Demanda total de la demanda k [kg.]

A_k: Allotment de la demanda k [kg.]

Pr_s: Probabilidad de que ocurra el escenario s

c_v: Costo del vuelo v [\$/kg.]

Qw(v, s): Capacidad del vuelo v , en el escenario s , en peso [kg.]

Qv(v, s): Capacidad del vuelo v , en el escenario s , en posiciones [pos.]

ρ_k: Densidad del pedido k [kg./pos.]

γ_k^v: Binaria definida por el modelador, 1 si el vuelo v tiene el mismo origen que la demanda k , 0 en otro caso

θ_k^v: Binaria definida por el modelador, 1 si el vuelo v tiene el mismo destino que la demanda k , 0 en otro caso

α_v^g: Parámetro definido por el modelador, 1 si el vuelo g tiene como destino el origen del vuelo v , -1 si el vuelo g tiene como origen el origen del vuelo v , 0 en otro caso.

μ_k^v : Binaria definida por el modelador, 0 si el vuelo v tiene como origen el destino de la demanda k , 1 en otro caso.

Variables de Decisión:

$x(k, v, s)$: Cantidad de la demanda k que utiliza el vuelo v , en el escenario s

$Y(k, s)$: Cantidad aceptada de la demanda k , en el escenario s

$w(k, s)$: Demanda k que fue aceptada pero no servida, en el escenario s .

3.2 Modelo Matemático

A continuación se presenta la modelación matemática del problema de optimización estocástico.

$$\max \sum_{s \in S} P_{rs} \left(\sum_{k \in K} \left(p_k * Y(k, s) + \sum_{v \in V} (-c_v * x(k, v, s)) - L_k * w(k, s) \right) \right) \quad (1)$$

s.a.

$$Y(k, s) \leq D_k \quad \forall k \in K, s \in S \quad (2)$$

$$Y(k, s) \geq A_k \quad \forall k \in K, s \in S \quad (3)$$

$$\sum_{k \in K} x(k, v, s) \leq Qw(v, s) \quad \forall v \in V, s \in S \quad (4)$$

$$\sum_{k \in K} \frac{x(k, v, s)}{\rho_k} \leq Qv(v, s) \quad \forall v \in V, s \in S \quad (5)$$

$$x(k, v, s) \leq \gamma_k^v * Y(k, s) + \sum_{g \in V_v} \alpha_v^g * (x(k, g, s)) \quad \forall k \in K, v \in V, s \in S \quad (6)$$

$$\sum_{v \in V} (\theta_k^v * x(k, v, s)) + w(k, s) = Y(k, s) \quad \forall k \in K, s \in S \quad (7)$$

$$x(k, v, s_i) = x(k, v, s_j) \quad \forall s_i, s_j \in S^n, v \in V, k \in K \quad (8)$$

$$Y(k, s_i) = Y(k, s_j) \quad \forall s_i, s_j \in S^t, k \in K \quad (9)$$

$$0 \leq x(k, v, s) \leq \mu_k^v * D_k \quad \forall k \in K, v \in V, s \in S \quad (10)$$

La función objetivo maximiza la utilidad esperada de la red, ponderando la utilidad de cada escenario por la probabilidad de ocurrencia de este. La utilidad de cada escenario viene dada por tres términos. El primero son los ingresos que percibe la aerolínea, una vez que acepta la carga. El segundo término corresponde a los costos de cada vuelo multiplicado por la cantidad de carga que lleva cada uno de estos. Por último, el tercer término corresponde a la penalidad que incurre la aerolínea por no entregar la carga en su destino. Las ecuaciones (2) y (3) corresponden a la cantidad mínima y máxima que puede aceptar la aerolínea. La cantidad mínima corresponde al *Allotment*, valor que depende de una negociación previa. La cantidad máxima a transportar corresponde a la demanda potencial. Las ecuaciones (4) y (5) exigen que la cantidad enviada por cada vuelo no supere la capacidad de los vuelos en cualquiera de sus dimensiones (peso y posiciones). Estas restricciones se deben cumplir para cada uno de los escenarios de la modelación. La restricción (6) asegura continuidad de la carga en cada aeropuerto para cada instante de tiempo. La carga enviada en un cierto vuelo no puede ser mayor que lo que había originalmente, más lo que ha llegado en vuelos previos, menos lo que ya ha sido enviado en otros

