

UNA INTRODUCCION A LOS MODELOS DESAGREGADOS
DE DEMANDA DE TRANSPORTE

Juan de Dios Ortúzar Salas
Departamento de Ingeniería de Transporte
Pontificia Universidad Católica de Chile

RESUMEN

Los métodos de análisis y predicción de demanda en planificación de sistemas de transporte, han recurrido tradicionalmente a datos agregados y modelos con variables dependientes continuas. Debido a una serie de razones teóricas y prácticas, los desarrollos más recientes en este campo se han concentrado en el uso de modelos desagregados (o a nivel individual) de elección entre alternativas discretas.

Este trabajo resume los elementos esenciales de estas nuevas metodologías haciendo énfasis en el problema de partición modal de viajes, que ha sido su campo de aplicación más exitoso.

1. Introducción

La utilización de modelos (agregados) de demanda en la planificación de sistemas de transporte se remonta a los comienzos de la década del 50 [1,2,3], y ya a principios de la década del 60 existía un cuerpo metodológico aparentemente bien entendido y documentado [4]. No obstante el trabajo pionero de investigadores como Warner [5] u Oi y Shuldiner [6], que mostraba la existencia de serias deficiencias en las metodologías agregadas desarrolladas hasta ese entonces, ésta primera generación de modelos siguió siendo utilizada en forma mayoritaria en proyectos de transporte hasta fines de la década del 70. De hecho sólo hace unos pocos años se empezaron a considerar en forma seria los modelos desagregados o de la segunda generación [7,8], que sin duda constituyen un avance metodológico significativo en cuanto a técnicas de estimación de demanda (Williams [9] presenta una buena revisión del desarrollo teórico en este área).

El marco conceptual en que se han desarrollado estos nuevos modelos, de elección discreta a nivel individual, es el de la Teoría de la Utilidad Aleatoria [7, 10]; ésta, que es utilizada en [11] para discutir las principales características, hipótesis y problemas de una gran variedad de estructuras funcionales, básicamente postula que:

i) Los individuos q , pertenecientes a una cierta población o segmento de mercado Q , actúan en forma determinística y racional al escoger entre un conjunto de alternativas, estando sujetos a las mismas restricciones.^{1/}

ii) Dado que el modelador, que es un observador del sistema, no posee información perfecta respecto a los atributos de cada alternativa $A_i \in A = \{A_1, A_2, \dots, A_N\}$, ni respecto a las características socio-económicas de cada individuo, él establece una "utilidad representativa", \bar{U}_i (para el grupo de individuos y para cada alternativa $A_i \in A$), y supone que toda la variabilidad observable en la población Q se debe a elementos aleatorios, ϵ_i , tales que:

$$U_i = \bar{U}_i + \epsilon_i \quad (1)$$

iii) La probabilidad de escoger la opción A_i , viene dada por:

$$\begin{aligned} P_i &= \text{Prob} \{ U_i \geq U_j, \forall A_j \in A \} \\ &= \int_{R_i} f(U) dU \end{aligned} \quad (2)$$

en que $f(U)$ es la función de distribución conjunta de $\{U_1, U_2, \dots, U_N\}$ y R_i es la región del espacio de utilidad definida por:

$$\begin{aligned} R_i: \quad &U_i \geq 0 \\ &U_i \geq U_j, \quad \forall A_j \in A \end{aligned}$$

A partir de estos fundamentos, es posible generar distintos modelos haciendo diferentes hipótesis acerca de la distribución conjunta de los U_i , o lo que es igual, de los residuos estocásticos ϵ_i . Por ejemplo, si éstos se distribuyen Weibull, son independientes y tienen igual varianza, se obtiene el sencillo

^{1/} Esto es, escoger la alternativa con mayor utilidad neta asociada.

y conveniente modelo Logit Simple [12], dado por:

$$P_i = \frac{\exp(\bar{U}_i)}{\sum_j \exp(\bar{U}_j)} \quad (3)$$

Si, por otro lado, los ϵ_i tienen una distribución Normal multivariada general, se obtiene el poderoso (pero computacionalmente difícil de implementar) modelo Probit Múltiple [13], que no posee una expresión analítica sencilla como (3) y que en la práctica requiere de aproximaciones para casos que envuelven más de 3 alternativas.

