

EFFECTO DEL FLUJO EN EL CONSUMO DE ENERGIA DEL
METRO DE SANTIAGO: UN ENFOQUE MULTIPRODUCTO*

Sergio R. Jara Díaz
Departamento de Ingeniería Civil
Universidad de Chile

y

Alvaro Valenzuela Alcalde
Dirección General de Metro

Resumen

Reconociendo que el producto de una empresa de transporte es un vector de flujos, se identifica, modela y cuantifica el efecto del movimiento de pasajeros en el consumo de energía por tracción (E) en el Metro de Santiago. A partir de un sistema de ecuaciones construido sobre la base de consideraciones operativas, se postula un modelo genérico compatible con la formulación microeconómica de una demanda derivada por energía. El sistema es estimado con las representaciones vectoriales más adecuadas del producto, dentro de lo factible, usando 91 observaciones mensuales sobre consumo de energía, afluencia de pasajeros por estación, distancias medias de recorrido por línea, y configuración y extensión de la red. El enfoque empleado permite determinar los efectos directo (peso) e indirecto (frecuencia) del flujo de pasajeros sobre E, que en conjunto explican aproximadamente un 21% del consumo. Del modelo se derivan también los consumos marginales de energía para las diversas componentes del vector de flujos, distinguiendo las contribuciones por peso y frecuencia. La bondad del modelo es medida en varias formas: estadígrafos usuales, invariabilidad de coeficientes ante diversas especificaciones, comprobación en períodos iniciales de marcha blanca y predicción de 12 nuevas observaciones.

* Trabajo desarrollado con financiamiento parcial del proyecto 00/39 del Fondo Nacional de Desarrollo Científico y Tecnológico (1984).

1. Introducción

El Metro de Santiago ha alcanzado una producción estable de aproximadamente 10 millones de viajes mensuales, con la actual configuración de red en dos líneas que cubren 25 kilómetros. El costo de operación asociado a este servicio fue de 117 millones de pesos mensuales durante 1984; más de un 25% de este monto corresponde al gasto en energía. A pesar de constituir un ítem importante, no se ha investigado la incidencia que sobre él tiene la cantidad de viajes producidos, aunque se ha supuesto que tal efecto es relativamente pequeño.

En este trabajo se establece cuantitativamente el rol que el flujo de pasajeros juega en el consumo de energía del Metro, usando modelos econométricos. Tales modelos toman en cuenta la composición espacial del total de pasajeros transportados, adoptando el enfoque de multiproducción propuesto por Jara Díaz (1982, a,b; 1983). Por otra parte, consideraciones operativas ayudan a incorporar analíticamente dos efectos de distinta naturaleza: la influencia de la demanda sobre la frecuencia de los trenes y la incidencia del peso de los pasajeros sobre la fuerza de tracción.

En la sección siguiente se formaliza un modelo genérico para explicar el rol del flujo en el consumo de energía. Se muestra allí su consistencia con el planteamiento microeconómico de una demanda por factores. La tercera sección incluye una descripción de los datos, modelos específicos bajo diversas formas del producto y resultados obtenidos. Finalmente se presentan las principales conclusiones del trabajo en términos de los consumos marginales de energía.

2. Planteamiento Genérico

La función de costos de una empresa de transporte corresponde a aquella que entrega el mínimo gasto necesario para la producción de un vector de productos Y a precios de factores W (vector). La única restricción es que el vector de insumos X a elegir debe ser suficiente como para generar técnicamente a Y ; además, es usual que la cantidad de algunos insumos esté dada a priori o no sea una variable en el plazo considerado. Esta función, entonces, es

$$C(W, Y, \bar{X}) = (\text{Mín } WX' / (X, Y) \in T, X_i = \bar{X}_i) \quad (1)$$

donde T denota el conjunto de combinaciones técnicamente factibles.

La solución directa del problema 1 es un vector de demandas por factores $X_i(W, Y, \bar{X})$, que cumple con $X_i = \partial C / \partial W_i$.

Al analizar en esta perspectiva una empresa de transporte de pasajeros en general, debe considerarse que Y es un vector de flujos, donde cada componente representa viajes por unidad de tiempo entre un determinado par origen-destino, en un determinado período. Además, en el caso particular del Metro, la vía (largo de línea) es un factor fijo. Luego, se espera que la demanda por factores dependa del vector de flujos, del largo de línea y del vector de precios de factores.

En este trabajo interesa modelar económicamente la demanda mensual por energía del Ferrocarril Metropolitano de Santiago. Para ello se construye directamente una función de la forma descrita a partir de la estructura y forma de operación del Metro, es decir, a partir de su tecnología. Espacialmente, el Metro tiene hoy dos líneas que corren en dirección perpendicular. La línea 1, de 15,8 km. actualmente, se extiende en dirección Oriente-Poniente, atravesando el centro de Santiago (CBD) y sirviendo zonas de ingresos medios-altos (Oriente) y medios-bajos (Poniente); la línea 2 corre en dirección Norte-Sur, con una extensión hoy día de 9,6 km. sirviendo sectores de menores ingresos. La Figura 1 muestra la red actual, cuya configuración se ha alcanzado en 5 etapas entre Septiembre de 1977 y Agosto de 1980.

En términos de consumo mensual de energía, puede postularse desde ya la existencia de un mínimo asociado a la distancia total recorrida por los trenes en esa unidad de tiempo, aún si operara vacío. Esa distancia total está dada simplemente por la frecuencia de pasada de los trenes en esa línea, f_i , multiplicada por la longitud de la misma, L_i . La frecuencia constituye, de hecho, la variable básica en la operación del sistema; su determinación puede obedecer a dos factores:

