SOLUCION AL PROBLEMA DE EQUILIBRIO EN EL ESTUDIO DE EVALUACION Y DESARROLLO DEL SISTEMA DE TRANSPORTE URBANO DE SANTIAGO (ESTRAUS)

FERNANDO J. BRAVO F.
CIS INGENIEROS CONSULTORES LTDA.

RESUMEN

Este trabajo presenta el modelo de equilibrio desarrollado en el marco del Estudio de Evaluación y Desarrollo del Sistema de Transporte Urbano de Santiago (ESTRAUS). Este estudio estratégico, tuvo como objetivo principal la implementación de un sistema de herramientas de análisis - modelos - que permiten la planificación, gestión y evaluación contínua del sistema de transporte urbano de Santiago.

El problema de predicción del equilibrio oferta-demanda en un mercado de transporte (equilibrio de mercado) había sido resuelto en Chile, hasta el estudio estratégico ESTRAUS, utilizando el enfoque tradicional. Este consistía, en resolver en forma secuencial las etapas de distribución, partición modal y asignación de viajes del Modelo Clásico de Transporte. Esto, constituye una buena aproximación a la solución del problema, cuando las variables de servicio en la red vial, ante distintas caracteristicas físicas y operativas de esta, no experimentan grandes variaciones.

Esto no se presenta en la red de Santiago, lo que llevó a plantearse un problema que resolviera simultáneamente las etapas de distribución, partición modal y asignación, conocido este como el enfoque simultáneo para resolver el problema.

El algoritmo utilizado fué del tipo Jacobi ó de diagonalización, por la asimetría que presentó la red, debido a que la función de demanda resultó no separable con respecto al vector total de costos de viajes. Una vez diagonalizado el problema, pudo plantearse como un problema de optimización equivalente que resolvió los problemas simétricos utilizando Frank-Wolfe.

Este trabajo presenta el modelo desarrollado y su comportamiento al aplicarlo a distintas situaciones de volúmenes vehiculares, considerando los distintos planes de proyectos evaluados en el desarrollo de ESTRAUS para la red vial de Santiago.

Se presentan también, las restricciones del modelo, los niveles de precisiones que es posible alcanzar y los recursos computacionales que requiere.

1. INTRODUCCION

El modelo de equilibrio desarrollado resuelve tres de las cuatro etapas del Modelo Clásico en forma simultánea. Se excluye, la etapa de generación y atracción de viajes la cual sigue siendo exógena y previa al proceso de equilibrio simultáneo. Este enfoque de simultaneidad, considera una demanda elástica de viajes, provenientes de las etapas de distribución y partición modal, dado que estas son funciones explícitas, en el modelo de equilibrio considerado, de las variables de niveles de servicio provenientes de la etapa de asignación.

Técnicamente, el problema para ser resuelto debe ser planteado como un problema de optimización equivalente, para lo cual es necesario que se cumplan una serie de condiciones y supuestos de la función objetivo involucrada - dada por las funciones de oferta y demanda - con respecto a las variables que intervienen en los modelos que la conforman. El problema al ser planteado de esta forma nos asegura que su solución existe y que además es única.

El principal escollo de estos problemas viene dado frecuentemente por la no separabilidad que presentan las funciones de oferta y demanda con respecto a sus variables. En ESTRAUS los modelos de demanda calibrados (distribución - partición modal) entregaron una dependencia de la demanda de viajes del vector de costos de viajes total en la red. (Ver ESTRAUS, 1988). Esto, se conoce en la literatura como funciones de demanda no separables y tornó bastante compleja la formulación del modelo y el proceso de búsqueda del equilibrio, dada la magnitud de la modelación efectuada (3 propósitos de viajes, 13 categorías de personas y 11 modos de transporte).

La función de oferta en ESTRAUS (vector de costos medios por arco) se modeló en forma separable; es decir, el costo de viaje en un arco solo dependió del flujo de vehículos en ese arco. Por este motivo, no presentó probleemas de separabilidad en la formulación del modelo de equilibrio.

Para solucionar el problema de no separabilidad de la función de demanda, se usó un método de Jacobi ó diagonalización. De esta forma, el problema se pudo plantear como un problema de optimización equivalente, que requirió de un proceso iterativo denominado algoritmo de diagonalización, para su solución. A pesar de que es difícil probar teóricamente la convergencia de estos algoritmos de diagonalización, empíricamente se ha demostrado que presentan una buena convergencia y los resultados del algoritmo utilizado en ESTRAUS confirman esto. Para resolver cada problema diagonalizado, generado al hacerse separable la función de demanda, se utilizó un método estandard de Frank-Wolfe de programación no lineal.

A continuación se presenta la formulación del problema, incluyendo el proceso de diagonalización efectuado. Se incluye también la aplicación del modelo y el estudio de su comportamiento al aplicarlo a diferentes situaciones proyectadas para la red vial de Santiago. Finalmente, se destacan las restricciones y limitaciones del modelo en términos de los recursos consumidos en su operación.