En este trabajo discutiremos brevemente algunos aspectos relacionados con la aplicación de estos modelos de elección discreta, haciendo especialmente referencia al uso del sencillo Logit Simple en problemas de predicción de la partición modal para viajes al trabajo. En la sección 2 nos ocuparemos de la recolección y medición de datos; la sección 3 estará dedicada al problema de especificación y la sección 4 al de estimación de modelos. Finalmente, en la sección 5 nos referiremos al problema de agregación que es necesario resolver para la aplicación práctica de estas herramientas. No pretendemos cubrir en profundidad todos estos aspectos, por lo que referimos a quienes estén interesados a buenas discusiones generales de fácil acceso en la literatura especializada [7,9,14,15,16 y 17].

2. Recolección y medición de datos.

A pesar de que en teoría suelen existir varios enfoques alternativos para atacar un problema determinado, la mera disponibilidad de datos suele reducir la elección a un sólo método. Históricamente la metodología dominante en planificación de transporte, ha consistido en recolectar datos para un sólo instante de tiempo (cross-section), típicamente acerca de las preferencias exhibidas por los usuarios del sistema, aunque en ciertas oportunidades se han preferido enfoques alternativos basados en información declarada por los usuarios [15, 18, 19]. El problema de estos métodos es que no es posible (con datos para un sólo instante de tiempo) discriminar entre la gran variedad de fuentes de dispersión de la información, tales como variación en las preferencias, restricciones operativas o hábitos conductuales [16, 20]. Por otro lado, modelos basados en paneles, datos de series de tiempo, o simplemente en información del tipo 'antes y después', que podrían permitir testear en forma directa y quiézas rechazar hipótesis nulas relativas a la respuesta conductual de los usuarios, tienen asociados problemas técnicos propios cuya discusión escapa al ámbito de este trabajo (ver [21] para una interesante aplicación). Un área problema relacionado con la anterior, es la de medición de variables que se esquematiza en la Figura 1. Desgraciadamente se ha avanzado muy poco en este aspecto y de hecho no ha sido posible cuantificar ninguna de las relaciones o elementos de la figura. Sin embargo, se pueden encontrar excelentes discusiones del tema en [22] y [23].

El desarrollo e implementación de modelos de demanda de transporte ha estado asociado tradicionalmente a la recolección de gran cantidad de datos, incluyendo costosas encuestas origen-destino de viajes [3, 4, 7, 8]. Debido a que los modelos agregados convencionales utilizaban información a nivel zonal, se requerían muestras aleatorias de gran tamaño para la etapa de calibración, y es bien sabido [24] que en muchas ocasiones los recursos consumidos en la

recolección y análisis de estos datos eran de tal magnitud, que no era posible examinar posteriormente más que unas pocas alternativas de solución al problema. En este sentido, debido a que los modelos desagregados de demanda requieren observaciones sobre individuos y no sobre grupos definidos geográficamente, pueden en ciertas ocasiones tener la ventaja de reducir sustancialmente los costos de adquisición de datos.

