

PREDICCIÓN DE LA VELOCIDAD MEDIA A PARTIR DE FLUJOS AGREGADOS
EN VIAS URBANAS *

Jaime Gibson A., Sergio R. Jara-Díaz y Rodrigo Díaz

Departamento de Ingeniería Civil, U. de Chile
Casilla 5373, Santiago, Chile.

R E S U M E N

En este trabajo se presenta un método para la predicción de velocidades medias a considerar en la formulación y evaluación de proyectos viales urbanos, tanto de gestión como de inversión. Sobre la base de información desagregada a nivel de pelotón, se construyen relaciones volumen - tiempo de viaje, las que a su vez permiten reproducir curvas agregadas bajo ciertos supuestos acerca de la distribución de los flujos que las originan. Se desarrolla los aspectos teóricos fundamentales y se presenta un ejemplo real, con información recolectada mediante grabación en video-cassette.

* Esta investigación ha sido financiada parcialmente con un subsidio del Fondo Nacional de Desarrollo Tecnológico, Proyecto 573-82.

1. Introducción.

Si bien es un hecho aceptado el que la velocidad de circulación en un arco de la red urbana de capacidad finita es función del volumen vehicular, no ha sido hasta aquí posible encontrar relaciones flujo-velocidad satisfactorias en vías urbanas de Santiago. Nuestra hipótesis central es que ello se ha debido a la aplicación de metodologías no capacitadas para captar la esencia del problema. Es precisamente el objetivo de este trabajo justificar, desarrollar y aplicar experimentalmente una nueva y sencilla metodología de estimación de relaciones flujo-velocidad, necesarias para la predicción de velocidades por tramo, las que a su vez son dato esencial para el análisis y evaluación de proyectos viales urbanos.

La forma usual de trabajo ha sido la de medir tiempos de viaje en tramos de longitud conocida, asociando su promedio al volumen vehicular obtenido en el mismo lapso de medición, normalmente de 10 minutos o más; así se obtiene una observación. Luego de contar con una serie de observaciones se intenta establecer relaciones entre tiempo de viaje y volumen vehicular (la que es obviamente la inversa de la buscada), a partir de las cuales la velocidad es fácilmente calculable.

Los fundamentos de la dependencia de la velocidad con respecto al flujo, están en la interacción entre vehículos, cuyo grado aumenta al aumentar el volumen. Luego, la velocidad media de un grupo de vehículos es efectivamente dependiente del flujo al cual ese grupo pertenece. Al tomar tiempos medios y asociarlos a volúmenes medidos en lapsos largos, se confunde la influencia de los muchos grupos vehiculares que generan el volumen agregado. El fenómeno a estudiar queda así enmascarado por la agregación. A pesar de ser la relación básica, flujo-velocidad, de carácter prácticamente instantáneo, para captarla en buena forma es suficiente remitirse a volúmenes más homogéneos de vehículos*. En el caso de existir semáforo aguas arriba, tal grupo lo da en forma natural el pelotón que pasa durante el verde efectivo, ya que allí existe interacción real entre vehículos.

La hipótesis descrita ha sido confirmada por nuestra investigación. Si se utiliza como unidad de análisis un pelotón de vehículos, se observa que, a partir de un cierto nivel de flujo, el tiempo medio de viaje de los vehículos que lo conforman crece sistemáticamente con el flujo. Se observa que al agregar los pelotones, tal relación es imposible de detectar.

Pero en la práctica la relación flujo-velocidad se utiliza para períodos largos. Lo común es recurrir a ella para estimar un valor de la velocidad para un flujo horario (que puede ser representativo de un período más largo) medido o estimado por otros medios. El problema, pues, consiste en que la relación debe estimarse desagregadamente y usarse agregadamente. En la sección siguiente se describe un método para resolver este problema. Una aplicación experimental es el contenido de la sección 3, en tanto que en la última parte se entregan las principales conclusiones y recomendaciones.

* Gibson y Riveros (1982) aplicaron este principio al analizar la relación flujo-velocidad en vías suburbanas; se reportan allí volúmenes vehiculares medidos en lapsos de un minuto.

