# ESTIMACION DE COSTOS MARGINALES DE TRANSPORTE USANDO LA MATRIZ DE AGREGACION DE FLUJOS

Sergio Jara Díaz, Pedro Donoso y Jorge Araneda
Universidad de Chile, Casilla 228-3, Santiago, Chile

## RESUMEN

Se presenta un enfoque para estimar costos marginales inter-zonales a partir de funciones de costo de transporte. Esto se logra reduciendo la dimensión del producto ( vector de flujos ) mediante una matriz de agregación, compuesta por funciones que intentan captar los diferentes factores físicos y operacionales que influyen sobre los costos marginales en los distintos pares origen-destino servidos. El enfoque se aplica usando datos mensuales de una firma chilena de camiones. Los resultados revelan marcadas diferencias en los costos marginales entre zonas. En el desarrollo del método queda de manifiesto el compromiso entre el tratamiento vectorial del producto y la flexibilidad de las funciones de agregación; los resultados sugieren algunas ventajas de preservar desagregación en lo posible.

## 1.- INTRODUCCION

Durante la última década, la definición del producto de transporte ha sido un tópico de gran importancia en la literatura metodológica de transporte. La tradicional medida escalar ( volumen*distancia ), cuestionada desde diferentes perspectivas ( Spady y Friedlaender, 1978; Jara-Díaz, 1982a, b, 1988; Jara-Díaz y Donoso, 1989 ), ha evolucionado hacia descriptores multidimensionales, los cuales han permitido un análisis económico de sistemas de transporte más completo y menos distorsionado. Este proceso ha decantado en lo que hoy es aceptado como la correcta descripción del producto en transporte : un vector de flujos de diferentes bienes, entre diferentes pares origen-destino ( O-D ) y durante diferentes períodos.

Una de las consecuencias más importantes de la anterior descripción desagregada del producto es la posibilidad de identificar costos marginales por flujo. Las estimaciones de los costos marginales por ton-kilómetro ( o pasajero-kilómetro ), asumen implícitamente que el valor de los recursos adicionales requeridos para movilizar una unidad física un kilómetro más es la misma, independientemente de la ubicación geográfica del par origen-destino involucrado o del volumen movilizado entre otros pares origen-destino. Este procedimiento erróneo podría enmendarse a través de un apropiado tratamiento del producto. Sin embargo, una especificación detallada del producto en la función de costo de transporte, provoca que, en la mayoría de los sistemas reales, la estimación econométrica de esta función sea irrealizable o imprecisa, debido a la presencia de un número insuficiente de grados de libertad y/o de problemas numéricos relacionados con los métodos de estimación. Esta dificultad no se soluciona facilitando los procedimientos econométricos a través de una redefinición del producto, sino que diseñando un método práctico para estimar, con un nivel de precisión aceptable, algunas características económicas deducibles de una función de costo, como por ejemplo, costos marginales. Para tratar este problema, aquí se sugiere transformar el producto en una forma vectorial con componentes agregadas apropiadas. Este enfoque no pretende modificar la correcta definición del producto de transporte ni proponer un procedimiento genérico de agregación, sino que establecer un método que, a partir del conocimiento previo que el modelador tenga del sistema de transporte estudiado, permita construir estimaciones razonables de ciertas características microeconómicas que se derivan de la función de costo.

En este artículo se experimenta con esta metodología, estimándose costos marginales desagregados espacialmente para un sistema de transporte de carga en camiones que opera a nivel nacional en Chile. En la sección siguiente se define una pseudo función de costo, instrumento que pretende replicar propiedades de primer orden de una función de costo real, y se define la Función de Agregación de Flujos como un instrumento operacional para lograr este objetivo. Quedará de manifiesto que este enfoque requiere de cierto conocimiento cualitativo previo de parte del modelador sobre la estructura económica y tecnológica del sistema bajo estudio. La aplicación, contenida en la sección tres, evidencia que el proceso de generación de Funciones de Agregación de Flujos apropiadas, depende del sistema tratado en particular. Dentro de los resultados obtenidos, se detecta que la raíz cuadrada de la distancia es preferible a la distancia misma, al especificar los elementos que contribuyen a la formación de costos marginales. Los resultados teóricos y experimentales obtenidos, y las ventajas, limitaciones y proyecciones de la Función de Agregación de Flujos se discuten en la sección final de este artículo.