vuelos. La restricción (7) determina la cantidad de demanda que no fue servida. Establece un déficit para igualar la demanda servida (la que efectivamente llegó a su destino) con la aceptada. El conjunto de restricciones (8) y (9) son claves para el modelamiento en base a escenarios. La no anticipatividad, asegura que las decisiones para un nodo particular deben ser iguales para todos sus escenarios. En una definición general, para un nodo, la variable de decisión de todos los escenarios que se desprendan de sus ramificaciones debe ser la misma. Por último, la ecuación (10) establece que la carga enviada debe ser positiva y además obliga a que una vez que llegó carga a destino no puede ser movida de ahí. El problema de mover carga una vez que está en su destino es que se pueden utilizar ciclos para disminuir la penalidad, haciendo que la carga ingrese más veces al aeropuerto.

3.3 Método de Solución

El problema anterior tiene una gran cantidad de variables de decisión producto de dos motivos. Primero, el problema de la asignación a la carga ya es un problema considerablemente grande cuando se modela en base a tramos. La cantidad de variables de decisión de asignación ($x(k, v, s)$) para un escenario s en particular será la multiplicación de la cantidad de demandas por la cantidad de vuelos. Además, las variables de aceptación ($Y(k, s)$) será una por cada demanda, al igual que las variables de penalidad ($w(k, s)$). Por otra parte, el número de escenarios crece exponencialmente con el número de etapas, lo que aumenta aun más el número de variables. Siendo K la cantidad de demandas, V la cantidad de vuelos, F la cantidad de vuelos con variabilidad, E la cantidad de estados por cada vuelo, la cantidad de variables de decisión ($Can(var)$) si todos los vuelos tienen variabilidad será:

$$Can(var) = K * (V + 2) * E^F \quad (11)$$

Si se considera una red de un día de vuelos (60 vuelos y 100 demandas), todos los vuelos con variabilidad y tres estados por vuelo el modelo tendrá un total de $2,6*10^{31}$ variables de decisión. Debido a la gran cantidad de variables de decisión y de restricciones se utilizará una librería externa específicamente dedicada a resolver problemas de optimización estocástica llamada PySP (Watson, Woodruff & Hart, 2012), en el lenguaje Pyomo (Hart, Watson, & Woodruff, 2011, 2012).

3.4 Pre Procesamiento de Variables

Se proponen dos heurísticas previas a la optimización, de manera de disminuir el número de variables, sin afectar el resultado óptimo del modelo. La primera corresponde a la eliminación de las variables $x(k, v, s)$ que obligatoriamente son iguales a cero. Esto ocurre cuando un vuelo no está disponible para un cierto pedido. Identificando estos vuelos, se pueden eliminar dichas variables para aumentar la eficiencia del modelo. El algoritmo corresponde a dos etapas. En la primera etapa (*forward*) se determina para cada demanda un conjunto de vuelos factibles según las combinaciones posibles de dichos vuelos desde el origen de la demanda. Por otro lado, en la segunda etapa (*backward*) se determina el conjunto de vuelos factibles según las combinaciones de los vuelos partiendo desde el destino de la demanda (en sentido inverso). Luego se intersectan

ambos conjuntos para obtener los vuelos factibles para cada demanda según su par OD y sus fechas de ingreso y entrega máxima.

La segunda heurística corresponde a definir a qué vuelos incluir variabilidad en la capacidad. De acuerdo a la ecuación (11) el número de vuelos con variabilidad es la potencia del número de estados aumentando significativa el número de variables y restricciones del problema. Sin embargo, no todos los vuelos deben ser modelados con variabilidad. Si un vuelo no se encuentra a capacidad, agregar un estado de capacidad mayor a la capacidad utilizada aumenta la complejidad del problema y no entrega ninguna información relevante, ya que el resultado será el mismo para cualquiera de los tres estados. En estos casos, la variabilidad de dichos vuelos puede ser ignorada.