2. Formulación teórica.

A pesar de ser la relación volumen-velocidad la que deseamos establecer para predecir, es evidente que una relación tiempo de viaje-volumen es convertible a aquella en tramos de longitud conocida. Este es el tipo de relación que hemos elegido construir.

La metodología propuesta está basada en establecer primero una relación que realmente capte el fenómeno de interacción entre vehículos. Este proceso de estimación de una relación desagregada, debe efectuarse con datos por pelotón de vehículos. El tiempo de viaje debe medirse para cada uno de los vehículos o para una muestra representativa de ellos y obtenerse su media para cada pelotón. La relación es de la forma :

$$\begin{aligned} \bar{t}_d(q) &= \bar{t}_o & 0 < q \leq q_c \\ \bar{t}_d(q) &= f_d(q) & q_c \leq q \leq C_s \end{aligned} \quad (1)$$

donde :

- $\bar{t}_d(q)$ = tiempo medio de viaje de un pelotón de flujo q [seg.]
- \bar{t}_o = tiempo medio de viaje en condiciones de flujo libre [seg.]
- q_c = flujo, por pelotón, límite de la circulación libre [veh/hr]
- C_s = capacidad de la vía (flujo máximo posible por pelotón) [veh/hr]
- $f_d(q)$ = función a estimar.

Para obtener una relación agregada, es fundamental reconocer que un flujo agregado \bar{q} dado, puede ser el resultado de muy diversas combinaciones de flujos por pelotón. Designaremos por $P(q/\bar{q})$ la probabilidad de que exista un pelotón de flujo q en un período cuyo flujo promedio (o agregado) es \bar{q} . La relación desagregada (1) se transforma en agregada mediante la conversión.

$$\bar{t}(\bar{q}) = \int_0^{q_c} \bar{t}_o P(q/\bar{q}) dq + \int_{q_c}^{C_s} f_d(q) P(q/\bar{q}) dq \quad , \quad (2)$$

que simplemente reconoce que $\bar{t}(\bar{q})$ es el valor esperado de $\bar{t}_d(q)$ dado \bar{q} . De esta forma, la (correcta) relación analítica estimada en (1) es transformada analíticamente en una curva agregada.

En el proceso descrito, es evidente el importante rol de la función de distribución de flujos $P(q/\bar{q})$, la que debe asumirse necesariamente continua para que la expresión (2) también lo sea. Otras experiencias y los datos de esta misma investigación sugieren que una normal se ajusta bien. Dado que $0 < q \leq C_s$, hay que truncar la distribución normal para evitar la inclusión de flujos imposibles. El truncamiento es complejo cerca de los extremos del intervalo factible pero, en la práctica, esas zonas carecen

de interés. Si el flujo promedio es muy bajo, seguramente no habrá semáforo aguas arriba y, en consecuencia, no hay pelotones, que es el caso que interesa. Por otro lado, si hay semáforo aguas arriba, es imposible que el flujo promedio se acerque a la capacidad de la vía, salvo que ésta sea bastante menor que la del tramo precedente. Es decir, el truncamiento es razonablemente factible. Cada valor de $P(q/\bar{q})$ se amplifica por un factor constante, de modo que su integral entre los límites introducidos siga siendo 1. Es también razonable pensar que la varianza de $P(q/\bar{q})$ sea distinta para distintos valores de \bar{q} ; hay buenas razones para esperar que la varianza disminuya hacia los extremos.