La mayoría de las aplicaciones prácticas de modelos de elección discreta en planificación de transporte, se han basado en datos provenientes de una muestra aleatoria (ver [25] para una revisión de la experiencia europea). Algunos estudios han utilizado muestras estratificadas, en que la población analizada se divide en grupos de acuerdo a alguna característica de especial interés, que debe ser conocida de antemano (como la tasa de motorización), y cada sub-población se muestrea en forma aleatoria [26]. Es necesario hacer notar que tanto el muestreo en forma aleatoria como estratificada, puede ser muy costoso cuando una alternativa de interés tiene muy baja probabilidad de selección, ya que para lograr una representación razonable de ella puede ser necesario recolectar una muestra muy grande. Una posible solución a este problema consiste en tomar una muestra basada en la elección (esto es, extrayendo las observaciones en base al resultado del proceso de decisión en estudio), diseñada de manera que el número de usuarios que escoje la opción de baja probabilidad esté predeterminado. Este tipo de encuestas es bastante común en estudios de transporte (encuestas en buses, trenes, estacionamientos o a la vera del camino) y es posible obtenerlas con frecuencia a muy bajo costo; sin embargo se han usado en muy raras ocasiones para calibrar modelos desagregados de demanda, debido a la forma en que deben estimarse los parámetros de estos modelos (ver sección 4). De hecho, cada estrategia de muestreo resulta en una distribución distinta de las elecciones observadas y características generales de la muestra, por lo que tiene asociada una función de calibración particular (por ejemplo, la verosimilitud). Aun cuando los dos primeros métodos de muestreo no presentan problemas en cuanto a utilización del software existente, el enfoque basado en la elección requiere de algunas modificaciones [27] o los programas producirán parámetros sesgados.

A fin de escoger la estrategia de muestreo más adecuada (lo que desafortunadamente es un problema muy específico a cada situación particular), deben tomarse en cuenta los siguientes aspectos [28] :

- el costo de los distintos métodos de muestreo
- el proceso de elección modelado
- las características de la población estudiada
- el costo social de aplicar políticas inadecuadas debido a errores de estimación; un interesante ejemplo acerca de la posible magnitud de estos costos se presenta en [18] .

sin embargo, el problema no posee normalmente una solución única, por lo que se recomienda examinar con cuidado la discusión que se hace en [16] y [27] .

3. Especificación de modelos.

En general la estructura de un modelo, las variables explicativas consideradas y la forma de las funciones de utilidad, son todos aspectos susceptibles de análisis y experimentación [29], y a menudo dependen fuertemente del contexto del estudio y los datos disponibles. Si bien tanto la intuición como las consideraciones de tipo teórico son muy valiosas en esta etapa de búsqueda, a menudo un factor pragmático de gran importancia es la disponibilidad de software

especializado. De hecho, una de las razones que explican la enorme popularidad del modelo Logit Simple (LS) es que puede ser fácilmente estimado con software disponible, mientras que estructuras más generales presentan enormes dificultades [13].

Por otro lado, las limitaciones de los modelos de elección compensatorios, tipificados por la estructura LS, han constituido una de las motivaciones básicas para el desarrollo de modelos alternativos del proceso de decisión (como, por ejemplo los lexicográficos cuyo representante más conocido es el modelo de 'eliminación por aspectos' [30] de Tverski); no obstante, se ha argumentado [20] que en cierto sentido el desarrollo de estructuras de utilidad aleatoria más generales como el modelo Probit [13], ha eliminado algunas de las justificaciones originales para construir estos modelos alternativos. Esto no quiere decir, sin embargo, que los modelos convencionales vayan a ser a-priori más adecuados; el problema es, como ya mencionamos, que aún cuando las diferentes estructuras tienden a producir distintos estimadores de los parámetros y elasticidades, no es posible discriminar entre ellas con datos de corte transversal.

La búsqueda de la mejor especificación de un modelo también está relacionada con la forma de las funciones de utilidad. Si bien hay consenso de que en el caso de partición modal, el que las funciones de utilidad sean lineales en los parámetros (lo que es una hipótesis muy conveniente) como en (4),

$$\bar{U}_i = \sum_K \theta_K X_{Ki} \quad (4)$$

en que:

θ_K = coeficiente del atributo K

X_{Ki} = K -ésimo atributo de la alternativa A_i

no presenta problemas, en otros contextos como elección de destino, el consenso es que funciones no-lineales son más apropiadas [25, 31, 32]. El problema en este caso es en parte la falta de software de estimación apropiado y en parte el hecho de que para expresiones no-lineales de utilidad, no hay garantía de que la función de verosimilitud tenga un máximo único [13]. Se han propuesto tres enfoques para resolver este problema:

- la utilización de técnicas del tipo medición funcional o análisis conjunto, y datos de laboratorio [19, 33]
- la utilización de transformaciones estadísticas, como los métodos de Box-Cox [34]
- el uso constructivo de la teoría económica para derivar la forma funcional [35]

Es necesario destacar que formas no-lineales de utilidad implican diferentes mecanismos de compromiso que los tradicionalmente asociados a conceptos tales como el 'valor del tiempo' [23]; además, se ha demostrado que las elasticidades y poder explicativo de un modelo varían en forma dramática con la forma funcional.