2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

2.1 Notación general.

Se definirán los siguientes conjuntos en la red:

A : Conjunto total de arcos en la red.
W : Conjunto total de pares origen-destino en la red.

Se utilizarán los siguientes subíndices:

a : Subíndice para designar un arco sobre la red.
w : Subíndices para designar un par de zonas origen-destino (i,j) sobre la red.
r : Subíndice para designar una ruta sobre la red.
p : Subíndice para designar un propósito de viaje sobre la red.
n : Subíndice para designar una categoría o tipo de persona que realiza el viaje.
m : Subíndice para designar el modo de transporte en que se realiza el viaje.

Considerando esto se denominará por:

T_w^{pn} : Número total de viajes entre el par origen-destino (w), por propósito y categoría de persona (p,n).

T_w^{pnm}: Número total de viajes entre el par origen-destino (w), por propósito, categoría y modo (trío (p,n,m)).

h_r^{pnm}: Número de viajes correspondiente al trío (p,n,m) que utilizan la ruta r de viaje.

C_w^{pnm}: Costo generalizado de viaje entre el par origen-destino (w) para el trío (p,n,m).

c_a : Costo medio de viaje en el arco (a), para vehículos de transporte privado.

R_w^{pnm}: Conjunto total de rutas posibles entre el par origen-destino (w), para el trío (p,n,m).

f_a : Flujo total de vehículos equivalentes en el arco a.

O_i^{pn} : Viajes originados en la zona i, por un propósito y una categoría de persona (p,n).

D_j^{p} : Viajes atraídos por la zona j, por un propósito de viaje (p).

Se definirán también, los siguientes vectores en la red:

C : $\{ C_w^{pnm} \, / \, w \in W \, ; \, \forall \, (p,n,m) \}$

R : $\{ R_w^{pnm} \, / \, w \in W ; \, \forall \, (p,n,m) \}$

T : $\{ T_w^{pnm} \, / \, w \in W \, ; \, \forall \, (p,n,m) \}$

f : $\{ f_a \, / \, a \in A \}$

2.2 Formulación del problema

Si denotamos con los subíndices I a una iteración del algoritmo de Jacobi y K a una iteración de Frank-Wolfe, se tendrá que el problema diagonalizado de Equilibrio Simultáneo - distribución, partición modal, asignación -, puede plantearse como el siguiente problema de programación matemática: (Ver Fernandez y Friesz, 1983).

$$P1 \; : \quad \underset{(f,T)}{\text{Min}} \; Z = \sum_{a \in A} \int_0^{f_a} c_a(x)\, dx \; - \; \sum_{wpnm} \int_0^{T_w^{pnmI}} \theta_w^{pnmI}(y)\, dy$$

$$\text{s.a.} \qquad f_a = \sum_{r \in R} h_r^{pnm} \, \delta_{ar} \, , \qquad \forall a \in A$$

$$\sum_{r \in R_w^{pnm}} h_r^{pnm} = T_w^{pnmI} \quad (C_w^{pnm}), \quad \forall \; w \in W$$

$$f_a \geq 0 \, , \; \forall \, a \in A \, , \; T_w^{pnmI} \geq 0 \, , \; \forall \, w \in W$$

donde:

$\theta_w^{pnmI} = \{ T_w^{pnmI} \}^{-1}$ representa a la inversa de la función de demanda diagonalizada.

δ_{ar} representa a la matriz Arco-Ruta de la red, que tiene valor 1 por celda si la ruta r de viaje utiliza el arco a y 0 si no lo utiliza.

Esta representación del problema de equilibrio simultáneo, mediante el problema de optimización equivalente P1, es posible dado que se cumplen los siguientes supuestos y restricciones: (Ver Beckmann et al, 1956).

- c_a es una función separable:

  $c_a\,(f) = c_a\,(f_a), \quad \forall \; a \in A$

- T_w^{pnmI} es una función separable, dado que se define como:

  $T_w^{pnmI}\,(C) = T_w^{pnm}\,(C_w^{pnm} \, , \, C_v^{xyzI} \; ; \, \forall \, (v, \, (xyz)) \neq (w, \, (pnm)))$

y por lo tanto su inversa queda dada por:

$$\theta_w^{pnmI} = \theta_w^{pnm}\ (T_w^{pnmI})$$

- $c_a\ (f_a)$ es una función estrictamente creciente, $\forall\ a \in A$
- $T_w^{pnmI}\ (C_w^{pnm})$ es una función estrictamente decreciente, $\forall\ w \in W$