- i) capacidad necesaria para generar un flujo máximo Y_i^* ; en este caso la frecuencia necesaria está dada por

$$f_i^c = Y_i^* / K_i \quad (2)$$

donde K_i es la capacidad de un tren en la línea i

- ii) intervalo necesario entre trenes para generar un tiempo medio de espera y subida razonable, t_m . En este caso la frecuencia necesaria es

$$f_i^e = \frac{1}{2 t_m} \quad (3)$$

El Metro opera con el principio

$$f_i = \text{Max} \{f_i^c, f_i^e\} \quad (4)$$

es decir, ofrece en la línea i aquella frecuencia que asegure tanto un tiempo razonable de espera como una capacidad suficiente. Hasta 1984, la línea 1 opera según frecuencia de capacidad debido a su gran demanda, en tanto que la línea 2 lo hace según frecuencia de espera. Esto genera un menor tiempo de espera en la línea 1 que en la 2, y un exceso de capacidad en esta última. Sin embargo, el flujo máximo en la línea 1 se genera entre 8 y 9 A.M. y entre 6 y 7 P.M. en día laboral (D.G. Metro, 1983); durante 1984 se opera con una frecuencia de 24 trenes/hora en estos períodos (D.G. Metro, 1984). Lo anterior no es válido para el funcionamiento normal de la línea 1 en ocasiones como domingos y festivos, períodos en los cuales opera según frecuencia de espera. En resumen, si TK_i son los kilómetros mensuales recorridos por los trenes en la línea i , se tiene que

$$TK_1 \propto f_1^c \cdot L_1 \quad (5)$$

$$TK_1 \propto f_1^e \cdot L_1 \quad (6)$$

$$TK_2 \propto f_2^e \cdot L_2 \quad (7)$$

Combinando las ecuaciones 2., 3., 5 y 6, se obtiene la relación básica a estimar para TK_1 en función de Y_1^* .

$$TK_1 = v_1 L_1 Y_1^* + \varepsilon_1 L_1 + \theta \quad (8)$$

donde v_1 y ε_1 son parámetros a estimar; θ es un término de error. Para la línea 2, sin embargo, la relación 7 muestra que el flujo no juega un rol activo en la determinación de la distancia mensual recorrida por los trenes, la que es mejor explicada por los distintos criterios empleados sobre nivel de servicio.

Si se permitiese que sólo el recorrido total de los trenes en el mes ($TK_1 + TK_2$) explicase el consumo mensual de energía de tracción, se estaría postulando que el volumen de pasajeros transportados no influye directamente sobre E. De hecho, es posible pensar en una situación en que la relación 5 no fuese válida; en este caso ni TK_1 ni TK_2 dependerían del flujo, y una relación $E(TK_1, TK_2)$ indicaría que E depende sólo de L_1 y L_2 . Es este argumento el que fundamenta la introducción de un efecto directo del flujo sobre E: un efecto peso. Se postula entonces que

$$E = \alpha TK_1 + \beta TK_2 + \sum_{i=1}^n \delta_i Y_i + \mu \quad (9)$$

con α, β y δ_i parámetros a estimar y μ término de error. Las variables Y_i representan componentes del vector mensual de flujos generados por el Metro, de forma tal que $\delta_i Y_i$ representa la contribución por peso de Y_i a E; idealmente cada componente Y_i debería representar flujo entre un par de estaciones en un cierto período. Lamentablemente, la información necesaria para tal especificación no es rescatable, por lo que se debió optar por otra formulación factible del producto presentada más adelante. El consumo E, entonces, es dependiente tanto del flujo a través de TK_1 (frecuencia en línea 1) y de $\{Y_i\}$, como del largo de las líneas L_1 y L_2 inmersas en TK_1 y TK_2 .

Por otra parte, se espera que el consumo básico mensual de energía de tracción no esté afectado por su precio unitario. Dada la forma standard de operación, tampoco se visualiza posibilidad alguna de sustitución con otros insumos. Sencillamente se cancela lo consumido en el período. Luego, el vector W no juega un rol en la explicación de E. De esta forma se tiene que, en virtud de las ecuaciones 8 y 9.

$$E = E(L_1, Y^*, L_2, \{Y_i\}) \quad (10)$$

lo que es compatible con la formulación que resuelve el problema 1.

Cabe ahora discutir la especificación de las variables ligadas al flujo, $\{Y_i\}$ e Y^* , considerando que la información histórica recuperable desde 1975 consiste en la afluencia total mensual de pasajeros por estación. Se decidió definir Y_i como el flujo mensual entrante al área o conjunto de estaciones i . Una descripción vectorial de este tipo del volumen de pasajeros transportado mensualmente, es más adecuada mientras más estable es la estructura de viajes en el Metro. Cabe hacer notar que la posibilidad de generar flujos estimados entre estaciones usando encuestas O-D disponibles, se basa exactamente en el mismo supuesto.

En cuanto a Y^* , se reconoce como una variable difícil de rescatar a partir de la información disponible de flujo. Se decidió usar como primera aproximación el flujo total (ΣY_i). La definición específica de $\{Y_i\}$ y mejores aproximaciones a Y^* son presentadas directamente en la siguiente sección.

Además de la información sobre flujo, se confeccionó series de consumo mensual de energía de tracción y distancia totales mensuales recorridas en cada línea, para todo el período de funcionamiento del Metro. Los detalles de generación y/o recolección de esta información se pueden encontrar en Valenzuela (1985).

3. Estimación y Resultados

Habiéndose reconocido que el producto de transporte es un vector de flujos, diversas agregaciones espaciales fueron estudiadas, cubriendo un espectro amplio de todas las posibilidades. Los mejores resultados, que son los que se exponen en este trabajo, corresponden a una agregación del flujo de pasajeros ¹ entendido como afluencia de pasajeros - en cinco zonas. Estas zonas corresponden a los cinco tramos de las sucesivas extensiones de la red de Metro y tienen la particularidad de reunir alguna homogeneidad interna tanto desde los puntos de vista socio-económico como de sus características en cuanto a atracción y generación de viajes. La zonificación empleada se resume, entonces, en,

- Zona 1 : San Pablo - La Moneda (Y_1)
- Zona 2 : U. de Chile - Salvador (Y_2)
- Zona 3 : M. Montt - Escuela Militar (Y_3)
- Zona 4 : Los Heroes - Franklin (Y_4)
- Zona 5 : El Llano - Lo Ovalle (Y_5)

La Tabla 1 resume valores típicos de las variables relevantes en las distintas etapas de expansión de la red.