## 2.- FORMULACION DEL PROBLEMA

Para concentrarnos en el vector producto, y por simplicidad, supondremos que el vector de precios de insumos se mantiene constante a lo largo del análisis. Asimismo, se asumirá que la función de costo es lineal en los flujos. Aunque una especificación más flexible de la función de costo es preferible ( por ejemplo, cuadrática ) la función lineal siempre puede considerarse como una aproximación adecuada de primer orden de aquella, válida en una vecindad de la media ( para una prueba, ver el Apéndice 1 en Jara-Díaz y Donoso, 1989 ).

Sean :

| | | |
|---|---|---|
| $y \in \Re^k$ | : | vector de flujos |
| $Y \in \Re^{n*k}$ | : | matriz de observaciones de y |
| $g \in \Re^n$ | : | vector de observaciones del costo C |

La función de costo está dada por:

$$C(y) = \beta_0 + \sum_{i=1}^{k} \beta_i * y_i \; , \qquad (1)$$

donde $\beta = ( \beta_0, \beta_1 )$ es un vector de parámetros. El modelo estocástico derivado de esta función es :

$$g = \beta_o \vec{1} + Y\beta + \epsilon, \qquad (2)$$

donde $\epsilon$ es un vector de errores estocásticos con media nula y matriz de varianzas y covarianzas $\sigma^2\mathbf{I}$.

La estimación de la función de costo es :

$$\hat{C}(y) \equiv \hat{\beta}_o + \sum_{i=1}^{k} \hat{\beta}_i * y_i, \qquad (3)$$

donde $\hat{\beta} = (\hat{\beta}_o, \hat{\beta}_I)$ es el estimador de $\beta$ por mínimos cuadrados ordinarios. Un valor elevado de k puede generar al menos uno de los siguientes problemas :

i.- $\hat{\beta}$ no es único, debido al número insuficiente de observaciones;

ii.- $\hat{\beta}$ es impreciso, debido al escaso número de grados de libertad;

iii.- $\hat{\beta}$ podría estar determinado muy erróneamente, debido al elevado riesgo de multicolinealidad en Y.

Estos problemas serán enfrentados construyendo una pseudo función de costo, la cual estará especificada en términos de un vector $\bar{y} \in \Re^s$ con $s < k$, cuyas componentes, denominadas variables agregadas, serán el resultado de la siguiente transformación lineal del vector y :

$$\bar{y} \equiv A'y \qquad (4)$$

donde $A \in \Re^{k*s}$, llamada matriz de agregación, se supondrá de rango completo. La pseudo función de costo está dada por :

$$\bar{C}(\bar{y}) \equiv b_o + \sum_{i=1}^{s} b_i * \bar{y}_i, \qquad (5)$$

donde $b = (b_o, b_I)$ son parámetros por estimar.

Es oportuno enfatizar que la matriz de agregación A reduce el número de variables explicativas de la función de costo, pero mantiene inalterado el número de observaciones.

Se desea encontrar A y b tales que $\bar{C}(\bar{y})$ verifique algunas propiedades predeterminadas. Dado que la pseudo función de costo ( ecuación 5 ) puede ser expresada en términos del vector de flujos y como $\tilde{C}(A'y)$, resulta natural determinar las condiciones que esta función debe verificar para coincidir con $C(y)$. Si se supone que la matriz [ 1 : Y ] es de rango completo se obtiene inmediatamente que :

$$\tilde{C}(A'y) = C(y) \quad \Leftrightarrow \quad b_o = \beta_o \quad ; \quad \beta_1 = A*b_1 \;, \qquad (6)$$

luego, la pseudo función de costo siempre existe. Sin embargo, dada una matriz de agregación A, el vector b existe bajo ciertas condiciones. Al respecto, Chipman ( 1976 ) denominó " Condición de Agregación Perfecta " ( C.A.P. ) a la condición $\exists\, b_1 \,/\, Ab_1 = \beta_1$. Es interesante observar que si A verifica C.A.P., entonces, el vector $b_1$ es único y debe ser estimado según el procedimiento de mínimos cuadrados ordinarios.