3.5 Política de Comparación

Para identificar el valor que agregan estos modelos para evaluar la conveniencia de su utilización, se utilizarán las siguientes políticas de comparación

i) *Value of stochastic solution (VSS)* que corresponde a una medida de la ganancia que se obtiene al considerar aleatoriedad en la formulación. En su forma porcentual se define como:

$$\%VSS = \frac{RP - EEV}{EEV} \quad (12)$$

Donde siguiendo la notación de Birge & Louveaux (2011), *Recourse Problem (RP)* corresponde al valor de la función objetivo del problema estocástico (ecuación (1)) en el óptimo y el *Expected result of using the EV solution (EEV)* corresponde al valor de la función objetivo que se obtiene al utilizar la solución determinística en los escenarios con variabilidad. Cuando la capacidad no sea la suficiente para llevar toda la carga asignada, se privilegiará la de mayor tarifa.

ii). *Fill Rate (FR)* corresponde al porcentaje de la carga aceptada que efectivamente fue entregada en su destino.

$$FR(s) = 1 - \frac{\sum_{k \in K} w(k, s)}{\sum_{k \in K} Y(k, s)} \quad (13)$$

iii) *In Stock (IS)* corresponde al porcentaje de pedidos que fueron servidos completamente. Para esto se define la función $f(Y(k, s))$ que es igual a 1 cuando toda la carga fue entregada en el destino y no existe carga remanente $w(k, s)$, y es igual a 0 en otro caso. Matemáticamente:

$$f(Y(k, s)) = \begin{cases} 0 & \text{si } w(k, s) > 0 \\ 1 & \text{si } w(k, s) = 0 \end{cases} \quad (14)$$

$$IS(s) = \frac{\sum_{k \in K} f(Y(k, s))}{K} \quad (15)$$

Tanto **Fill Rate (FR)** como el **In Stock (IS)** corresponden a indicadores de la calidad del nivel de servicio entregada por la aerolínea a sus clientes.

3.6 Implementación de la Solución

La modelación de los estados para cada uno de los vuelos pretenden representar de la mejor manera posible la distribución de probabilidad real de la capacidad de los vuelos. Sin embargo, considerar un gran número de estados aumenta considerablemente el número de escenarios, y en consecuencia el número de variables del modelo (ecuación (11)), razón por la cual se trabaja con un número reducido de estos. Sin embargo, dichos escenarios finitos y discretos no representarán fielmente la realidad. Es por esto que se propone una política de implementación de la solución en cualquier escenario que se presente, independiente de si se modeló o no. Para poder evaluar la bondad de la política se define un nuevo indicador *Expected Result of using the RP solution (ERP)*, utilizando una notación similar a la literatura. Este valor será calculado utilizando la asignación estocástica entregada por el modelo, adaptándola a escenarios modelados en base a la distribución de probabilidades real de las capacidades.

Debido a que no es necesaria una política para los vuelos sin variabilidad, se define el conjunto F como todos los vuelos f con variabilidad donde la política debe ser aplicada. Para una modelación en base a tres estados (pesimista $Qw(f)^-$, promedio $\overline{Qw(f)}$ y optimista $Qw(f)^+$) y con las capacidades en peso y posiciones relacionadas (un aumento en la capacidad en peso significa un aumento en la capacidad en posiciones en la misma proporción) el valor de la capacidad $z(f)$ en cada réplica puede tomar un valor entre $a(f)$ (menor a $Qw(f)^-$) y $b(f)$ (mayor a $Qw(f)^+$). Además, cada estado tiene asociado un conjunto de variables $x(k, v, s)$, correspondiente a todos los pedidos k , los vuelos v entre f y $f+1$ y los escenarios s asociados al nodo en que se está ubicado en el árbol. Tomando en cuenta los valores posibles de $z(f)$, se propone la siguiente política para implementar la solución.

- Si se cumple $z(f) \leq Qw(f)^-$ se utilizará la asignación correspondiente al estado pesimista.
- Si se cumple $Qw(f)^- < z(f) \leq \overline{Qw(f)}$ se utilizará la asignación correspondiente al estado promedio.
- Si se cumple $\overline{Qw(f)} < z(f)$ se utilizará la asignación correspondiente al estado optimista.

Como la capacidad real será menor a la asignada por la política, se privilegiará llevar la carga con mayor tarifa hasta llenar el vuelo. La política del vuelo f depende de la política del vuelo anterior ya que eso decide por dónde se avanzará en el árbol para evaluar la asignación del siguiente vuelo.