El modelo planteado postula, explícitamente que el flujo de pasajeros tiene una incidencia sobre el consumo de energía eléctrica por tracción, tanto en forma directa a través de las variables Y_i (efecto peso), como indirectamente a través de TK_i (efecto recorrido). Si bien tales postulados

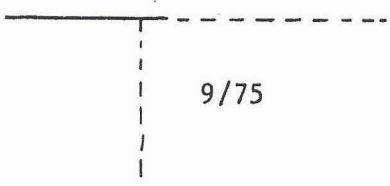
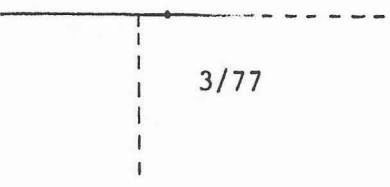
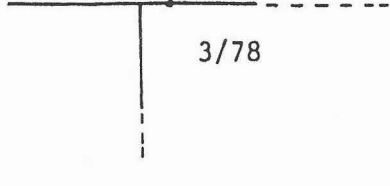
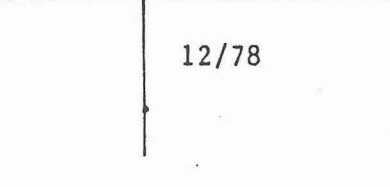
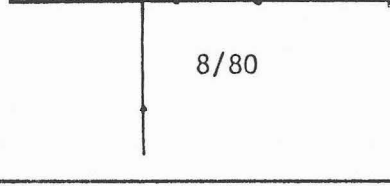
Red (mes de inicio)	E $[10^6 \frac{\text{kwh}}{\text{mes}}]$	L ₁ (km)	L ₂ (km)	{Y _i } $[10^6 \frac{\text{pax}}{\text{mes}}]$
 9/75	1,6	8,4	0,0	$\begin{bmatrix} 1,0 \\ 0,0 \\ 0,0 \\ 0,0 \\ 0,0 \end{bmatrix}$
 3/77	2,5	11,6	0,0	$\begin{bmatrix} 2,0 \\ 1,5 \\ 0,0 \\ 0,0 \\ 0,0 \end{bmatrix}$
 3/78	3,4	11,6	3,8	$\begin{bmatrix} 2,7 \\ 2,3 \\ 0,0 \\ 0,5 \\ 0,0 \end{bmatrix}$
 12/78	3,9	11,6	8,6	$\begin{bmatrix} 3,1 \\ 2,7 \\ 0,0 \\ 0,6 \\ 1,1 \end{bmatrix}$
 8/80	5,1	15,8	8,6	$\begin{bmatrix} 3,3 \\ 3,0 \\ 2,2 \\ 0,6 \\ 1,2 \end{bmatrix}$

TABLA 1: Evolución de la red del Metro y de las principales variables

	Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄	Y ₅
Y ₁	1,00000				
Y ₂	0,98622	1,00000			
Y ₃	0,61644	0,57883	1,00000		
Y ₄	0,87102	0,88515	0,57540	1,00000	
Y ₅	0,83606	0,82374	0,70092	0,82347	1,00000

TABLA 2: Matriz de correlaciones entre flujos (91 observaciones)

han sido justificados teóricamente, es posible validarlos estadísticamente. En el caso de la relación indirecta, por ser la variable flujo única en la expresión para TK_1 , la validación queda dada a través del estadígrafo t (de Student) de dicha variable, que resulta mayor o igual a 6,59, como se desprende de los modelos que luego se analizan. La validación de la relación directa entre el consumo de energía y el flujo de pasajeros puede ser realizada mediante un test F . Se plantea como hipótesis a verificar que el flujo no contribuye en forma directa a explicar el consumo de energía por tracción y que, por lo tanto, los parámetros δ_i de la ecuación 9 son nulos. El test F se basa en la variación del cuadrado de los errores al imponer esos valores en la ecuación 9. Se define \hat{F} , como

$$\hat{F} = \frac{(SSR_r - SSR_\mu) / P}{SSR_\mu / (M-K)} \quad (11)$$

donde,

- SSR_r : Suma del cuadrado de los errores en ecuación restringida.
- SSR_μ : Suma del cuadrado de los errores en ecuación no restringida.
- P : Número de parámetros a testear.
- M : Número de observaciones.
- K : Número de parámetros en ecuación no restringida.

Se puede demostrar que \hat{F} sigue una distribución F , en este caso con 5 y 84 grados de libertad. De estimar los sistemas formados por las ecuaciones 8 y 9 restringido y no restringido para la zonificación propuesta, se obtiene $\hat{F} = 43,66$. De tablas, $F(5,84)$ para el 99% de significación es 3,24. Siendo $\hat{F} > F(5,84)$, se rechaza la hipótesis, es decir, el conjunto de parámetros δ_i es estadísticamente relevante.

El sistema formado por las ecuaciones 8 y 9 fue estimado usando el procedimiento de Zellner (Seemingly Unrelated Regression) implementado en el TSP. Este sistema genera estimadores más eficientes aprovechando la evidente correlación contemporánea entre μ y θ . Por razones econométricas, las estimaciones fueron realizadas para meses equivalentes de 30 días.

Al estudiar la matriz de correlaciones entre los flujos de las cinco zonas (Tabla 2) se observa que ésta es particularmente alta entre las zonas 1 y 2. Las encuestas origen-destino que ha realizado la Dirección General de Metro para conocer mejor su estructura de flujos demuestran que existe una relación del tipo ida-vuelta entre los flujos originados en la mañana en las zonas 1 y 3 con destino en la zona 2, con los flujos originados en la zona 2 que se dirigen a las zonas 1 y 3 en la tarde. La correlación entre los flujos originados en las zonas 2 y 3 no es problemática por cuanto esta última zona corresponde a la última extensión de red; el caso de la correlación entre las zonas 1 y 2 (dos primeras extensiones de red) sólo puede ser solucionado agregando ambas zonas.