Por lo tanto, el problema puede formularse como " encontrar una matriz de agregación A que verifique la C.A.P. ". Pero, ¿ qué significa esta condición ?. Dado que $\beta_1$ corresponde al vector de costos marginales por flujo ( m ) y que la C.A.P. puede desagregarse según :

$$m_i = \beta_i = \sum_{j=1}^{s} a_{ij}*b_j \qquad i = 1,\ldots,k \quad , \qquad (7)$$

esta ecuación sugiere fuertemente interpretar el elemento $a_{ij}$ de la matriz A como aquella función de factores j-ésima que determina o influencia el costo marginal i-ésimo $m_i$, es decir :

$$\begin{aligned} a_{ij} &\equiv f_{ij}(\text{ factores asociados a } m_i \text{ }) \\ &\equiv f_{ij}(\text{ factores i }) \qquad i = 1,\ldots,k \qquad j = 1,\ldots,s \quad , \end{aligned} \qquad (8)$$

luego,

$$m_i = \beta_i = \sum_{j=1}^{s} f_{ij}(\text{ factores i })*b_j \qquad i = 1,\ldots,k \,. \qquad (9)$$

Bajo esta perspectiva, $b_1 = (\, b_j \,)$ se puede interpretar como el vector de pesos de las funciones de factores en los costos marginales.

Dado que la C.A.P. requiere que para un j dado, todas las funciones $f_{ij}$ ( que están asociadas a costos marginales distintos ) tengan el mismo peso $b_j$, es conveniente asumir la existencia de una " ley " de generación o influencia de los costos marginales, es decir que existan grupos de éstos para los cuales las funciones de factores correspondientes sean iguales para cada costo marginal del grupo ( aunque puedan existir funciones distintas para grupos distintos ). Analíticamente ésto puede formularse según :

$$f_{ij} = \begin{cases} f_j^h & \forall \ i \in \text{Grupo } h \\ 0 & \text{si no} \end{cases} \quad , \text{ donde } \{ 1,..,k \} = \uplus_h \text{Grupo } h, \qquad (10)$$

luego,

$$m_i = \beta_i = \sum_{j=1}^{s} f_j^h \text{ ( factores i )} * b_j \qquad \forall \ i \in \text{Grupo } h, \qquad \forall \ h \qquad (11)$$

En este caso, la matriz A se denominará matriz de agregación disjunta generalizada y tiene la siguiente forma :

$$A = \begin{bmatrix} A_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & A_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & A_q \end{bmatrix} \qquad (12)$$

donde una submatriz $A_j$ estará asociada al grupo j-ésimo de costos marginales. Como ya se ha dicho, la estructura de esta matriz impone una especificación por columnas igual al interior de cada grupo, pero diferente entre grupos.

Esta formulación requiere que el modelador determine los grupos de costos marginales y las funciones de factores para cada uno de éstos y luego realiçe la estimación econométrica de la pseudo función de costo asociada $\tilde{C}$, obteniéndose los estimadores de los pesos ( $b_j$ ) asociados a las funciones de factores previamente especificadas.