El último problema que resta por considerar, en cuanto a especificaciones de modelo, es que estructura utilizar (por ejemplo, Logit o Probit) y dada ésta, que variables debieran entrar en la función de utilidad y en que forma. El primer problema sólo puede resolverse examinando la situación particular en estudio, y va a depender de factores tales como tiempo y recursos disponibles para la modelación (el modelo LS es mucho más sencillo y barato que el resto de sus competidores); grado de exactitud de respuesta requerido; existencia de correlación entre alternativas, etc. El problema es que usar un modelo inadecuado

(como el LS cuando no se cumplen las hipótesis utilizadas para generarlo^{1/}) puede conducir a serios errores [20, 36, 37].

La decisión acerca de que variables entrar en la función de utilidad y en que forma (por ejemplo genéricas o específicas a cada alternativa), generalmente se toma en base a los resultados de un proceso del tipo 'step wise' (como en regresión lineal), testeando si la nueva variable o forma considerada, añda poder explicativo al modelo [16].

4. Estimación de modelos.

Esta etapa consiste en determinar los valores de los coeficientes o parámetros θ_k de la ecuación (4), a fin de reproducir con el modelo las observaciones en la mejor forma posible. La técnica de estimación más adecuada es el método de máxima verosimilitud, que requiere de una muestra que entregue la siguiente información para cada uno de sus miembros:

- que alternativa fue escogida
- los atributos relevantes (variables de nivel de servicio) de todas las alternativas que el individuo tiene disponibles
- los atributos relevantes (variables socio-económicas) de cada individuo

Para ejemplificar el proceso de estimación, consideremos una muestra de tres viajeros (observaciones) que deben decidir entre dos alternativas. Para simplificar, supongamos que existe un solo atributo (x) y que estamos utilizando un modelo LS, de modo que:

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= \frac{e^{\theta x_1}}{e^{\theta x_1} + e^{\theta x_2}} \\ P_2 &= 1 - P_1 = \frac{e^{\theta x_2}}{e^{\theta x_1} + e^{\theta x_2}} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

además, supongamos que las observaciones fueron:

Observación	Alternativa Escogida	x_1	x_2
1	1	5	3
2	1	1	2
3	2	3	4

En este caso, para cualquier valor de θ , la verosimilitud de la muestra, L , está dada por:

$$L = \frac{e^{5\theta}}{e^{5\theta} + e^{3\theta}} \cdot \frac{e^{\theta}}{e^{\theta} + e^{2\theta}} \cdot \frac{e^{4\theta}}{e^{3\theta} + e^{4\theta}} \quad (6)$$

Como se puede ver en la Figure 2 (en que se ha graficado $\ln L$ por conveniencia), diferentes valores de θ resultan en distintos valores de L . En nuestro ejemplo, el valor $\theta=0,756$ maximiza a L y con esta estimación el modelo prediciría las siguientes probabilidades de elección:

1/ Básicamente alternativas independientes e inexistencia de variaciones de gustos en la población [7].

Observación	Probabilidades de Elección	
	Alternativa 1	Alternativa 2
1	0,82	0,18
2	0,32	0,68
3	0,32	0,68

Por supuesto que en el caso general se tendrían muchos más coeficientes (normalmente entre 10 y 30), observaciones (500 a 1000) y alternativas (entre 3 y 10), por lo que se justifica utilizar paquetes estadísticos especializados como QUAIL, MLOGIT o BLOGIT (ver [12] y [13] para una discusión de los detalles matemáticos de estos procedimientos).