Los dos primeros modelos de los cuatro que se presentan en este trabajo corresponden a una aplicación bastante directa del modelo formulado teóricamente, para la zonificación y observaciones descritas; esto es,

$$TK_1 = \epsilon L_r + v L_1 \Sigma Y_i + \theta \quad (12)$$

$$E = \alpha TK_1 + \beta TK_2 + \delta_{1-2} (Y_1 + Y_2) + \sum_{i=3}^5 \delta_i Y_i + \mu \quad (13)$$

y su equivalente para la definición pax-km del producto,

$$TK_1 = \epsilon L_1 + v L_1 \Sigma Y_i + \theta \quad (14)$$

$$E = \alpha TK_1 + \beta TK_2 + \delta_{1-2} (Yk_1 + Yk_2) + \sum_{i=3}^5 \delta_i Yk_i + \mu \quad (15)$$

donde, Yk_i son los pasajeros-kilómetro originados por la afluencia de pasajeros en la zona i *.

Los modelos anteriores son susceptibles de ser mejorados - al menos conceptualmente - mediante la mejor especificación de una de sus variables. En efecto, el flujo que determina la frecuencia de los trenes en la línea 1 no es, en realidad, el total de la afluencia de pasajeros a la red, pues ello significaría que cualquier pasajero determina con igual probabilidad tal frecuencia. Los antecedentes que aportan las encuestas origen - destino indican claramente que los diversos flujos determinan con distinta probabilidad la carga en los tramos más cargados, que son los que - eventualmente - determinan la frecuencia de pasada de trenes en la línea 1. Con algún grado de generalidad se puede señalar que los flujos que determinan frecuencia en esta línea son aquellos que llegan, pasan o salen de la zona 2. Esto da origen a los otros dos modelos que se presentan en este trabajo, donde ΣY_i es reemplazado por Y° (afluencia determinante de frecuencia) en las ecuaciones 12 y 14.

Los resultados de la estimación de los 4 modelos se muestran en las Tablas 3 y 4; la gráfica de los valores modelados para E por el último modelo versus los valores reales observados (ambos expresados en mes equivalente) se encuentran en la Figura 2.

Al comparar en las Tablas 3 y 4 los resultados de los cuatro modelos, se concluye que la calidad estadística de ellos es la misma, salvo sutilezas. La inclusión de la variable Y° no agrega calidad estadística al modelo producto, probablemente, de la agregación temporal empleada; sin embargo, permite una interesante diferenciación entre los pasajeros que contribuyen y los que

* Estimados a partir de manipulaciones de matrices O-D disponibles y de las distancias entre estaciones.

Parámetro	Afluencia Total		Afluencia Deter. Frecuencia	
	pax	pax-km	pax	pax-km
α	16,18 (70,68)	16,26 (76,45)	16,16 (70,66)	16,25 (76,43)
β	8,69 (10,56)	8,61 (10,46)	8,70 (10,57)	8,62 (10,47)
δ_{1-2}	$0,2262 \cdot 10^{-1}$ (2,08)	$0,5128 \cdot 10^{-2}$ (1,83)	$0,2277 \cdot 10^{-1}$ (2,09)	$0,5163 \cdot 10^{-2}$ (1,84)
δ_3	$0,8335 \cdot 10^{-1}$ (6,76)	$0,1135 \cdot 10^{-1}$ (5,49)	$0,8239 \cdot 10^{-1}$ (6,67)	$0,1119 \cdot 10^{-1}$ (5,41)
δ_4	$0,7366 \cdot 10^{-1}$ (0,74)	$0,1810 \cdot 10^{-1}$ (0,95)	$0,7525 \cdot 10^{-1}$ (0,76)	$0,1839 \cdot 10^{-1}$ (0,97)
δ_5	0,2925 (6,72)	$0,3671 \cdot 10^{-1}$ (6,44)	0,2948 (6,78)	$0,3698 \cdot 10^{-1}$ (6,49)
	$\bar{R}^2 = 0,9965$ D-W = 1,37	$\bar{R}^2 = 0,9964$ D-W = 1,37	$\bar{R}^2 = 0,9965$ D-W = 1,37	$\bar{R}^2 = 0,9964$ D-W = 1,37

TABLA 3: Coeficientes de ecuaciones de energía

Parámetro	Afluencia Total		Afluencia deter. frecuencia	
	pax	pax-km	pax	pax-km
ϵ	12 160 7 (64,97)	12 159.5 (64,96)	12 257 4 (65,51)	12 256 3 (65,50)
ν	$0,1546 \cdot 10^{-3}$ (7,12)	$0,1548 \cdot 10^{-3}$ (7,12)	$0,1986 \cdot 10^{-3}$ (6,59)	$0,1987 \cdot 10^{-3}$ (6,60)
	$\bar{R}^2 = 0,9647$ D-W = 0,9430	$\bar{R}^2 = 0,9647$ D-W = 0,9428	$\bar{R}^2 = 0,9629$ D-W = 0,9304	$\bar{R}^2 = 0,9629$ D-W = 0,9302

TABLA 4: Coeficientes de ecuaciones para TK_1

no contribuyen a determinar frecuencia, para efectos del cálculo de sus consumos marginales de energía, como se verá más adelante. La definición pax-km. del producto tampoco agrega calidad estadística al modelo, pero le da una mejor expectativa para predecir consumos de energía ante cambios en el patrón de flujos.

Para visualizar cuantitativamente a través del segundo sistema la relevancia de los diversos términos que conforman las ecuaciones para E y TK_1 , se evalúa a continuación el modelo que hace uso de la afluencia determinante de frecuencia y de la definición pax-km. del producto, para el mes de septiembre de 1983. Este mes tiene 30 días, igual que el mes equivalente usado en las regresiones, por lo que no es necesario introducir ninguna corrección.

$$TK_1 = \epsilon L_1 + \nu L_1 Y^o \quad (16)$$

$$217.305,5 = 194.875,2 + 22.430,3$$

$$\% \quad (89,68) \quad (10,32)$$

El valor observado para KM_1 en este mes fue 220 996 (km); el error por defecto es de sólo un 1,67% con respecto a él.

$$E = \alpha TK_1 + \beta TK_2 + \delta_{1-2}(Yk_1 + Yk_2) + \delta_3 Yk_3 + \delta_4 Yk_4 + \delta_5 Yk_5 \quad (17)$$

$$5157351 = 3591185 + 843950 + 136950 + 144128 + 78214 + 362924$$

$$\% \quad : (69,63) \quad (16,36) \quad (2,66) \quad (2,79) \quad (1,52) \quad (7,04)$$

El valor observado para E en este mes fue 5206100 (kwh). El error, también por defecto es de un 0,94%.