El conocimiento que el investigador tenga del sistema de transporte investigado es muy importante, y a menudo determinante, para precisar los factores y la manera de especificarlos. En este sentido, características tales como la estructura de la red, reglas de operación, condiciones físicas, factores ambientales, etc., son muy importantes. Aunque, en general, cada sistema tiene sus propios factores, en el caso de agregación espacial existen algunos factores genéricos que pueden influenciar el costo marginal asociado a un determinado flujo en un par O-D dado :

a) Factores físicos relacionados con el propio par O-D, como las condiciones geográficas ( topografía, clima, etc. ) o características de la correspondiente vía de circulación.

b) Factores operacionales relacionados con el propio par O-D, como el nivel medio o la varianza del flujo, características del proceso de carga y descarga o las condiciones del tráfico.

c) Factores inducidos por movimientos entre otros pares O-D, los cuales pueden reflejar ventajas y desventajas en las operaciones; en este sentido la estructura de la red y la forma particular en que ésta es servida debería jugar un rol importante.

## 3.- APLICACION

En esta sección se analizará un sistema de transporte de carga en camiones que opera a nivel nacional en Chile, movilizando carga desde Santiago a 14 zonas de destino. Se dispone de 24 confiables observaciones mensuales de los flujos, gastos de operación y precio de los dos insumos que experimentaron una variación significativa durante los dos años observados : gasolina y lubricantes. Para una descripción detallada del sistema y de las observaciones involucradas, se puede consultar Jara-Díaz ( 1988 ). No obstante, es importante destacar que las zonas de destino son básicamente alcanzadas a través de una única carretera que corre a lo largo del país, con la sóla excepción de la zona austral que es conectada a la red a través de Argentina. Además, una serie de caminos transversales conectan la carretera con prácticamente todos los destinos. Por otra parte, las variables clima y topografía experimentan una notable variación a lo largo de esta extensa red: una zona norte plana y desértica cambia dramáticamente en un Sur sinuoso y permanentemente lluvioso ( e incluso con nieve en la zona austral).

Aunque el enfoque teórico fue desarrollado para una especificación lineal de la función de costo, se usó una forma funcional cuadrática, solamente para disponer de los mejores estimadores de los costos marginales en una vecindad del punto de aproximación ( área donde la aproximación lineal es válida ). También se utilizaron las ecuaciones de demandas derivadas por gasolina y lubricantes ( lema de Shephard ) para incrementar los grados de libertad y eficiencia de la estimación.

Considerando el reducido número de observaciones disponibles y el número de variables involucradas en la especificación cuadrática, se fijó en 4 el número de variables agregadas ( s ). De este modo, se generaron matrices de agregación de 14*4 elementos, cuya bondad fue juzgada por los resultados de las estimaciones de los costos marginales ( valores esperados y niveles de confianza respectivos ) y por medidas y tests estadísticos[1].

En términos metodológicos, es conveniente enfatizar que se estima una función de costo de operación, previamente definida en Jara-Díaz ( 1988 ), que incluye sólo aquellos costos que varían con el volumen transportado ( el tamaño del sistema es fijo ). Por otra parte, debe observarse que los grados de libertad realmente aumentan, gracias a que las tres ecuaciones incluyen parámetros comunes ( una discusión más amplia sobre este punto aparece en el mismo artículo ). Finalmente, dado que sólo dos precios de insumos varían, la conocida propiedad de homogeneidad lineal en todos los precios no puede ser impuesta en este caso.

La experimentación comenzó con la elección del tipo de factores que se consideraron. En la tabla 1 se incluyen diferentes elementos que describen el sistema, tanto en términos de las condiciones físicas ( distancias, red, clima y topografía ) como de las condiciones de operación ( distribución de destinos, congestión y nivel medio de flujos ). El clima, topografía y distribución de destinos son factores que no pueden ser capturados sino cualitativamente, de forma que el criterio de agrupación utilizado es el de la adyacencia geográfica. Considerando la disponibilidad de variables, su relevancia económica, su grado de variación a lo largo de los pares O-D servidos y la intención de identificar factores más bien simples, se decidió usar los siguientes :

i.- Distancia asociada al par O-D ( $d_i$ ), como representante de las características físicas del propio par;

ii.- Nivel medio del flujo propio ( $\bar{y}_i$ ), como representante de las características de operación del par;

iii.- Suma de otros niveles medios de flujos que involucran movimientos hacia zonas