Las salidas de los programas de estimación se parecen bastante a las de paquetes estadísticos de regresión tradicionales. Típicamente se incluye una tabla con los valores de los coeficientes estimados, sus errores estándar y estadígrafos t (de una aproximación Normal por lo que el valor crítico al 95% es 1,96). Además, se suelen entregar otros estadígrafos de interés como los siguientes:

- i) El valor del logaritmo de la función de verosimilitud si todos los coeficientes son cero ($l(0)$).
- ii) El mismo valor para el máximo ($l(\theta)$)
- iii) La razón de verosimilitud ($2-(l(\theta)-l(0))$), que para muestras grandes tiene una distribución χ^2 con grados de libertad iguales al número de coeficientes estimados.
- iv) El índice $\rho^2 = 1 - l(\theta)/l(0)$, que es similar en espíritu al estadígrafo R^2 de regresión lineal múltiple, en el sentido de variar entre 0 (no hay ajuste) y 1 (ajuste perfecto). Sin embargo, no tiene una interpretación, intermedia similar a R^2 y se debe tener cuidado al utilizarlo. Buenas discusiones en cuanto al problema de estimación y los índices de bondad de ajuste utilizados, se pueden encontrar en [14], [15], [16], [38] y [39].

5. El problema de agregación:

En una interpretación econométrica de los modelos de demanda, la agregación sobre características no observables tiene como resultado un modelo de decisión probabilístico, y la agregación sobre la distribución de características observables produce las relaciones macro o agregadas, convencionales [17]. De esta forma, el problema de agregación depende en gran medida de la descripción del sistema asociada al marco de referencia utilizado por el modelador, ya que éste determina el grado de variabilidad a ser contabilizado en cualquier relación causal. Por ejemplo, la explicación de la dispersión estadística de un conjunto de datos determinado, es muy diferente para un observador que utilice como marco de referencia el enfoque de maximización de la entropía [40], que para otro que se base en la teoría de la utilidad aleatoria, aún cuando ambos arriben a modelos formalmente idénticos (Williams [9] discute este fenómeno conocido como 'equifinalidad').

En nuestro caso el problema de agregación se reduce a la teóricamente sencilla operación de integrar o sumar las relaciones micro, como (3), estimadas a nivel individual. En la práctica el proceso sólo es sencillo si estamos interesados en predicciones de corto plazo acerca de la partición modal en el viaje al trabajo. En otros casos, particularmente en modelos de distribución o localización, el problema práctico es muy difícil de resolver y requiere de hipótesis bastante extremas y gran cantidad de datos [41].

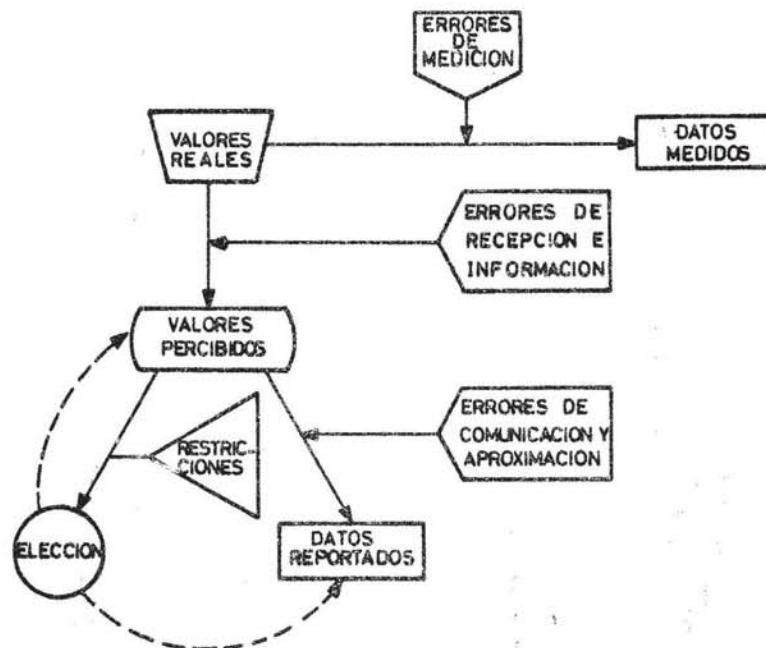


FIGURA 1 RELACION ESPECULATIVA ENTRE EL PROCESO DE ELECCION Y LA MEDICION DE ATRIBUTOS.