2.3 Diagonalización de la función de demanda

Si se generaliza el desarrollo para una función de demanda total que considere un modelo Gravitacional doblemente acotado para la etapa de distribución y un modelo Logit simple para la etapa de partición modal de viajes, dado que de la calibración de los modelos de demanda se obtuvieron distintas formas funcionales para esta dependiendo del propósito de viaje y periodo en que este se realiza, se tendrá que la función de demanda diagonalizada puede representarse por:

$$T_w^{pnmI} = T_w^{pnI}\ P_w^{mI}\ , \quad \forall\ w,\ (p,\ n,\ m) \tag{1}$$

donde la función de distribución diagonalizada queda dada por:

$$T_w^{pnI} = A_i^{pnI}\ O_i^{pn}\ B_j^{pI}\ D_j^{p}\ e^{-\beta^{pn} L_{ij}^{pnI}} \quad , \forall\ (w, (pnm)) \tag{2}$$

$$\text{s.a.}\ \sum_{j\in m} T_w^{pnmI} = O_i^{pn} \quad , \forall\ i,\ (pn) \tag{3}$$

$$\sum_{i\in m} T_w^{pnmI} = D_j^{p} \quad , \forall\ j,\ p \tag{4}$$

$$T_w^{pnmI} \geq 0 \quad , \forall\ w,\ (pnm)$$

donde:

A_i^{pnI} y B_j^{pI} corresponden a los factores de balance del modelo de distribución, que se obtienen reemplazando (3) y (4) en (2) quedando como:

$$A_i^{pnI} = \{ \sum_{j\in m} B_j^{pI}\ D_j^{p}\ e^{-\beta^{pn} L_{ij}^{pnI}} \}^{-1} \tag{5}$$

$$B_j^{pI} = \{ \sum_{i} A_i^{pnI}\ O_i^{pn}\ e^{-\beta^{pn} L_{ij}^{pnI}} \}^{-1} \tag{6}$$

β^{pn} : representa al parámetro del modelo de distribución por propósito y categoría de persona.

L_{ij}^{pnI} corresponde al costo compuesto o "logsum" de los costos por modo, en la iteración I de diagonalización, que se obtiene a partir de:

$$L_{ij}^{pnI} = \frac{-1}{\tau^{pn}} \, Ln\left(\sum_{m} e^{-\tau^{pn} C_{w}^{pnmI}} \right) \quad , \forall \; (w, \; (pnm) \qquad (7)$$

donde τ^{pn} representa a un parámetro de agregación del modelo de partición modal.

Por otra parte, la función de partición modal diagonalizada queda representada en (1) por P_w^{mI} y para el modelo considerado se escribe como:

$$P_w^{mI} = \frac{e^{-\tau^{pn} C_w^{pnm}}}{\sum_{m' \neq m} e^{-\tau^{pn} C_w^{pnmI}} + e^{-\tau^{pn} C_w^{pnm}}} \quad , \; \forall \; (w, m) \qquad (8)$$

Reemplazando (8) en (1), esta última puede escribirse como:

$$T_w^{pnm} = \frac{T_w^{pn} \, e^{-\tau^{pn} C_w^{pnm}}}{K_w^{pnm} + e^{-\tau^{pn} C_w^{pnm}}} \quad , \; \forall \; (w, \; (pnm)) \qquad (9)$$

donde:

$$K_w^{pnm} = \sum_{m' \neq m} e^{-\tau^{pn} C_w^{pnm'I}}$$

de donde se obtiene que la inversa θ_w^{pnm}, despejando C_w^{pnm} de (9), queda dada por:

$$\theta_w^{pnmI} = \frac{-1}{\tau^{pn}} \, Ln \left(\frac{K_w^{pnmI} \quad T_w^{pnmI}}{T_w^{pnI} - T_w^{pnmI}} \right) = f \; (T_w^{pnmI}), \; \forall \; (w, \; (pnm)) \qquad (10)$$

Es importante considerar que en rigor la diagonalización efectuada en la expresión (2), corresponde a lo que en la literatura se conoce como quasi-diagonalización, toda vez que el término L_{ij}^{pnI}, y por ende A_i^{pnI}, y B_j^{pI}, dependen de C_w^{pnm}, que corresponde a la variable considerada de la función de demanda.

Sin embargo, de manera de simplificar el problema, especificamente por la obtención de la inversa θ_w^{pnmI}, se ha considerado que L_{ij}^{pnI} permanezca constante durante la resolución del problema diagonalizado I, lo cual queda expresado en la ecuación (7) al tener que L_{ij}^{pnI} se obtiene de los costos por modo C_w^{pnmI}, que quedan fijos al resolver el problema I en el valor correspondiente a la solución existente (solución del problema diagonalizado de la iteración de Jacobi I-1).

También, es importante considerar que existe un parámetro de jerarquización $\emptyset^{pn}$ dado por los parámetros $\emptyset^{pn} = \beta^{pn}/\tau^{pn}$ que indica el orden en que se realizan las etapas de distribución y partición modal, en el modelo clásico (modelo post o predistribucionales). El desarrollo anterior, de obtención de la función inversa, se simplifica considerablemente en el caso que este parámetro $\emptyset^{pn}$, adquiera el valor 1. Es decir, se tenga el caso que las etapas de distribución y partición modal para un propósito de viaje y tipo de persona, considerando las decisiones de los usuarios a que responde cada una de estas etapas, se dan a un mismo nivel en el modelo clásico.