Al tomar este mes particular se encuentra que el efecto peso explica el 14% del consumo de energía por tracción, correspondiendo el 86% restante al efecto recorrido. El flujo de pasajeros explica el 10,32% del kilometraje-tren de recorrido en la línea 1, lo que hace que el flujo de pasajero explique en forma directa e indirecta el 21,18% del mismo consumo*. Estos resultados son particularmente importantes si se los analiza en conjunto con los consumos de marcha blanca. En efecto, al comparar el consumo de los últimos 14 días de marcha blanca en septiembre de 1975 con el consumo medio de 14 días de operación comercial durante 1976, se observa que los 14 días de marcha blanca consumieron el 88% de lo que consumieron sus equivalentes medios durante 1976 con la misma extensión de red. Es decir, según esto el efecto peso sería del orden del 12%, muy próximo al 14% encontrado para el mes analizado.

* $21,18 = 14,0 + \frac{69,63 \times 10,32}{100}$

A partir de las ecuaciones 12 a 15 es posible calcular los consumos marginales de energía por tracción. La expresión para el primer y tercer modelo es

$$\frac{dE}{dY_i} = \alpha \cdot v \cdot L_1 \cdot \gamma + \delta_i \quad (18)$$

la expresión para el segundo y cuarto modelo, en cambio toma la forma,

$$\frac{dE}{dY_i} = \alpha \cdot v \cdot L_1 \cdot \gamma + \delta_i \cdot \bar{d}_i \quad (19)$$

donde, $\gamma = \begin{cases} 1 & \text{si el flujo } i \text{ es determinante de frecuencia en ese modelo.} \\ 0 & \text{si el pasajero no contribuye a determinar frecuencia} \end{cases}$

y $\bar{d}_i = Y_{k_i} / Y_i$, o bien se calcula a partir de las encuestas origen-destino. Este cálculo admite incluso la diferenciación de la distancia media de recorrido entre los pasajeros que determinan frecuencia y los que no la influyen, ingresando en una misma zona.

De las ecuaciones 18 y 19 se desprende que el consumo marginal de energía también distingue componentes peso y recorrido, y que los pasajeros que no contribuyen a determinar frecuencia sólo tienen componente peso. Esto último sólo es válido para los dos últimos modelos y constituye una interesante ventaja que ofrece usar la llamada afluencia determinante de frecuencia. La Tabla 5 contiene los consumos marginales de los cuatro modelos para cada una de las 5 extensiones de la red. Haciendo una breve excursión, se puede señalar que el análisis de los consumos marginales de otros modelos más agregados que fueron estimados es lo que más claramente revela la dudosa y sobretodo escasa información que entregan tales agregaciones; esto, sin perjuicio de que los ajustes estadísticos sean también inferiores. La definición pax-km. de cada componente del producto también ofrece una ventaja adicional: el mayor consumo marginal por efecto peso asociado a una zona determinada como consecuencia de una nueva extensión de red, se ve efectivamente captado con un mayor consumo marginal de energía. Es de señalar, por último, que los consumos marginales que entregan en una única columna los modelos que usan la afluencia total para explicar TK_1 tienden a ser intermedios con respecto a los dos valores comparables que entregan los otros dos modelos. Esto es esperable dada la naturaleza de unos y otros valores: uno corresponde a un pasajero medio de entre los que ingresan a una zona, en tanto que el par corresponde a dos pasajeros, uno de los cuales llega o pasa por la zona crítica y el otro no.

Finalmente, para experimentar el carácter predictivo del último modelo, se han calculado los consumos de energía por tracción para los 12 meses siguientes a la última observación utilizada en la estimación del modelo. Estos valores y los reales observados se encuentran en la Tabla 6. Los errores cometidos por el modelo varían entre un + 1,8% y un

Extensión	Zona	Primer Modelo	Segundo Modelo	Tercer Modelo		Cuarto Modelo	
				$\gamma=1$	$\gamma=0$	$\gamma=1$	$\gamma=0$
Primera	Y_1	0,0431 (3,95)	0,0375 (4,02)	0,0491 (4,41)	*	0,0435 (4,51)	*
	Y_2	-	-	-	-	-	-
	Y_3	-	-	-	-	-	-
	Y_4	-	-	-	-	-	-
	Y_5	-	-	-	-	-	-
Segunda	Y_1	0,0431 (3,95)	0,0400 (3,76)	0,0491 (4,41)	0,0228 (2,09)	0,0480 (4,03)	0,0169 (1,84)
	Y_2	0,0511 (4,60)	0,0452 (4,79)	0,0594 (5,11)	*	0,0534 (5,30)	*
	Y_3	-	-	-	-	-	-
	Y_4	-	-	-	-	-	-
	Y_5	-	-	-	-	-	-
Tercera	Y_1	0,0511 (4,60)	0,0494 (4,27)	0,0594 (5,11)	0,0228 (2,09)	0,0593 (4,62)	0,0189 (1,84)
	Y_2	0,0511 (4,60)	0,0453 (4,76)	0,0594 (5,11)	*	0,0535 (5,28)	*
	Y_3	-	-	-	-	-	-
	Y_4	0,1022 (1,03)	0,1161 (1,27)	0,1118 (1,12)	0,0752 (0,76)	0,1233 (1,38)	0,0903 (0,97)
	Y_5	-	-	-	-	-	-
Cuarta	Y_1	0,0511 (4,60)	0,0514 (4,08)	0,0594 (5,11)	0,0228 (2,09)	0,0593 (4,61)	0,0231 (1,84)
	Y_2	0,0511 (4,60)	0,0483 (4,38)	0,0594 (5,11)	*	0,0566 (4,90)	*
	Y_3	-	-	-	-	-	-
	Y_4	0,1022 (1,03)	0,1139 (1,27)	0,1118 (1,12)	0,0752 (0,76)	0,1144 (1,43)	0,0908 (0,97)
	Y_5	0,3210 (7,33)	0,3176 (7,03)	0,3314 (7,53)	0,2948 (6,78)	0,3686 (7,14)	0,2678 (6,49)
Quinta	Y_1	0,0624 (5,37)	0,0665 (4,46)	0,0738 (5,85)	0,0228 (7,09)	0,0818 (4,68)	0,0217 (1,84)
	Y_2	0,0624 (5,37)	0,0608 (5,02)	0,0738 (5,85)	*	0,0723 (5,53)	*
	Y_3	0,1231 (9,60)	0,1086 (8,17)	0,1334 (9,85)	0,0824 (6,67)	0,1236 (8,34)	0,0222 (5,41)
	Y_4	0,1134 (1,14)	0,1336 (1,36)	0,1263 (1,27)	0,0753 (0,76)	0,1510 (1,47)	0,0923 (0,97)
	Y_5	0,3322 (7,35)	0,3340 (7,24)	0,3458 (7,79)	0,2948 (6,78)	0,4419 (7,75)	0,2385 (6,49)