1.- *Los costos marginales zonales, el grado de economías de escala y sus correspondientes varianzas ( y t-estadísticos ) fueron calculados usando la subrutina ANALYZ del paquete estadístico T.S.P., que opera utilizando los coeficientes directamente estimados y su matriz de varianzas y covarianzas.*

intermedias ( $\sum_{j\sim i} \bar{y}_j$ ), como representante de la influencia de otros pares O-D en el flujo ( red y operaciones ).

El criterio de agrupación condujo al establecimiento de 4 grupos : Norte ( N : flujos 1 al 5 ), Centro ( C : flujos 6 al 8 ), Sur ( S : flujos 9 al 12 ) y Austral ( A : flujos 13 y 14 ).

Inicialmente se experimentó con la siguiente especificación para costos marginales:

$$m_i = \beta_i = b_h * f_1( d_i, \bar{y}_i, \sum_{j\sim i} \bar{y}_j ) \qquad \forall \ i \in \text{Grupo } h \qquad h = \text{N, C, S y A} \quad (13)$$

es decir, se definió una misma función de agregación para cada uno de los 4 grupos. Se probaron 18 especificaciones diferentes, eligiéndose el modelo 2.1 ( ver tabla 2 ) ya que junto con suministrar estimadores de costos marginales coherentes en signos con la teoría microeconómica y en magnitudes con el sistema de transporte en cuestión, posee los mejores indicadores de bondad de ajuste. Aunque es poco probable que una sóla función de agregación permita generar adecuadamente todos los costos marginales, este modelo parece indicar que la distancia no influye linealmente sobre los costos marginales y que el efecto de los niveles medios de flujo, propio como de otros, está mejor representado por funciones que provocan una disminución de su influencia para largas distancias.

El paso siguiente consistió en experimentar con diferentes funciones para diferentes grupos, pero, a la luz de los resultados previos, imponiendo que la distancia juegue un rol secundario en destinos próximos a Santiago. El mejor modelo obtenido siguiendo este enfoque corresponde al 2.2 que aparece también en la tabla 2. Esta sencilla agregación confirma que la distancia, especificada según una función cóncava, parecería ser el factor más importante en el caso de destinos lejanos y que el propio flujo es determinante para zonas de destino relativamente cercanas al origen.

Una de las mayores críticas que se puede formular a los enfoques precedentes, es que ellos requieren determinar a priori la relación valórica entre distintos factores : la distancia, el nivel medio del flujo propio y el nivel medio de otros flujos. Para abordar este problema se flexibilizó la especificación de la función de agregación, considerándose funciones distintas para factores distintos, lo que condujo necesariamente ( dado que el número de parámetros que se pueden estimar es fijo ) a reducir el número de grupos a menos de cuatro. Se experimentó con dos esquemas alternativos : en el primero se crearon dos grupos, especificándose dos funciones de factores para cada uno de éstos y en el segundo esquema, se definieron tres grupos, donde sólo uno de ellos tiene asociado dos funciones de factores. Como es obvio, en ambos casos se estima el mismo número de parámetros ( 4 ). En el primer esquema se agruparon las zonas Norte y Centro ( flujos 1 al 8 ) y las zonas Sur y Austral ( flujos 9 al 14 ), experimentándose con más de 18 diferentes especificaciones. A diferencia de los resultados de los experimentos previos, las estimaciones obtenidas de los valores medios de costos marginales fueron poco robustas ( dependen de la especificación ). Claramente, en este caso, la ganancia en flexibilidad funcional no pareció compensar la pérdida de homogeneidad al interior de cada grupo.