Para este último caso, repitiendo el desarrollo anterior, la expresión de la función de demanda diagonalizada (1) se simplifica considerablemente tomando la forma:

$$T_w^{pnm} = A_i^{pnI}\ O_i^{pn}\ B_j^{pI}\ D_j^{p}\ e^{-\beta^{pn} C_w^{pnm}}, \quad \forall\ (w, (pnm)) \qquad (11)$$

y la función inversa θ_w^{pnm} queda dada por:

$$\theta_w^{pnmI} = \frac{-1}{\beta^{pn}}\ Ln\ \left(\frac{T_w^{pnm}}{A_i^{pnI}\ O_i^{pn}\ B_j^{pI}\ D_j^{p}}\right), \quad \forall\ (w, (pnm)) \qquad (12)$$

Finalmente, es importante mencionar que dada la gran cantidad de modos de transporte (11 en total) que se consideraron en ESTRAUS, se requirió de una considerable utilización de recursos computacionales para la implementación del modelo de equilibrio simultáneo. Debido a esto, se trabajó con dos grandes agregaciones de modos (nidos) para la partición modal de viajes. Un nido de transporte privado y un nido de transporte público, donde se agruparon los modos correspondientes a cada una de estas dos grandes formas de transporte. Por este motivo, los modos combinados, transporte privado - transporte público (auto-metro y autoacompañante-metro) no fueron incorporados en el modelo de equilibrio.

3. ALGORITMO DE SOLUCION

En este punto se describen las etapas del algoritmo de solución al problema, que se presenta en el diagrama de flujo de la figura 1, indicando los métodos de solución empleados para las etapas principales.

i) Etapa de Inicialización

Se trata de obtener un punto (f°, T°) para inicializar el algoritmo. Esta solucion inicial puede obtenerse a partir

- un vector de flujos en arcos a flujo nulo de transporte privado
- un vector de flujos en arcos conocidos
- un conjunto de variables de servicio de equilibrio para los modos de transporte privado y público conocido, proveniente de otra situación de proyectos en la red vial.

ii) **Solución al problema diagonalizado I mediante el método de Frank Wolfe**

a) FASE 1 : Búsqueda de una dirección factible de optimización.

Se trata de obtener una solución auxiliar $(f^{K+1\ I}, T^{K+1\ I})$, que defina una dirección de optimización dentro del set convexo factible de soluciones del problema.

Para esto se resuelve el siguiente problema:

$$P2: \min_{(\hat{f}^{K+1\ I},\ \hat{T}^{K+1\ I})} Z_L \quad (f^{K\ I}, T^{K\ I})$$

$$\text{s.a.} \quad \hat{f}_a^{K+1\ I} = \sum_{r \in R} h_r^{pnm} \delta_{ar} \qquad , \quad \forall \ a \in A$$

$$\sum_{r \in R_w^{pnm}} h_r^{pnm} = \hat{T}_w^{pnmK+1I} \ (C_w^{pnm}), \quad \forall \ w \in W$$

$$\hat{f}_a^{K+1\ I} \geq 0, \quad \forall \ a \in A \ ; \quad \hat{T}_w^{pnmK+1\ I} \geq 0, \quad \forall \ w \in W$$

donde Z_L corresponde a una aproximación lineal a la función objetivo Z definida en P1, en el punto factible $(f^{K\ I}, T^{K\ I})$.

En esta fase se generan las variables de servicio correspondientes a las rutas mínimas entre pares origen-destino para la solucion $(f^{K\ I}, T^{K\ I})$, y con estas variables de servicio mediante el modelo de partición modal las matrices de viajes auxiliares $(\hat{T}^{K+1\ I})$. Para los modos de transporte público la generación de variables de servicio se realiza mediante MOZARTP. Posteriormente asignando "todo o nada" la matriz agregada (todos los propósitos) de vehiculos de transporte privado (autos + taxis) a las rutas mínimas dada la solución existente, se obtiene el vector de flujos auxiliaries $(\hat{f}^{K+1\ I})$ y con esto la solución de P2.