La Figura 2 representa de mejor manera la política presentada. En esta figura, se está evaluando qué carga llevar en el primer vuelo con variabilidad. El sombreado gris representa el espectro en el cual se mueve la capacidad del vuelo. En este caso, la capacidad real del vuelo $z(1)$ fue mayor al estado pesimista pero menor al estado promedio. Considerando la política presentada, la asignación que se intentará lograr será la correspondiente al segundo estado de dicho vuelo $Qw(1)$ (nodo blanco), comenzando el llenado del vuelo con la carga con mayor tarifa. Luego, para el segundo vuelo, la capacidad será mayor a la capacidad promedio pero menor a la

capacidad optimista En este caso, se utilizará la asignación correspondiente a la capacidad optimista ($Q_w(2)^+$).

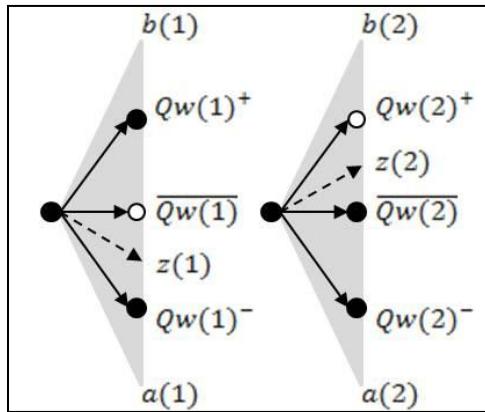


Figura 2: Política de Asignación

4. EXPERIMENTOS NUMÉRICOS

4.1 Diseño de Experimento

Para evaluar el modelo y la política propuesta se utilizaron los datos de una semana sobre demandada de carga de una importante línea aérea comercial. Se consideró la red real completa de pasajeros para la carga originada en Sudamérica. La red mencionada fue optimizada considerando sólo los vuelos del día Lunes, así como considerando los vuelos del día Lunes y Martes. Para simplificar la modelación de los experimentos, se utilizaron los siguientes supuestos: i) cada vuelo con incertidumbre tiene tres estados (pesimista, promedio y optimista), ii) la capacidad en peso y posiciones experimenta la misma variabilidad en sus estados, iii) no existe correlación entre estados de vuelos distintos (todos los estados son equiprobables), iv) la penalidad corresponde a 2,5 veces la tarifa para cada pedido y v) los ingresos de demanda ocurren al comienzo del horizonte de planificación.

Para el día Lunes, la red está compuesta por 52 vuelos y 103 demandas. Por otra parte, la red que considera los días Lunes y Martes tiene 114 vuelos y 109 demandas. La cantidad de demandas no aumenta considerablemente producto del supuesto de que las demandas ingresan a la red al principio del horizonte de modelación. Es por esto que las demandas del día martes fueron sumadas a las demandas ya existentes en el día lunes. Por motivos de confidencialidad los datos no pueden ser mostrados explícitamente en este trabajo.

La variabilidad de los vuelos se determinó a partir de información histórica. A partir de esto, se definió el estado pesimista como la capacidad promedio menos una desviación estándar y el estado optimista como la capacidad promedio más una desviación estándar.

4.2 Preproceso

De la Tabla 1 se observa que luego de aplicar las dos heurísticas de pre procesamiento la cantidad de variables disminuyeron considerablemente. El primer algoritmo disminuyó las variables de decisión en un 60% para ambas redes. Sin embargo, el algoritmo de inclusión de vuelos fue el más influyente, ya que eliminó en ambas redes más del 99,99% de las variables. Cabe hacer notar que para la red de ambos días se debían considerar 25 vuelos de un total de 38. Sin embargo, debido a limitaciones computacionales, el problema solo pudo ser resuelto con los 6 vuelos con mayor variabilidad porcentual.

Tabla 1: Reducción de variables por pre proceso

Red	Variables Originales	Pre proceso 1		Pre proceso 2	
		Variables	%	Variables	%
1 Día	7,98E+10	2,19E+10	27%	3,20E+06	0,004%
2 Días	1,71E+22	6,85E+21	40%	4,30E+15	0,000003%

El problema fue resuelto en el cluster de computación de la Pontificia Universidad Católica de Chile, el cual cuenta con 2 procesadores Intel E5-2470, 8 Cores, 2.3 GHz, 2 tarjetas de red Doble puerto, 10Gb/s, 2 discos duros de 50GB SSD y 32 GB RAM.