En el segundo esquema se mantuvieron inalterados los grupos Norte y Austral y se colectaron en un gran grupo Central los antiguos grupos Centro y Sur ( flujos 6 al 12 ). Dado que se incrementó la heterogeneidad de este grupo fue precisamente aquí donde se aumentó la flexibilidad funcional. Además, considerando los resultados previos, se utilizó una función sólo de la distancia para los grupos asociados a destinos lejanos. Se experimentó con un conjunto amplio de especificaciones alternativas de entre las cuales se eligió el modelo 2.3 ( ver tabla 2 ). Aunque los valores obtenidos de los diferentes modelos son sensibles a la especificación, el mejor modelo parecería equilibrar provechosamente la heterogeneidad intra-grupo con la flexibilidad funcional; pero esto será más profundamente analizado al revisar globalmente los resultados.

Al revisar los tres modelos de la tabla 2, se observa que todos muestran un ordenamiento comparativo más bien estable de los costos marginales : $m_A$ siempre es el mayor, seguido de $m_N$, $m_S$ y de $m_C$ en este orden ( $m_S = m_C$ en el modelo 2.3 ). En los dos primeros, $m_C$ es no significativo al 95% de confianza. A continuación, se seleccionó la mejor pseudo función de costo de entre las tres candidatas.

Aunque el modelo 2.3 parece ser el más atractivo, la pequeña diferencia entre estos tres modelos ( con respecto a los criterios de coherencia económica y de bondad de ajuste ) y el hecho que éstos involucran diferentes transformaciones de variables, obliga a utilizar un test estadístico que confirme la elección preliminar del modelo 2.3. Se utilizó el test de Davison-MacKinnon ( Davison y MacKinnon, 1981 ) para contrastar el modelo 2.3 frente a los modelos alternativos 2.1 y 2.2. Los resultados mostraron que el modelo 2.3 no es superado por los otros dos modelos candidatos. En particular, se obtuvo que el modelo 2.3 es preferible al modelo 2.2 con un gran nivel de confianza y que el modelo 2.1 es a lo más comparable al modelo 2.3. De este modo, se eligió finalmente al modelo 2.3[2].

Para analizar los resultados numéricos se debe distinguir entre los factores que contribuyen a una adecuada agregación dentro de cada grupo y aquellos que explican las diferencias entre grupos ( entre zonas en este caso de agregación espacial ). En este último caso, la comparación entre los costos marginales zonales puede realizarse directamente con los valores expresados en [ pesos/kg ] o convirtiéndolos a unidades más tradicionales como son [ USc/ton-km ] ( tabla 3 ). Los resultados indican que los costos marginales zonales aumentan con la distancia media desde Santiago, pero no proporcionalmente. Si bien es cierto que la distancia debe considerarse, existen otros factores que influyen sobre los valores obtenidos de los costos marginales. Esto puede apreciarse más claramente de los valores expresados en [ USc/ton-km ], ya que éstos se independizan en gran medida del efecto " distancia " ( y facilitan además la comparación con otros estudios ). Se observa que el costo marginal promedio de operación para este sistema es de 26.76 [ USc/ton-km ] ( usando el modelo 2.3 ) el cual está muy próximo a $m_N$ y es considerado como " normal " según estándares internacionales. Además, movilizar una tonelada adicional un kilómetro desde Santiago es mucho más caro si la zona de destino es el Centro o el extremo austral, que si ésta es el Norte o el Sur del país. Es interesante notar que el transporte a las zonas central y austral requiere recursos adicionales cercanos a los 49 [ USc/ton-km ]. Sin embargo, los factores que determinan cada uno de estos valores no son los mismos. En el caso de flujos a la zona central, la densidad de la red y la congestión podrían ser las causas del costo extra, mientras que el clima y la topografía son determinantes en el elevado valor asociado a los flujos a la zona austral ( el pequeño volumen transportado podría ser un factor adicional ).