Luego, la dirección de optimización (d^{K+1}) en la iteración K + 1 de Frank Wolfe queda dada por:

$$d^{K+1} = (\hat{f}^{K+1\ I}, \hat{T}^{K+1\ I}) - (f^{K\ I}, T^{K\ I})$$

b) FASE 2: Optimización unidireccional en la dirección encontrada en la Fase 1

Se trata de encontrar una nueva solución $(f^{K+1\ I}, T^{K+1\ I})$ al problema diagonalizado I a través de una combinación lineal de la solución anterior $(f^{K\ I}, T^{K\ I})$ y la solución auxiliar $(\hat{f}^{K+1\ I}, \hat{T}^{K+1\ I})$ de la forma

$$f^{K+1\ I} = f^{K\ I} + \lambda^* \ (\hat{f}^{K+1\ I} - f^{K\ I})$$

$$T^{K+1\ I} = T^{K\ I} + \lambda^* \ (\hat{T}^{K+1\ I} - T^{K\ I})$$

con $0 \leq \lambda^* \leq 1$

Para esto, se resuelve el siguiente problema de programación matemática en una dimensión.

$$P3 \quad : \quad \min_{\lambda} Z = \sum_{a \in A} \int_{0}^{f_a^{K+1\ I}} c_a(x)\ dx - \sum_{wpnm} \int_{0}^{T_w^{K+1\ I}} \theta_w^{pnm}(y)\ dy$$

$$\text{s.a.} \quad 0 \leq \lambda \leq 1$$

De aquí se obtiene λ^* a través de un método standard de Bolzano y con esta el punto $(f^{K+1\ I}, T^{K+1\ I})$ que corresponde a la nueva solución de Frank-Wolfe para el problema diagonalizado I.

iii) Etapas de Evaluación de Convergencia

Se deben evaluar las soluciones existentes de los algoritmos de FranK-Wolfe y de diagonalización de acuerdo a criterios de convergencia previamente definidos para cada algoritmo.

Si la solución (f^{*I}, T^{*I}) no satisface los criterios de convergencia de Frank-Wolfe se debe volver a la fase 1 de ii) de lo contrario:

$$(f^{*\ I}, T^{*\ I}) = (f^{K+1\ I}, T^{K+1\ I})$$

corresponderá a la solución del algoritmo de Frank-Wolfe y se deberá evaluar la convergencia del algoritmo de diagonalización.

Si $(f^{*\ I}, T^{*\ I})$ satisface el criterio de convergencia previamente definido para el algoritmo de diagonalización se obtiene la solución final del problema:

$$(f^{**}, T^{**}) = (f^{*\ I}, T^{*\ I}).$$

De lo contrario se deberá resolver un nuevo problema diagonalizado con un nuevo punto de partida, que corresponderá a la solución existente, volviendo al punto ii).

4. APLICACIONES DEL MODELO

En este punto se presentan resultados relativos al comportamiento del algoritmo, al aplicarlo a diferentes condiciones de la red de Santiago.

La red vial estratégica calibrada para el año base (1986) consta de 264 zonas, 804 nodos, 2530 arcos unidireccionales, 608 líneas de buses-taxibuses unidireccionales y 268 lineales de taxicolectivos unidireccionales. MOZARTP modela líneas de transporte público unidireccionales, de ahí la necesidad de considerarlas de esta manera.

Los periodos modelados fueron punta AM (7:00 - 9:00 AM) y fuera de punta (todo el día menos 7:00-9:00 AM y 17:30 - 19:30 PM). Se presentan en primer lugar, las corridas de validación del modelo de equilibrio, efectuada una vez realizada la validación de los modelos de demanda - generación, distribución y partición modal-y los modelos de oferta - red de transporte privado y redes de transporte público con sus respectivas cargas de pasajeros - en forma separada. De este proceso de calibración, en forma separada de los modelos de oferta y demanda, se obtuvo como resultado un conjunto de variables de servicio modeladas para la red de Santiago para el periodo punta AM 1986. Este conjunto, que representa la situación de equilibrio de mercado calibrada y validada para la red 1986, fue usado como referencia para validar el modelo de equilibrio.

Se presentan dos corridas efectuadas de validación: la corrida a) considera una inicialización del algoritmo con las variables de servicio de referencia que a su vez corresponden a las que se desea replicar y la corrida b) inicializa el algoritmo con un vector de flujos vehiculares (autos-taxis) nulos. Los resultados de ambas corridas se presentan en la tabla 1, de donde se desprende que para 3 diagonalizaciones, dada como fijas, las precisiones alcanzadas, tanto para viajes como flujos en la corrida a) fueron del orden del 2% , mejores que las de la corrida b) que fueron del orden del 5% .

Se definen como precisión de flujos (% Flujos) y precisión de viajes (% Viajes) a las ecuaciones :

$$\% \text{ Flujos} = \frac{100}{A} \sum_{a \in A} \frac{f_a^{*\, I} - f_a^{*\, I-1}}{0{,}5\,(f_a^{*\, I} + f_a^{*\, I-1})}$$

$$\% \text{ Viajes} = \frac{100}{W} \sum_{wpnm} \frac{T_w^{pnm\, *\, I} - T_w^{pnm\, *\, I-1}}{0{,}5\,(T_w^{pnm\, *\, I} + T_w^{pnm\, *\, I-1})}$$

donde:

A , W cardinalidades de los conjuntos A y W, respectivamente.