TABLA 5: Consumos marginales de energía (kwh/mes/pax)

Mes	Consumo real de energía (KWH)	Consumo Energía según 4° modelo (KWH)	Error (%)
Abril (1984)	4.856.200	4.836.516	- 0,4
Mayo	5.194.800	5.163.141	- 0,6
Junio	5.174.600	5.142.812	- 0,6
Julio	5.370.100	5.312.818	- 1,1
Agosto	5.320.700	5.348.095	+ 0,5
Septiembre	4.698.300	4.684.455	- 0,3
Octubre	5.275.400	5.372.115	+ 1,8
Noviembre	5.077.300	5.156.406	+ 1,6
Diciembre	5.189.300	5.277.599	+ 1,7
Enero (1985)	4.916.300	4.958.922	+ 0,9
Febrero	4.411.900	4.407.644	- 0,1
Marzo	5.093.000	5.142.520	+ 1,1

TABLA 6: Predicción consumo de energía con 4° modelo

-0,6% con una media de +0,38%. El hecho de que el modelo tienda a sobreestimar el consumo de energía encuentra su justificación en el cambio que ha experimentado últimamente el patrón de viajes: los viajes que hacen uso exclusivo de la línea 2 han aumentado de un 52% a un 60% (porcentaje con respecto al total de la afluencia de la línea 2), disminuyendo así sus distancias medias de recorrido. Este efecto se ve magnificado por un aumento relativo de la afluencia de pasajeros en la línea 2. Si bien esto debiera ser captado por las variables Y_{k_i} ($= Y_{i.} \bar{d}_i$), no fue posible hacerlo por no disponerse de encuestas origen-destino actualizadas. El cambio señalado para el patrón de viajes fue gradual a lo largo de 1984, cosa que es consistente con el signo de los errores en las 12 muestras.

4. Comentarios y Conclusiones

A pesar del grado de desagregación de las variables, el cuidado en la obtención de los datos, y el evidente poder predictivo y analítico del modelo, no se debe olvidar que el nivel de agregación temporal es total. En otras palabras, que no ha sido posible distinguir períodos del día o fines de semana en el vector de flujos mensuales. Esto limita las conclusiones que se pueden realmente extraer del modelo, y se debe estar consciente de ello.

Los parámetros estimados pueden ser analizados en términos de la teoría subyacente para probar su consistencia. De más está notar que las contribuciones marginales por peso y frecuencia estimadas, tienen el signo esperado*. Al revisar los valores absolutos o relativos de algunas variables, las magnitudes aparecen también aceptables, con algunas observaciones. Así, en promedio, un kilómetro adicional recorrido por un tren en la línea 1 genera un consumo energético marginal (α) algo menor que el doble del consumo marginal comparable en la línea 2 (β). Si bien se espera $\alpha > \beta$ por efecto de mayores pendientes y mayor recorrido subterráneo de la línea 1, es probable que esté ahí incorporado el efecto de flujos mínimos mensuales permanentes en ambas líneas, también mayor en la línea 1; tal efecto correspondería en realidad al peso, pero no sería capturable por δ_i , parámetro que es sensible sólo a las variaciones de flujo.

El caso de los parámetros ϵ y v es menos importante en el sentido predictivo, pues pertenecen a una ecuación auxiliar a la de consumo de energía. Es evidente, sí, que su interpretación es oscurecida por la presencia de aproximaciones extremadamente gruesas y reconocidamente magnificadas del flujo generador de frecuencia Y^* . En efecto, ΣY_i e Y^0 sobreestiman Y^* debido a la agregación temporal, lo que implica la inclusión de todos los días de la semana y todos los períodos del día con la misma importancia. El caso de ΣY_i presenta más dificultades pues incluye todos los flujos, cosa que no ocurre con Y^0 . A pesar de ello, las ecuaciones 2, 3, 5, 6 y 8 indican que ϵ debería estar relacionado con la frecuencia de trenes y v con el tamaño de embarque en los períodos en que la frecuencia obedece a la demanda. Así juzgados, el rango de valores estimados de ϵ parece sobrevalorar la frecuencia, en tanto que v arroja valores sensi-

* Este tipo de análisis de consistencia en los signos es común en modelos de costo o demanda.

bles para tamaños de embarque promedio en los tramos de la línea 1 y en los períodos indicados, que son los comprendidos entre 7 y 21 horas en día laboral. En efecto, recordando las ecuaciones 2 y 8, el valor $1/v$ debe ser corregido por aquel factor que lleve ΣY_i a un flujo (pax-hora) representativo de los períodos que operan según f^c . Usando valores del Anuario 1984 (Octubre) se observa que

$$\frac{\text{Volumen de pasajeros día laboral}}{\text{Volumen total}} = 0,8507$$

$$\frac{\text{Volumen de pasajeros entre 7 - 21 horas}}{\text{Volumen día laboral}} = 0,9529$$

Luego, para el v correspondiente (0,0001547),

$$\frac{1}{v} \times 0,8507 \times 0,9529 \times \frac{1}{14} = 374 \text{ pax/tren} \quad (20)$$

valor que, considerando una capacidad real de unos 800 pasajeros/tren, cae en un rango razonable ya que representa un promedio de ocupación durante todo el día en todos los tramos.