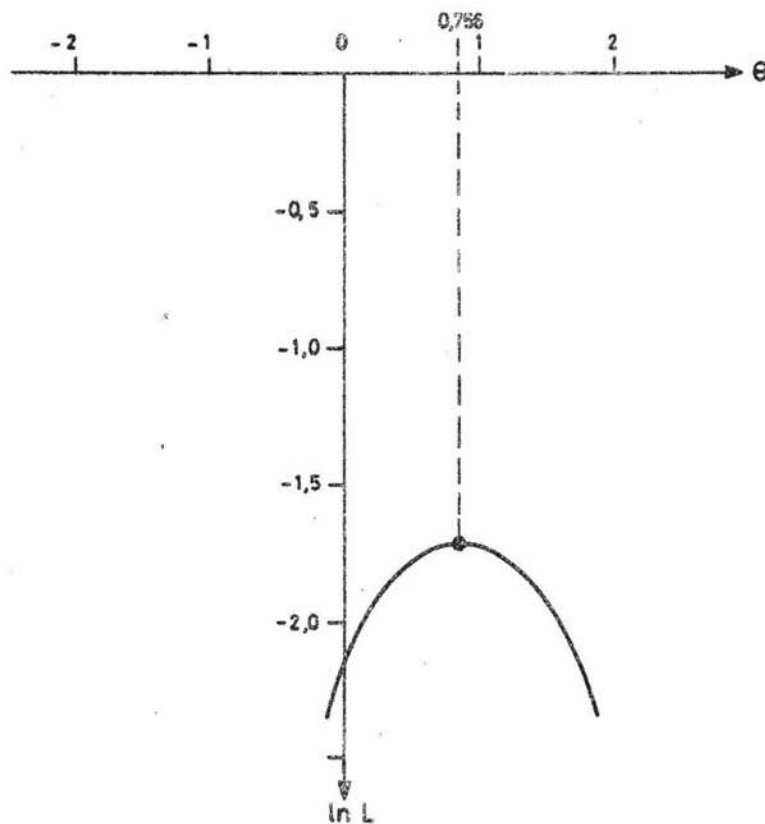


FIGURA 2 FUNCION LOGARITMO DE LA VEROSIMILITUD PARA EL EJEMPLO

Los métodos de agregación propuestos en la literatura [41,42,43,44] ofrecen diferentes estrategias técnicas para llevar a cabo la integración sobre relaciones micro, e incluyen entre otros: el enfoque 'inocente', la enumeración muestral y el método de clasificación.

El primer enfoque plantea la sustitución directa de valores agregados (o promedio) de las variables explicativas en las funciones de elección micro (que son típicamente no-lineales). El método, que es extremadamente simple, puede producir enormes sesgos de agregación por lo que no es recomendado. En el enfoque de enumeración muestral, el impacto de una política dada en la muestra (que es supuestamente representativa) se determina a partir de las funciones individuales, y las predicciones para la población sólo dependen de la estrategia de muestreo utilizada. Este método es muy exacto en el corto plazo, pero debe ser modificado cuando las características de la población cambian durante el horizonte de predicción [45].

En el método de clasificación, la población total se divide en grupos relativamente homogéneos y se utilizan los valores promedio de las variables explicativas para determinar la demanda en cada categoría de acuerdo al enfoque inocente. La exactitud y eficiencia del método dependen tanto del tipo y número de grupos, como de las características de las variables incluidas.