¿Qué forma cabe esperar para $\bar{t}(\bar{q})$? Estudios previos han propuesto diversas formas para $f_d(q)$ (Branston, 1975). La mayor parte de ellas, sin embargo, tienen implícito un efecto del flujo sobre la velocidad en todo el dominio $(0, C_s]$, lo que no parece adecuado. En la práctica ocurre que hay numerosas fuentes de variación de la velocidad que actúan simultáneamente; sólo si la interacción vehicular es alta se recoge en buena forma la influencia del volumen, puesto que pasa a ser la fuente dominante de variación. Un análisis de este problema se puede encontrar en Gibson y Riveros (1982). Con los datos del experimento realizado el mejor ajuste se obtuvo con una recta:

$$f_d(q) = \bar{t}_0 + \alpha(q - q_c) \quad (3)$$

Naturalmente, la generalidad de esta expresión no puede sostenerse sin evidencia complementaria. Sin embargo, nos será útil para discutir en términos menos generales la forma de $\bar{t}(\bar{q})$. Siguiendo la Figura 1, que muestra la relación (3), analizaremos cuatro valores de \bar{q} .

- i) $\bar{q} = \bar{q}_1$; tal valor resultará probablemente como promedio de flujos q cuyos tiempos de viaje asociado serán todos \bar{t}_0 . Luego $\bar{t}(\bar{q}) = \bar{t}_0$.
- ii) $\bar{q} = \bar{q}_2$; este flujo resultará de flujos q entre los cuales es probable se encuentren algunos mayores que q_c . Esperamos $\bar{t}(\bar{q}) > \bar{t}_0$.
- iii) $\bar{q} = \bar{q}_3$; en este caso, los flujos mayores que $\bar{q}_3 + (\bar{q}_3 - q_c)$ tienden a subir $\bar{t}(q)$ más allá de $f_d(q)$. Esperamos $\bar{t}(\bar{q}) > \bar{t}_0 + \alpha(q - q_c)$.
- iv) $\bar{q} = \bar{q}_4$; dado que este flujo sólo está generado por combinaciones de flujos en la zona de congestión, que es recta, tendremos $\bar{t}(\bar{q}) = \bar{t}_0 + \alpha(q - q_c)$.

La línea punteada en la Figura 1 representa la curva agregada.

Luego, la curva agregada coincidirá con la desagregada en los extremos; tal efecto se ve en realidad favorecido por varianzas pequeñas para $P(q/\bar{q})$ a esos niveles de \bar{q} . Esta observación permite concentrarse en zonas donde la varianza puede suponerse razonablemente constante.