4.3 Resultados

Por motivos de confidencialidad, el valor exacto de la función objetivo no puede ser mostrado en este artículo. Sin embargo, se presentarán las mejoras porcentuales (**%VSS**) que entrega el modelo estocástico en comparación al modelo determinístico. Es necesario recordar, que dicho valor corresponde a la diferencia de ambos modelos evaluados en los escenarios en los cuales fue optimizado el modelo estocástico y no representa la realidad. Para la red de un día, el modelo estocástico presenta resultados teóricos de una utilidad de un 1,75% mayor, mientras que para la red de dos días el aumento en las ganancias corresponde a un 1,5%. Ciertamente, el modelo estocástico se comporta de una manera más conservadora al aceptar la demanda producto del parámetro de la penalidad. Es por esto que en los escenarios con mayor capacidad a la promedio, el modelo determinístico supera al estocástico ya que aceptó más carga en un principio. Sin embargo, en los escenarios con menor capacidad, el modelo estocástico se comporta de mejor manera al determinístico, recibiendo menos carga y re ruteandola de ser necesario.

El aumento en las utilidades reales que entrega el modelo estocástico fue evaluado mediante simulación. Se asumió distribución normal para cada uno de las capacidades de los vuelos con variabilidad y se simularon 10.000 réplicas para cada una de las redes. Es necesario mencionar que para el caso de la red de dos días, a pesar de sólo haber sido resuelta incluyendo variabilidad en 6 de los 25 vuelos candidatos (recordar que son 114 vuelos en total), las simulaciones consideran variabilidad en los 25. Considerando estos nuevos escenarios, se definió **%VSS'**, el

cual reemplaza el término **RP** por **ERP** en la ecuación (12). Además, se calculó el coeficiente de variación (COV) de las réplicas, de manera de identificar qué modelo es más confiable. Por último, se calculó el intervalo de confianza (I.C.) con un 95% de confianza para identificar si los resultados son estadísticamente significativos. Los resultados quedan resumidos en la Tabla 2.

Tabla 2: Resultados Simulaciones

Indicador	Un día	Dos días
%VSS'	0,94%	1,22%
I.C.	± 0,07%	± 0,03%

Indicador	Un día			Dos días		
	Det.	Est.	Δ	Det.	Est.	Δ
COV	0,0443	0,0214	-52%	0,0309	0,0250	-19%
FR	97,78%	98,87%	1,09%	97,15%	98,08%	0,93%
IS	96,40%	97,84%	1,44%	90,71%	87,93%	-2,78%

En la Tabla 2 se ve que la aplicación de la política propuesta permite una mejora de un 0,94% en comparación al modelo determinístico para la red de un día. Para la red de dos días, a pesar de que no se puedan incluir todos los vuelos, el modelo estocástico presenta una mejora en comparación al modelo determinístico de un 1,22% en las simulaciones. Aunque se incluya un menor número de vuelos, este resultado es mejor porcentualmente que al que se obtiene en la red de un día. Esto se debe ya que a pesar de que el modelo de dos días con 6 vuelos represente una simplificación de la situación real en donde 25 vuelos debieran ser considerados con variabilidad, de igual manera presenta una ventaja frente al determinístico el cual no toma en consideración esta incertidumbre en ninguno de los vuelos y por ende en escenarios de mayor incertidumbre como el descrito se puede esperar que se comportará aún peor. A pesar de que dichos valores son pequeños en términos porcentuales, la aplicación de estos modelos representa ahorros de millones de dólares anuales para la aerolínea en el mercado evaluado.

De la tabla se observa además que los coeficientes de variación de la función objetivo de ambas redes se ven disminuidas considerablemente al utilizar la asignación estocástica. De esta manera, el modelo presentado tiene menos riesgos que el que no considera variabilidad producto de que las ganancias en las simulaciones son más estables. Además, la empresa cumple de mejor manera con sus clientes ya que el nivel de servicio aumentó de 97,78% a 98,87% (un 1,09% de diferencia) para el caso de un día y de 97,15% a 98,08% (0,93% de diferencia) para el caso de dos días. Por último, para el caso de un día la empresa también aumentó la cantidad de demandas servidas en su totalidad ya que el índice IS aumentó de 96,40% a 97,84% (1,44% de diferencia). Este índice se comporta de peor manera en la red de dos días, disminuyendo de 90,71% a 87,93% (-2,78% de diferencia). Como el indicador de FR para esta red es mejor en el modelo estocástico, esto significa que el modelo sirve una mayor cantidad de carga en total, pero menor cantidad de

pedidos completos. Esto se debe a que el modelo no considera como restricción que los pedidos deban ser llevados de manera completa, privilegiando en este caso aumentar la cantidad total de demanda servida más que el número de clientes satisfechos. De la Tabla 2 se concluye que el modelo efectivamente presenta una mejora frente al modelo determinístico en instancias reales.