T A B L A 1

VALIDACION MODELO EQUILIBRIO SIMULTANEO

RED BASE AM 1986

Iteracion JACOBI	Iteraciones F.Wolfe (+)		Precisiones corrida a)		Precisiones corrida b)	
	Corr. a)	Corr. b)	% Flujos	% Viajes	% Flujos	% Viajes
1	1	2	2.70	6.73	198.39	21.75
2	1	2	3.41	2.32	9.17	7.04
3	1	1	2.01	1.79	5.51	3.91

(+) : Para precisiones exigidas progresivas de Frank-Wolfe de 60%-40%-26.7% para la diferencia de cotas dada por la diferencia de las funciones objetivos de P1 y P2 ($Z - Z_L$). (Ver Friesz et al, 1983).

El total de viajes modelados para 1986, periodo AM, fue de 1.398.060 viajes, asignándose (autos + taxis) del orden de 120.000 vehiculos.

En ambas corridas, las diferencias medias obtenidas entre las variables de servicio (tarifa, tiempo de acceso, tiempo de espera y tiempo de viaje), salida del proceso de equilibrio y las usadas como referencia del proceso de validación de los modelos en forma separada, fueron inferiores a un 3% y las diferencias medias de las variables de servicio salida de ambas corridas, fueron inferiores a un 1% .

De los resultados de esta corrida, se desprendió que el comportamiento del algoritmo fue bastante más estable partiendo con el set de variables de servicio conocido (Corr. a)). El algoritmo no empeoró esta solución inicial de equilibrio y ya en la primera iteración Jacobi alcanzó buenas precisiones 2,7% y 6,73% para flujos y viajes, respectivamente.

Para flujo nulo (Corr. b)), el algoritmo también alcanzó buenas precisiones, aunque en la primera iteración la solución alcanzada, como se esperaba al partir a flujo nulo, estuvo bastante alejada de la solución final. Con respecto al comportamiento de Frank-Wolfe, bastó una iteración por diagonalización en la corrida a) y dos iteraciones como máximo en la corrida b) para alcanzar las precisiones de Frank-Wolfe exigidas. Esto confirma "the state of art" en estas materias, que indica que los algoritmos de diagonalización se comportan mejor si se consumen pocos recursos en resolver los problemas diagonalizados y estos recursos se transfieren a resolver un mayor número de estos problemas. (Ver Mahmassani et al, 1988).

De acuerdo a estos resultados, se aceptó la validación y se procedió a utilizar el algoritmo de equilibrio, inicializándolo siempre con un set de variables de servicio conocido, fijando en 2 iteraciones como máximo de Frank-Wolfe para resolver cada problema diagonalizado y fijando en un 5% la precisión exigida para viajes y flujos, para el algoritmo de Jacobi.

Las tablas 2, 3 y 4 siguientes muestran la corrida realizada para el año 1991-Base período AM indicando las precisiones alcanzadas y los recursos consumidos para los distintos subprocesos del modelo.

TABLA 2
CORRIDA BASE - 1991 - AM

ITERACION JACOBI	ALGORITMO DIAGONALIZADO % Flujos	% Viajes	CPU x Iteración Hr:min
1	8.8	26.2	5:45 (1)
2	9.0	11.2	7:44
3	5.9	6.6	7:45
4	4.5	4.8	11:09
		TOTAL	32:23

(1) En la primera iteración Jacobi no se hace MOZARTP en la inicialización de Frank-Wolfe dado que se parte con un set de variables de servicio conocido.

TABLA 3

CONSUMO DE RECURSOS POR SUBPROCESOS PARA ITERACION 2 JACOBI
BASE - 1991 - AM

SUBPROCESO	CPU x SUBPROCESO	% ITERACION
MTP-EQUI (1)	2 : 00	25.9
DEMANDA-EQUI (2)	1 : 25	18.4
SATASS (3)	0 : 10	2.0
MTP-EQUI	2 : 00	25.9
DEMANDA-EQUI (4)	1 : 14	15.9
SAEQUI (5)	0 : 55	11.9
TOTAL	7 : 44	100.0

(1) Corresponde al cálculo de rutas mínimas y variables de servicio de transporte público, mediante módulos MTP3 y MTP4 de MOZARTP (Ver ESTRAUS, 1988).
(2) Subproceso que incluye la actualización de la demanda de viajes considerando las etapas de distribución y partición modal.
(3) Se usa para obtener el vector de flujos de la primera iteración de Frank-Wolfe dentro de cada problema diagonalizado.
(4) Idem (2) solo considerando etapa de partición modal.
(5) Incluye el cálculo de rutas mínimas y la asignación de transporte privado en la fase 1 y la resolución del problema correspondiente a la fase 2 de Frank -Wolfe y la evaluación de convergencia de todo el proceso.