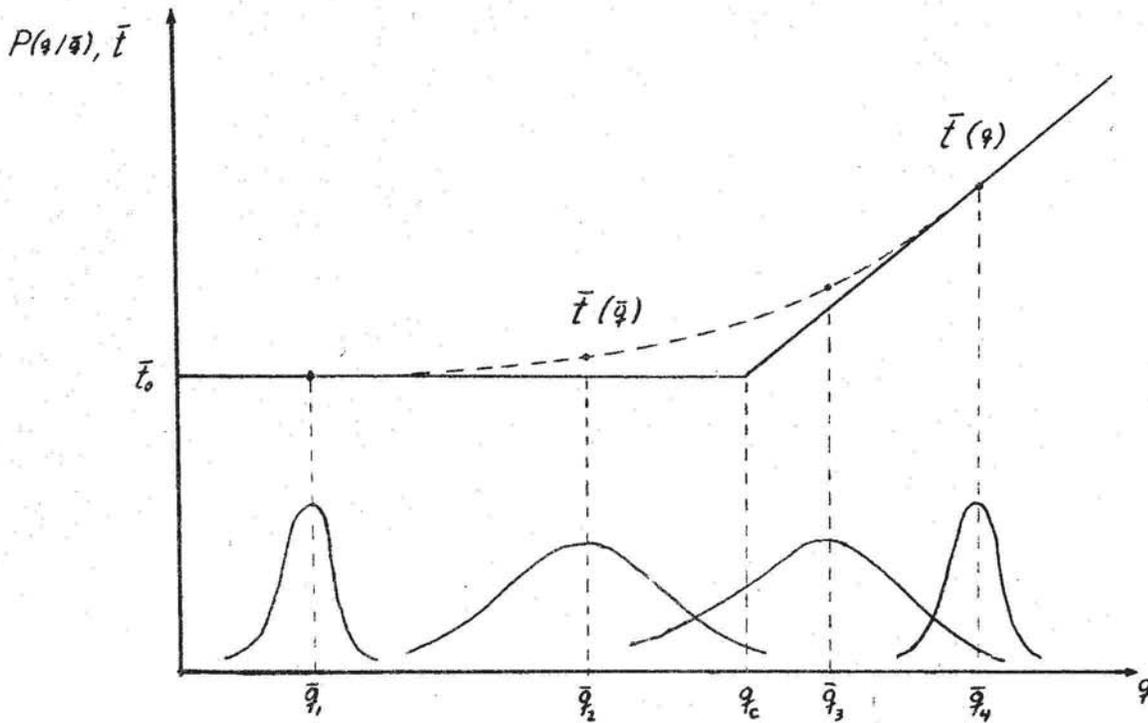


Figura 1 : Generación de la curva agregada.

3. Resultados experimentales.

3.1 Descripción.

El experimento se realizó en Av. Costanera, en el tramo comprendido entre Pío Nono y el Puente Peatonal a fines de Septiembre de 1983, durante el período punta del mediodía, específicamente entre 12:30 y 13:30 hrs., abarcando una distancia de 130 metros. A esa fecha la Av. Costanera operaba con dos pistas en sentido poniente-oriente y dos en sentido contrario; previamente, se operaba con cuatro pistas poniente-oriente en el mismo período horario. Al tomarse los datos, tal medida llevaba un tiempo suficiente de aplicación como para considerar estable la situación. Los niveles de flujo no variaron con respecto a la situación anterior, lo que permitió observar situaciones más cercanas a la capacidad.

El experimento consistió en tomar datos de flujo y tiempos de viaje mediante filmaciones con un equipo de video-grabación, ubicado sobre el Puente Peatonal. Se seleccionó Av. Costanera por ser una vía que absorbe gran cantidad de flujo durante los períodos de mayor demanda y porque posee ciertas características que la hacen atractiva para realizar experimentos consistentes en la toma de datos de flujos y tiempos de viaje. Las características son :

- i) no posee intersecciones intermedias importantes, en el tramo estudiado.
- ii) no circula locomoción colectiva.
- iii) no se permite el estacionamiento.
- iv) el tramo estudiado es completamente recto.

Es importante mencionar que el tramo en estudio estaba regulado por un semáforo aguas arriba (Merced con Pío Nono), cuyo ciclo era de 98 segundos. Los niveles de flujo variaron (ver Tabla 1) entre 35 y 85 vehículos por peatón.

Tabla 1 : Datos de Av. Costanera.

q (veh/pel)	\bar{t} [seg]	\bar{v}_S [Km/hr]	q (veh/pel)	\bar{t} [seg]	\bar{v}_S [Km/hr]
66	8,41	55,65	62	8,06	58,07
46	7,94	58,94	49	7,77	60,23
45	7,43	62,99	63	8,21	57,00
42	7,53	62,15	47	7,34	63,76
46	7,54	62,07	85	9,19	50,93
50	7,93	59,02	49	8,15	57,42
60	7,64	61,26	54	7,22	64,82
35	7,45	62,82	51	7,31	64,02
55	7,70	60,78	52	8,11	57,71
50	7,43	62,99	56	7,20	65,00
56	7,97	58,72	61	8,00	58,50
54	8,17	57,28	70	8,29	56,45
50	8,23	56,86	56	7,49	62,48
45	8,25	56,73	59	7,60	61,58
54	7,97	58,72	52	7,64	61,26

3.2 Curvas desagregada y agregada.

a) Curva agregada.

La relación flujo-tiempo medio de viaje que mejor se ajustó (estadísticamente) a los datos es la siguiente

$$\bar{t}_d(q) = \begin{cases} 7,72 & \text{si } q \leq 56 \\ 7,72 + 0,0501 (q-56) & \text{si } q > 56 \end{cases} \quad (4)$$

donde $\bar{t}_d(q)$ tiene unidades de segundos y q de vehículos por pelotón.

El valor 7,72 seg. corresponde al promedio aritmético de los tiempos medios de viaje para flujos menores o iguales a $q_c = 56$ veh/pelotón; q_c es el flujo crítico o punto a partir del cual se aprecia congestión.

b) Distribución de probabilidad del flujo.