Para interpretar los resultados en términos de consumos marginales de energía en general, el segundo modelo parece el más apropiado ya que incorpora explícitamente la variación de las distancias medias de viaje, y representa el efecto medio de un pasajero cualquiera entrando al Metro en un área determinada, sin importar destino. Los valores obtenidos deben entenderse como el consumo adicional generado por un pasajero más al mes en esa zona; la importancia relativa, entonces, debería disminuir al aumentar el volumen total entrante en ella. Por otra parte, pasajeros que se movilizan a mayor distancia deberían tener un efecto mayor sobre E. Cada uno de estos factores zonales, volumen y distancia media, tiene una asociación distinta con los aspectos de peso y frecuencia, debido a lo cual no es posible hacer una correspondencia entre los primeros y estos últimos.

Los flujos representativos y distancias medias para la última extensión son las siguientes, en km. y millones de pasajeros respectivamente:

$$\bar{d} = (5,69; 3,96; 5,94; 4,88; 7,47) \quad (21)$$

$$\bar{Y} = (3,39; 3,0; 2,2 ; 0,6 ; 1,2) \quad (22)$$

Una explicación para los valores obtenidos de E_i , en la dirección sugerida en el párrafo anterior, postula que

$$E_i = E_i(\bar{d}_i, \bar{Y}_i), \quad \frac{\partial E_i}{\partial \bar{d}_i} > 0, \quad \frac{\partial E_i}{\partial \bar{Y}_i} < 0 \quad (23)$$

Si se analiza en esta perspectiva los valores de E_i en el segundo modelo, quinta extensión (Tabla 5), se concluye que la relación 23 es consistente con los valores en 21 y 22. De hecho, una pretendida relación lineal genera significativas influencias negativa de \bar{Y} y positiva de \bar{d} ; esto resulta aún más claro si se observa que el índice $\bar{d}_i + \bar{Y}_i$ se mueve en la misma dirección que E_i .

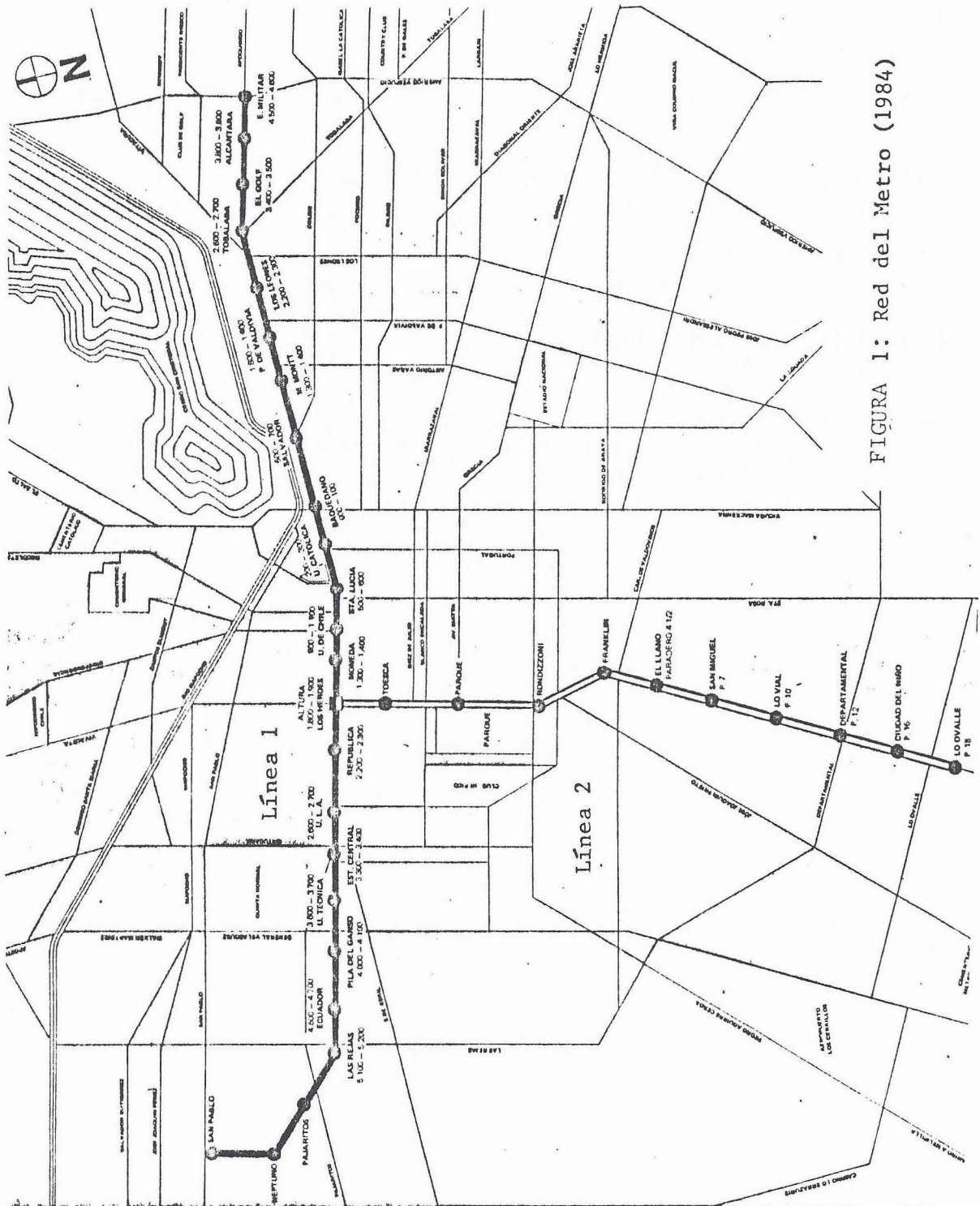
La interpretación de parámetros con sentido físico a priori, y el evidente poder predictivo del modelo, permiten proponer con cierta confianza que, en promedio, 100 pasajeros más al mes provocarán entre 2 y 44 kwh mensuales adicionales de consumo de energía, dependiendo de la zona en que entren y si inciden o no en la frecuencia ofrecida. Para una forma de operación dada, estas contribuciones marginales alcanzan sólo hasta 30 kwh/mes.