TABLA 4

CONSUMO POR SUBPROCESOS EN CORRIDA COMPLETA
BASE - 1991 - AM

SUBPROCESOS	CPU CONSUMIDO	% CORRIDA COMPLETA
MTP-EQUI	16 : 00	49.4
DEMANDA-EQUI	12 : 03	37.2
SATASS	0 : 40	2.1
SAEQUI	3 : 40	11.3
TOTAL	32 : 23	100.0

De los resultados de la tabla 2 se aprecia que en 4 iteraciones se alcanzó la precisión exigida, consumiéndose en total 32:23 hrs. de CPU en un computador VAX/VMS 3600, equivalentes aproximadamente a 1,5 días de tiempo real con el equipo solo disponible para este proceso. El mayor consumo de recursos por iteración (Ver Tabla 3) se lo lleva el proceso MOZARTP, al actualizar las variables de servicio de transporte público, ya que se requieren hacer 2 actualizaciones mínimas por iteración Jacobi de estas variables. Una para generar la solución factible (variables de servicio para distribución y partición modal) y otra en la iteración de FranK Wolfe que resuelve el problema diagonalizado (variables de servicio para partición modal).

Del total de recursos consumidos de una corrida, se puede apreciar en la Tabla 4 que MOZARTP y la actualización de la demanda de viajes DEMANDA-EQUI se llevan del orden del 85% del tiempo de CPU. De aquí se desprende que estos deben ser los procesos que se debe abocar a optimizar computacionalmente, de manera que una corrida de equilibrio se haga más operativa.

Con respecto al comportamiento del algoritmo, en términos de precisiones y consumos de recursos de acuerdo a las caracteristicas de la red, este se puede apreciar en la Tabla 5 siguiente donde se presentan las corridas del modelo de equilibrio para los distintos planes evaluados.

Los planes evaluados fueron:

- Plan 1 : Paquete de Proyectos de Infraestructura Vial
- Plan 2 : Proyectos Linea 3 de Metro; Extensión Norte Linea 2 de Metro.
- Plan 3 : Proyecto Linea de Semimetro Plaza Baquedano-Puente Alto.
- Plan 4 : Proyectos tranvia Independencia-Grecia; Linea de tranvia Extensión Oeste-Maipú; Linea de tranvia Extensión Sur - San Bernardo.

T A B L A 5

CORRIDAS DE EQUILIBRIO SIMULTANEO
BASES Y PLANES

AÑO-PERIODO	ITERACIONES JACOBI (1)					PRECISIONES ALCANZADAS ALGORITMO JACOBI % FLUJOS					% VIAJES					CPU TIME POR CORRIDA HORAS : MIN			
	B	1	2	3	4	B	1	2	3	4	B	1	2	3	4	B	1	2	3
1991-AM	4	2	4	2	3	4.5	2.5	3.9	3.6	3.4	4.8	3.2	4.4	3.8	3.6	32:23	16.54	38.26	16:54
1991-FP	3	1	4	3	2	4.8	0.3	4.0	2.4	4.7	1.2	4.1	1.9	0.6	1.3	29:11	9:09	38:26	29:11
2001-AM	5	5	5	7	5	7.5	6.4	9.8	8.5	6.7	21.9	8.8	8.6	17.2	12.6	46:10	44:39	46:10	73:09
				(5)+					(9.5)					(19.4)					(44.39)
2001-FP	2	5	3	2	5	3.4	6.6	5.1	4.9	7.9	1.6	2.7	2.5	2.5	3.8	16:54	41:37	24:38	16:54
															TOTAL	124:4	112:19	147:40	136:08 (107:38)

\+ Los números entre paréntesis corresponden al caso de 5 iteraciones para la corrida 2001-AM-Plan 3.

(1) B = Base
1 = Plan 1
2 = Plan 2
3 = Plan 3
4 = Plan 4

Los resultados de la tabla 5 indican que las corridas del año 2001-AM, existiendo del orden 330.000 vehículos a asignar (autos + taxis), son las que presentan mayores dificultades. En 5 iteraciones no se alcanzan las precisiones exigidas del 5% tanto para viaje ni para flujos, siendo las precisiones alcanzadas de los viajes bastante mayores que las de flujos y sus consumos del orden de 45:00 hrs de CPU. Para la corrida 2001 AM Plan 3, se probó haciendo 7 iteraciones para ver si era posible alcanzar la precisión de 5% exigida y sólo se llegó a un 8,5% y un 17.2% para flujos y viaje, respectivamente y con un consumo de 73:09 hrs de CPU. Esto indicó, que lo que se mejoraba en precisión no justificaba el mayor incremento de CPU.

En general, para todas las corridas del año 1991 el algoritmo se comportó bastante estable, alcanzando las precisiones exigidas en menos de 5 iteraciones Jacobi. Se debe considerar que en este año se asignaron en la red del orden de 190.000 vehiculos de transporte privado.