Para determinar la distribución de probabilidad del flujo, se realizaron varios experimentos en tramos ubicados en la periferia del centro de Santiago. Empíricamente se puede sugerir que los flujos siguen una distribución normal, aunque q sea, en rigor, una variable discreta. En el caso específico de Av. Costanera, se realizó el test chi-cuadrado (χ^2) para verificar la hipótesis de normalidad. El valor de χ^2 fue de 1,55. Este valor no permite rechazar la hipótesis a un nivel de significación de 75% para un χ^2 con tres grados de libertad. Puesto que, la variable flujo no puede tomar valores negativos ni superiores a C_s , se elige una normal truncada, tal que su área cubra el 95,44%, que corresponde a un rango dado por $\bar{q} \pm 2\sigma$.

$$P(q/\bar{q}) = \begin{cases} \frac{1}{0,9544} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} \exp \left| -\frac{1}{2} \left(\frac{q - \bar{q}}{\sigma} \right)^2 \right| & \text{si } \bar{q} - 2\sigma \leq q < \bar{q} + 2\sigma \\ 0 & \text{para otro valor} \end{cases} \quad (5)$$

Se supuso σ constante para cualquier \bar{q} agregado, lo que sólo tiene relevancia lejos de los extremos según se discutió previamente. Se adoptó el valor de 9,45 correspondiente a la desviación estándar de la muestra.

c) Curva agregada.

Con los dos elementos anteriores se puede construir la curva agregada correspondiente a la ecuación (2), que en este caso toma la forma

$$\bar{t}(\bar{q}) = \int_{\bar{q}-2\sigma}^{q_c} \bar{t}_0 P(q/\bar{q}) dq + \int_{q_c}^{\bar{q}+2\sigma} [\bar{t}_0 + \alpha(q-q_c)] \cdot P(q/\bar{q}) dq ,$$

$$\bar{t}(\bar{q}) = \bar{t}_0 + \alpha \int_{q_c}^{\bar{q}+2\sigma} q \cdot P(q/\bar{q}) dq - \alpha \cdot q_c \int_{q_c}^{\bar{q}+2\sigma} P(q/\bar{q}) dq , \quad (6)$$

$$\bar{t}(\bar{q}) = \bar{t}_0 + \alpha I_1 - \alpha \cdot q_c I_2 \quad (7)$$

Desarrollando I_1 e I_2 se llega a :

$$I_1 = \frac{1}{0,9544} \left[\phi(2) - \phi \left(\frac{q_c - \bar{q}}{\sigma} \right) \right] + \frac{\sigma}{0,9544 \sqrt{2\pi}} \left[e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{q_c - \bar{q}}{\sigma} \right)^2} - e^{-2} \right] \quad (8)$$

$$I_2 = \frac{1}{0,9544} \left[\phi(2) - \phi \left(\frac{q_c - \bar{q}}{\sigma} \right) \right] \quad (9)$$

donde $\phi(x)$ corresponde a la función de densidad acumulada de la distribución normal estandarizada $[N(0,1)]$.

El valor hasta el cual la nueva curva agregada toma el valor \bar{t}_0 viene dado por : $q_M = q_c - 2\sigma$. Entonces :

$$\bar{t}(q) = \begin{cases} \bar{t}_0 & \text{si } q < q_M \\ \bar{t}_0 + \alpha I_1 - \alpha \cdot q_c \cdot I_2 & \text{si } q_c - 2\sigma \leq q \leq q_c + 2\sigma \end{cases} \quad (10)$$

3.3 Comentarios.

La Figura 2 muestra los datos originales (por pelotón) y agregados cada 3 y 6 pelotones (5 y 10 minutos respectivamente). Puede allí observarse que la relación tiempo de viaje-volumen es bastante nítida a nivel de flujo desagregado por pelotón; en particular, el fenómeno de congestión se aprecia sin ambigüedad a partir de los 56 vehículos por pelotón. Al agregar cada 3 pelotones, se manifiesta una tendencia creciente muy débil del tiempo de viaje; la agregación mayor no permite distinguir relación alguna. Esto no significa que la congestión no pueda ser captada con el método agregado; de hecho lo ha sido en casos aislados (Jara-Díaz y Martínez, 1983); lo central es que las relaciones agregadas normalmente tendrán una base de datos más restringida en flujos y, salvo casualidades, no representarán correctamente el fenómeno estudiado.