5. CONCLUSIONES

Se propuso y se resolvió el problema de asignación de carga aérea a la red de vuelos de pasajeros considerando incertidumbre en las capacidades. Dicho modelo presenta los siguientes aspectos novedosos: i) considera incertidumbre en la capacidad de los vuelos de toda la red, ii) entrega capacidad de reacción ante imprevistos permitiendo el re ruteo de carga y iii) establece criterio de aceptación más conservadora (aceptar menos carga) por la penalidad. Esta formulación aumenta considerablemente la complejidad del problema, pero entrega mayores ganancias promedio con respecto al modelo determinístico.

El modelo propuesto presenta resultados teóricos en los escenarios modelados de hasta un 1,75% de aumento en la ganancia promedio de la red sobre el modelo sin variabilidad. La diferencia máxima ocurre en los escenarios pesimistas producto de la penalidad por no llevar carga. Este modelo representa una posibilidad real de mejorar las ganancias de la empresa sin incurrir en los costos de mejorar las predicciones para lograr información perfecta.

A partir de las instancias simuladas basada en redes reales, se concluye que la política desarrollada logra mejores resultados que el modelo determinístico en casi todos los índices propuestos. En comparación al modelo determinístico, el modelo propuesto logra un aumento de hasta un 1,22% en las utilidades de la empresa (estadísticamente significativo) y una disminución del coeficiente de variación, y por ende el riesgo, de hasta un 52%. Además, el modelo aumenta el nivel de servicio entregado por la aerolínea, ya que la cantidad de carga entregada aumenta en hasta un 1,09% y la cantidad de pedidos servidos completamente aumenta en hasta un 1,44%. Es necesario mencionar, que el modelo estocástico supera al determinístico a pesar de que para una de las redes optimizadas solo se pudo incluir un 24% de los vuelos dentro de la modelación.

De tener los recursos computacionales necesarios, se recomienda la implementación del modelo estocástico en la industria, producto de sus mayores ganancias, menor riesgo y mejor nivel de servicio.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen el apoyo a esta investigación brindado por el proyecto FONDECYT 11140436.

REFERENCIAS

- Becker, B., & Dill, N. (2007). Managing the complexity of air cargo revenue management. *Journal of Revenue and Pricing Management*, 6(3), 175–187.

- Birge, J., & Louveaux, F. (2011). **Introduction to Stochastic Programming**.
- Boeing. (2014). **Current Market Outlook**.
- DeMiguel, V., & Mishra, N. (2006). What multistage stochastic programming can do for network revenue management. **Working paper, London Business School, Optimization Online**.
- Hart, W. E., Watson, J.-P., & Woodruff, D. L. (2011). Pyomo: modeling and solving mathematical programs in Python. **Mathematical Programming Computation**, 3(3), 219–260.
- Hart, W. E., Watson, J.-P., & Woodruff, D. L. (2012). **Pyomo—optimization modeling in python** (pp. 1–17).
- Hernández, S., Peeta, S., & Kalafatas, G. (2011). A less-than-truckload carrier collaboration planning problem under dynamic capacities. **Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review**, 47(6), 933–946.
- IATA. (2015). **Cargo eChartbook Q1**.
- Kasilingam, R. G. (1996). Air cargo revenue management: Characteristics and complexities. **European Journal of Operational Research**, 96(1), 36–44.
- Köhler, E., Möhring, R., & Skutella, M. (2009). Traffic networks and flows over time. **Algorithmics of Large and Complex Networks**, 166–196.
- Lahmar, M. (2006). A dynamic transportation planning support system for hurricane evacuation. **Intelligent Transportation Systems Conference** (pp. 612–617).
- Möller, A., Römisch, W., & Weber, K. (2004). A new approach to O&D revenue management based on scenario trees. **Journal of Revenue and Pricing Management**, 3(3), 265–276.
- Quorou, A., Mahey, P., & Vial, J. (2000). A survey of algorithms for convex multicommodity flow problems. **Management science**, 1–27.
- Watson, J. P., Woodruff, D. L., & Hart, W. E. (2012). PySP: Modeling and solving stochastic programs in Python. **Mathematical Programming Computation**, 4(2), 109–149.