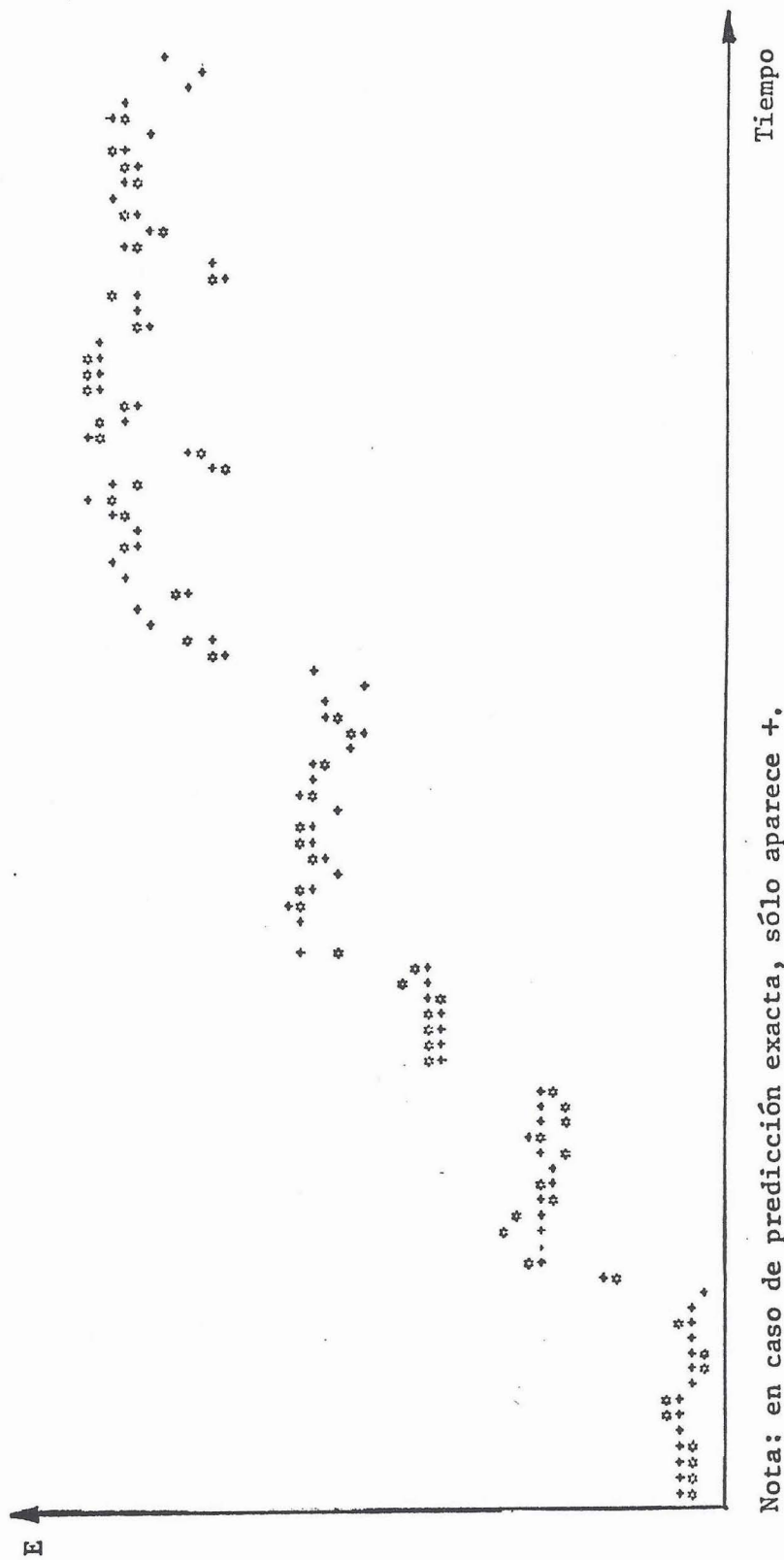
En resumen, se postula que la formulación econométrica establecida en las ecuaciones 8 y 9, capta en forma adecuada el rol del flujo en el consumo de energía de tracción del ferrocarril metropolitano de Santiago. La interpretación de los parámetros responde a las consideraciones operativas que condujeron al modelo expuesto. El rol del flujo parece ser recogido en forma sensible por la definición vectorial del producto. Se considera que el modelo que representa mejor el fenómeno estudiado, es aquel (cuarto modelo en la Tabla 5) que usa como flujo generador de frecuencia a la suma de los que pasan por la zona 2 (centro). Sin embargo, su poder predictivo está condicionado por la disponibilidad de información actualizada sobre origen y destino de los viajes.

Considerando que el input para el modelo en su forma menos sofisticada, es el vector de flujos mensuales entrantes a las cinco zonas definidas, su uso como predictor de consumos mensuales de energía parece apropiado. De hecho, siempre se podrá proceder como en el ejercicio - alentador, por cierto - de predicción resumido en la Tabla 6. Allí se usó el cuarto modelo, alimentado con información confeccionada a partir de la última encuesta de origen y destino de los viajes en Metro, aplicada a las entradas mensuales a las estaciones.

Referencias

- METRO (1983) Encuesta Origen-Destino de Viajes en Metro. Dirección General de Metro, Santiago
- METRO (1984) Metro de Santiago (Anuario). Dirección General de Metro, Santiago.
- JARA DIAZ, S.R. (1982a) The estimation of transport cost functions: a methodological review. Transport Reviews, Vol. 2, N° 3, 257-278.
- JARA DIAZ, S.R. (1982) Transportation product, transportation function and cost functions. Transportation Science, Vol. 16, N° 4, 522-539.
- JARA DIAZ, S.R. (1983) Freight transportation multioutput analysis. Transportation Research, Vol. 17A, N° 6, 429-438.
- VALENZUELA, A. (1985) El Consumo de Energía en la Estructura de Costos del Metro. Memoria de Ingeniero Civil, Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Chile, Santiago.





Nota: en caso de predicción exacta, sólo aparece +.

FIGURA 2: Valores observados (*) y estimados (+) por el modelo