La Figura 3 reproduce la forma teórica de la Figura 1, entregando además una percepción numérica del fenómeno. Se recordará que el rango de q es desde 35 a 85 vehículos/pelotón; el rango teórico en que $\bar{t}(\bar{q})$ se separa de $\bar{t}_d(q)$ va desde 37 a 75 veh/pel ($q_c \pm 2\sigma$), pero las diferencias apreciables se extienden sólo entre 40 y 70 veh/pel. Lo interesante es que a partir de información adecuada se estima una relación confiable, que permite extraer conclusiones sobre la relación tiempo-volumen agregado que abarcan un rango mayor que el de los volúmenes agregados mismos. En efecto, este último va desde 45 a 62 veh/pel.

Debemos recordar que el objetivo es predecir velocidades. En este sentido cabe destacar que los resultados resumidos por la Figura 3 son consistentes con la observación de Allsop (1983), que rescata curvas velocidad - volumen agregadas que son constantes en un primer tramo para luego decrecer, primero lineal y luego hiperbólicamente; tales curvas, una vez trasladadas a tiempo-volumen, son sucesivamente constantes, hipérbolas crecientes y finalmente rectas crecientes. Es esta justamente la forma de nuestra $\bar{t}(\bar{q})$ derivada analíticamente.

4. Conclusiones.

De lo aquí expuesto, surge confirmada la hipótesis que plantea que la relación entre velocidad y flujo es realmente capturada sólo si la información es recogida en períodos durante los cuales los vehículos interactúan efectivamente. Esta relación, desagregada, permite la construcción analítica de curvas agregadas cuyo rango de validez es mayor que el asociado a información recogida en forma agregada.

Los elementos más importantes en la relación básica $\bar{t}(q)$ son el tiempo medio de flujo libre \bar{t}_0 , el flujo crítico q_c y la capacidad C_S , volúmenes entre los cuales debería ser posible establecer una relación. Para construir la curva agregada se requiere además una forma razonable de la distribución de flujos $P(q/\bar{q})$ y de su varianza. Si bien puede esperarse que la varianza dependa del valor de \bar{q} , o más bien de su cercanía a los extremos 0 y C_S , tal efecto no parece ser relevante en la determinación de $\bar{t}(\bar{q})$ por dos razones: hacia los extremos $\bar{t}(q)$ y $\bar{t}(\bar{q})$ tienden a coincidir, y, en cualquier caso, la varianza disminuye hacia los extremos, reforzando la