REFERENCIAS

1. FRATAR, T.J. (1954) Forecasting distribution of interzonal vehicular trips by successive approximations. Highway Research Board Proceedings, Vol 33, pp. 17-28.
2. CARROLL, J.D. (1957) Future traffic predictions for the Detroit area. Highway Research Board Proceedings, Vol 36, pp. 71-89.
3. CATS (1959) Chicago Area Transportation Study. Final Report, Chicago, EE.UU.
4. MARTIN, B.V., MEMMOT, F.W. y BONE, A.J. (1961) Principles and techniques of predicting future demand for urban area transportation. MIT Research Report N° 38, Cambridge, EE.UU.
5. WARNER, S.L. (1962) Strategic Choice of Mode in Urban Travel: A Study in Binary Choice. Northwestern University Press, Evanston.
6. OI, K.I.Y. y SHULDINER, P.W. (1962) An Analysis of Urban Travel Demands. Northwestern University Press, Evanston.
7. DOMENCICH, T.A. y Mc FADDEN, D. (1975) Urban Travel Demand: A Behavioural Analysis. North Holland, Amsterdam.
8. SPEAR, B.D. (1977) Applications of new travel demand forecasting techniques to transportation planning: A study of individual choice models. Federal Highway Administration, U.S. Department of Transportation, Washington, D.C., EE.UU.
9. WILLIAMS, H.C.W.L. (1981) Travel demand forecasting: an overview of theoretical developments. En D.J. Banister y P.G. Hall (eds.), Transport and Public Policy Planning. Mansell, Londres.

10. WILLIAMS, H.C.W.L. (1977) On the formation of travel demand models and economic evaluation measures of user benefit. Environment and Planning A, Vol 9, N°3, pp. 285-344.
11. ORTUZAR, J. de D. y WILLIAMS, H.C.W.L. (1982). Una interpretación geométrica de los modelos de elección entre alternativas discretas basados en la teoría de la utilidad aleatoria. Apuntes de Ingeniería 7, pp. 25-50.
12. Mc FADDEN, D. (1974) Conditional logit analysis of qualitative choice behaviour. En P. Zarembka (ed.), Frontiers in Econometrics. Academic Press, Nueva York.
13. DAGANZO, C.F. (1979) Multinomial Probit - The Theory and its Applications to Demand Forecasting. Academic Press, Nueva York.
14. Mc FADDEN, D. (1979) Quantitative methods for analysing travel behaviour of individuals: Some recent developments. En D.A. Hensher y P.R. Stopher (eds.), Behavioural Travel Modeling. Croom Helm, Londres.
15. HENSHER, D.A. y JOHNSON, L.W. (1981) Applied Discrete Choice Modelling. Croom Helm, Londres.
16. ORTUZAR, J. de D. (1982) Fundamentals of discrete multimodal choice modeling. Transport Reviews, Vol 2, N°1, pp. 47-78.
17. WILLIAMS, H.C.W.L y ORTUZAR, J. de D. (1982a) Travel demand and response analysis-some integrating themes. Transportation Research, Vol 16 A, N°5/6, pp. 345-362.
18. GENSCHE, D.H. (1980) Choice model calibrated on current behaviour predicts public response to new policies. Transportation Research, Vol 14 A, N°2, pp. 137-142.
19. HENSHER, D.A. y LOUVIERE, J.J. (1979) Behavioural intentions as predictors of very specific behaviour. Transportation, Vol 8, N°2, pp. 167-182
20. WILLIAMS, H.C.W.L. y ORTUZAR, J. de D. (1982 b) Behavioural theories of dispersion and the mis-specification of travel demand models. Transportation Research, Vol 16B, N°3, pp. 167-219.
21. JOHNSON, L.W. y HENSHER, D.A. (1982) Application of multinomial probit to a two-period panel data set. Transportation Research, Vol 16 A, N°5/6, pp. 457-464.
22. DALY, A.J. (1978) Issues in the estimation of journey attribute values. En D.A. Hensher y M.Q. Dalvi (eds), Determinants of Travel Choice. Saxon House, Sussex.
23. BRUZELIUS, N. (1979) The Value of Travel Time - Theory and Measurement. Croom Helm, Londres.
24. BOYCE, D.E., DAY, N.D. y Mc DONALD, C. (1970) Metropolitan Plan Making. Monograph Series N°4, Regional Science Research Institute, Philadelphia.
25. DALY, A.J. (1981) Behavioural travel modelling: some European experience. En D.J. Banister y P.G. Hall (eds.), Transport and Public Policy Planning. Mansell, Londres.