Respecto al comportamiento de los planes, se debe considerar que el orden seguido en las corridas fue: Bases - Plan 2 - Plan 3 - Plan 1 - Plan 4 y todas las corridas se inicializaron a partir de un set de variables de servicio de equilibrio dado. Asi, las corridas Bases 1991 (AM y FP) se inicializaron con las variables de servicio correspondientes a la solucion de equilibrio de 1986 y las corridas Bases 2001 con las de la solucion de equilibrio de las Bases 1991. Por su parte el Plan 2 se inicializó con las Bases y el Plan 3 con la solución del Plan 2, dada la similitud existente en los proyectos viales involucrados en ambos planes . Esta inicialización del Plan 3 tuvo buenos efectos, ya que se puede apreciar de la Tabla 5 que a precisiones similares alcanzadas los consumos de recursos son menores en el Plan 3 que en el Plan 2 (tomando como referencia solo 5 iteraciones Jacobi para 2001-AM). Considerando esto, los planes 1 y 4 también se inicializaron con las variables de servicio correspondientes a la solución del Plan 2, en vez de la solución de equilibrio de las Bases.

El mejor comportamiento del algoritmo, considerando las precisiones alcanzadas y los recursos consumidos, se obtuvo para el Plan 1, el cual contiene un paquete importante de proyectos viales, que indudablemente contribuyen favorablemente a solucionar los problemas de congestión en la Ciudad de Santiago. Esto, queda reflejado en la estabilidad que presentan las variables de servicio en el sistema de transporte, manifestada en las buenas precisiones alcanzadas por el Modelo de Equilibrio Simultáneo.

5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Las principales conclusiones y recomendaciones respecto al comportamiento y desarrollo del modelo son:

- Para una corrida de un plan de proyectos del modelo de equilibrio se deben considerar recurso sobre los 120 hrs de CPU, equivalentes a un computador VAX/VMS 3600. Esto representa del orden de un 85% del tiempo de CPU total consumido por una corrida completa de ESTRAUS. El 15% restante lo comparten entre el proceso de asignacion de transporte publico para obtener las cargas de las líneas de los distintos modos, la incorporación del modo auto-metro al sistema y la corrida del paquete de evaluación VERDI (Ver ESTRAUS, 1988).
- Los principales consumidores de recursos en el modelo de equilibrio son

el subproceso que genera las variables de servicio de transporte público MOZARTP, y el subproceso que actualiza la demanda de viajes DEMANDA-EQUI. A estos dos subprocesos deberían aborcarse los esfuerzos de investigación de manera de hacer el modelo más operativo.

- Toda corrida debería ser inicializada con el mejor sets de variables de servicio disponible, entendiendo esto por la situación de equilibrio disponible más similar en términos de red a la situación estudiada, de manera de evitar partidas con vectores de flujos nulos u otros que provoquen gastos excesivos de recursos.
- La precisión a alcanzar para la solución de equilibrio depende de la situación de congestión vehicular existente en la red vial estudiada.
- Toda modificación del paquete, en términos de una inclusión de modelos de demanda y oferta distintos a los calibrados para ESTRAUS, debe ser pensada teniendo en cuenta que el paquete se desarrollo para este estudio y por lo tanto carece de la generalidad de un paquete comercial, inexistente en el mundo hasta donde se conoce, para solucionar problemas de este tipo.
- El paquete esta desarrollado en FORTRAN 77 y el ambiente en que opera corresponde a un ambiente SATURN. En términos de memoria consumida, para un computador VAX 3600 una corrida (1 año-periodo) requiere de 4 Mbytes de memoria principal (RAM), del orden de 150 Mbytes de memoria secundaria y 300.000 bloques de disco aproximadamente. Toda corrida debe considerar estos recursos.

AGRADECIMIENTOS

Se agradece al Profesor J. Enrique Fernandez L. por sus aportes en el planteamiento teórico del modelo y al Ingeniero Nelson Jara M., por su participación en la implementación computacional de éste..

REFERENCIAS.

BECKMAN M.J., MC GUIRE C.B. and WINSTEN C.B. (1956). Studies in the Economics of Transportation o Yale University Press. New Haven. Connecticut.

ESTRAUS (1988). Estudio de Evaluación y Desarrollo del Sistema de Transporte Urbano de la Ciudad de Santiago. Informe Final. Tomo 2.

FERNANDEZ, J.E. Y FRIESZ, T.L. (1983) Equilibrium predictions in transportation markets: the state of the art. Transp. Research, 17B, 155-172.

FRIESZ T.L. WEISS J., GOTTFRIED J. (1983) Numerical experience with diagonalization algorithms for asymmetric demand traffic assignment. Civil Engineering System, Vol 1, 63-68.

MAHMASSANI, H.S Y MOUSKOS, K.C. (1988) Some numerical results on the diagonalization algorithm for network assignment with asymmetric interactions between cars and trucks. Transp. Research, 22B, 4, 275-290..-