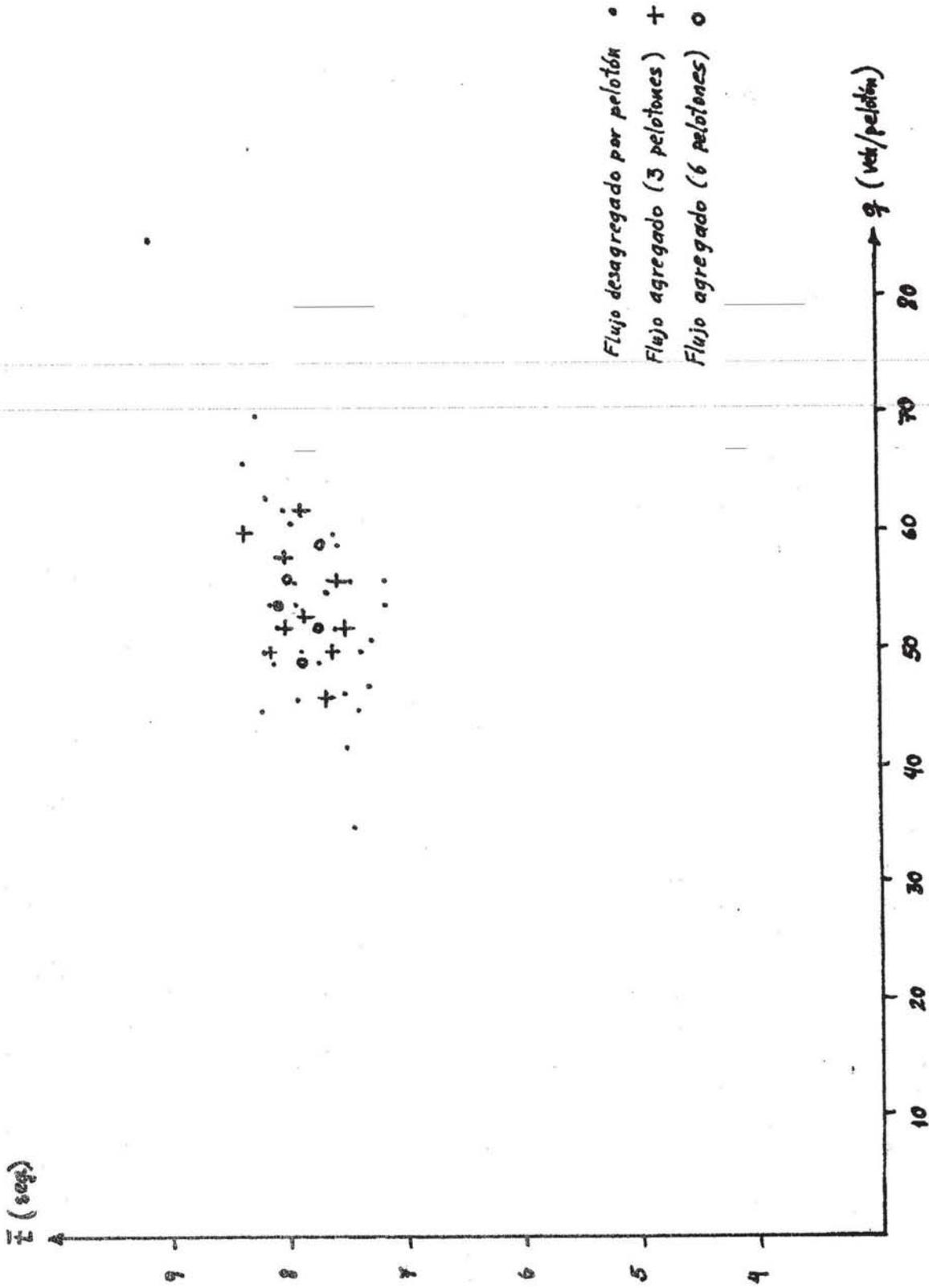
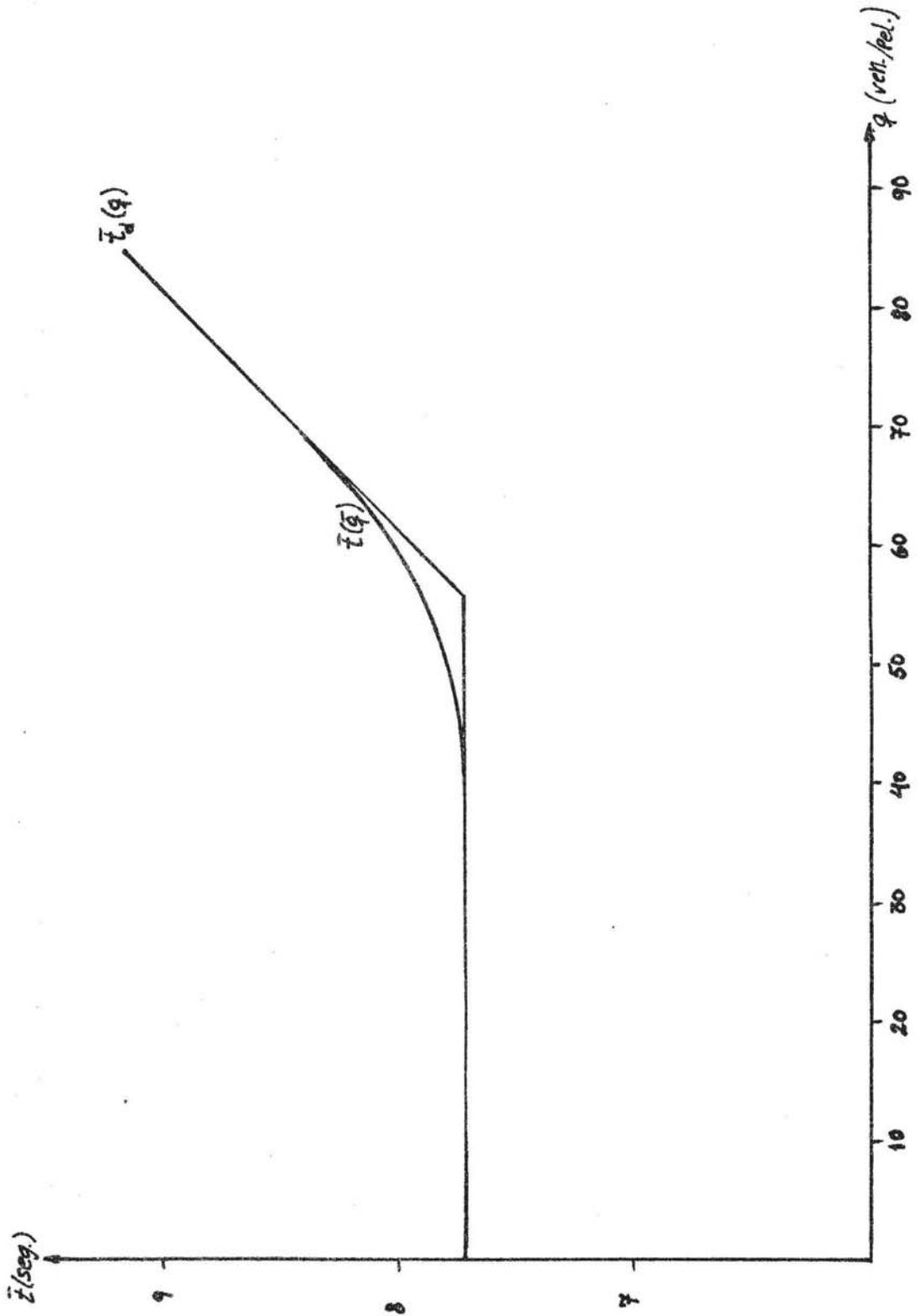