26. COSSLETT, S. (1980) Efficient estimation of discrete choice models. En C.F. Manski y D. Mac Fadden (eds.), Structural Analysis of Discrete Data: With Econometric Applications. MIT Press, Cambridge, Mass.
27. LERMAN, S.R. y MANSKI, C.F. (1976) Alternative sampling procedures for calibrating disaggregate choice models. Transportation Research Record 592, pp. 24-28.
28. LERMAN, S.R. y MANSKI, C.F. (1979) Sampling design for discrete choice analysis of travel behaviour: the state of the art. Transportation Research, Vol 13A, N°1, pp. 29-44
29. LEAMER, E. (1978) Specification Searches: Ad Hoc Inference with Nonexperimental Data. Wiley, Nueva York.
30. TVERSKI, A. (1972) Elimination by aspects: a theory of choice. Psychological Review, Vol 79, N°4, pp. 281-299.
31. FOERSTER, J.F. (1981) Nonlinear and noncompensatory perceptual functions of evaluation and choice. En P.R. Stopher, A.H. Meyburg y W. Brog (eds.), New Horizons in Travel-Behaviour Research. D.C. Heath and Co., Lexington.
32. LOUVIERE, J.J. (1981) On the identification of the functional form of the utility expression and its relationship to discrete choice. Apéndice B de Hensher, D.A. y Johnson, L.W. (1981) (op. cit), pp. 385-415.
33. LERMAN, S.R. y LOUVIERE, J.J. (1978) The use of functional measurement to identify the form of utility functions in travel demand models. Transportation Research Record 673, pp. 78-85.
34. GAUDRY, M.J.I. y WILLS, M.J. (1978) Estimating the functional form of travel demand models. Transportation Research, Vol 12, N°4, pp. 257-289.
35. TRAIN, K. y Mc FADDEN, D. (1978) The goods/leisure trade-off and disaggregate work trip mode choice models. Transportation Research, Vol 12, N°5, pp. 349-353.
36. ORTUZAR, J. de D. (1980) Mixed-mode demand forecasting techniques. Transportation Planning and Technology, Vol 6, N°2, pp. 81-95.
37. HOROWITZ, J.L. (1981) Sources of error and uncertainty in behavioral travel demand models. En P.R. Stopher, A.H. Mayburg y W. Brog (eds.), New Horizons in Travel Behaviour Research. D.C. Heath and Co., Lexington.
38. TARDIFF, T.J. (1976) A note on goodness-of-fit statistics for probit and logit models. Transportation, Vol 5, N°4, pp. 377-388.
39. GUNN, H.F. y BATES, J.J. (1982) Statistical aspects of travel demand modelling. Transportation Research, Vol 16A, N°5/6, pp. 371-382.
40. WILSON, A.G. (1970) Entropy in Urban and Regional Modelling. Pion, Londres.

41. Mc FADDEN, D. y REID, F. (1975) Aggregate travel demand forecasting from disaggregate behavioural models. Transportation Research Record 534, pp. 24-37.
42. KOPPELMAN, F.S. (1976) Guidelines for aggregate travel prediction using disaggregate choice models. Transportation Research Record 610, pp. 19-24.
43. BOUTHELIER, F. y DAGANZO, C.F. (1979) Aggregation with multinomial probit and estimation of disaggregate models with aggregate data: a new methodological approach. Transportation Research, Vol 13B, N°2, pp. 133-146.
44. REID, F.A. (1978) Systematic and efficient methods for minimizing errors in aggregate predictions from disaggregate models. Working paper 7801, Institute of Transportation Studies, University of California at Berkeley.
45. BEN-AKIVA, M.E. y ATHERTON, T.J. (1977) Methodology for short-range travel demand prediction: analysis of carpooling incentives. Journal of Transport Economics and Policy, Vol 11, N°3, pp. 224-261.