Figura 2 : Datos desagregados y agregados.

Figura 3 : Relaciones flujo-tiempo de viaje.



razón anterior.

La metodología expuesta debe experimentarse en otras condiciones, períodos y lugares, con el fin de establecer relaciones de validez más general en cuanto al fenómeno desagregado, la distribución de flujos y su varianza. A través de este proceso, no parece improbable poder llegar a establecer un conjunto de ecuaciones relativamente sencillas que deben ser alimentadas sólo por \bar{t}_0 , C_s , \bar{q} y el o los parámetros de $f_d(q)$, con lo que la aplicabilidad ingenieril del método para predecir velocidades estaría resuelta.

Referencias.

- R. Allsop (1983), Network models in traffic management and control, Transport Reviews 3, pp. 157-182.
- D. Branston (1975), Link capacity functions : a review, Transportation Research 10, pp. 223-236.
- J. Gibson y R. Riveros (1982), Efectos sobre la velocidad de circulación de un ensanche en una vía suburbana, II Congreso Panamericano de Ingeniería de Tránsito y Transporte, Popayán, Colombia.
- S.R. Jara-Díaz y F. Martínez (1983), Una metodología para la tarificación óptima de la locomoción colectiva de superficie : el caso de Santiago, por aparecer en Ingeniería de Sistemas.