El análisis de las funciones de factores que se especifican al interior de cada grupo o zona debe realizarse desde otro punto de vista. Cuando se utilizó una única función $f_j^h$

---

2.- *los modelos fueron comparados como sistemas de ecuaciones simultáneas. De este modo, a las tres ecuaciones se les dio un tratamiento similar.*

por grupo, como es el caso del modelo 2.1 de la tabla 2, se postuló, implícitamente, que la proporción entre los costos marginales k-ésimo y l-ésimo correspondientes al grupo h, está dada por $f_k^h/f_l^h$, porque $b_h$ se cancela. Por ejemplo, los resultados indican que movilizar una unidad adicional de carga al destino 14 es $\sqrt{3110}/\sqrt{1705} = 1.35$ veces más caro que movilizarlo al destino 13. Si se comparan los principales modelos, se podría concluir que la especificación interna más adecuada corresponde a la raíz cuadrada de la distancia para las zonas Norte y Austral, y funciones simples aditivas y separables en el nivel medio del flujo propio y en la distancia para las zonas Centro y Sur. Estos resultados se ajustan a observaciones teóricas previas que señalan la importancia de las operaciones terminales de carga y descarga en los costos, fenómeno mejor captado por el nivel de flujo transportado que por la distancia ( Jara-Díaz, 1982b ). Por ello, a menor distancia, mayor es el impacto del nivel del flujo.

## 4.- SINTESIS Y CONCLUSIONES

Es evidente que algún grado de agregación de flujos es necesario para estimar aproximaciones de la función de costo en la mayoría de los sistemas reales de transporte. Aquí se ha desarrollado y experimentado un enfoque para estimar costos marginales desagregados, pero que mantiene inalterada la naturaleza multidimensional del producto en transporte. Este enfoque se basa en una " reducción dimensional " del vector de flujos ( agregación ) por medio de una transformación lineal de éste, representada , genéricamente, por la denominada matriz de agregación disjunta generalizada. Para aplicar este enfoque, el modelador debe determinar los principales factores que podrían influenciar los costos marginales, postular funciones de tales factores y agrupar flujos adecuadamente para tratar a los factores cualitativos.

Se ha aplicado el enfoque previo a la estimación de costos marginales zonales en un sistema de transporte de carga en camiones que opera en Chile. Primeramente, se identificaron los principales factores que determinarían la cantidad de recursos empleados para movilizar una unidad de carga adicional. Estos son : distancia, topografía, clima, distribución relativa de los destinos, niveles medios de flujo y congestión. La particular forma longitudinal del sistema carretero nacional facilitó la identificación de los grupos, considerándose prácticamente todos los factores cualitativos y manteniendo cierta homogeneidad dentro de cada grupo. Los factores cuantitativos ( distancia y nivel medio de flujo ) fueron especificados de múltiples formas, taniéndose presente siempre el " trade-off " existente entre la flexibilidad funcional y la deseada homogeneidad intra-grupo. Aunque no es posible generalizar a otros sistemas, es interesante observar que los resultados de éste, evidenciaron que los costos marginales zonales, ubicados dentro del rango 4 - 42 [ pesos/kg ] ( o 14 - 50 [ USc/ton-km ] ), no son directamente proporcionales a la distancia, sino que más bien a la raíz cuadrada de ésta en el caso de largas distancias, mientras que en el caso de cortas distancias, el nivel medio del flujo propio, además de la distancia, es el factor más importante.

Aunque la aplicación del procedimiento aquí desarrollado depende de las características del sistema de transporte estudiado y la experimentación realizada involucra una red muy particular ( muy grande, pero simple ), es posible derivar algunas conclusiones metodológicas. En primer lugar, la tradicional medida escalar volumen*distancia puede ser interpretada como un caso particular de agregación, donde se define solamente un grupo, se considera importante un único factor ( distancia ) y se lo especifica linealmente en una sóla función de agregación. Por otra parte, parecería ser preferible preservar la mayor cantidad de grupos posibles para reducir la heterogeneidad al interior de cada uno, en especial en presencia de factores cualitativos importantes. Además, al postular especificaciones para los factores cuantitativos debe siempre contrapesarse la flexibilidad funcional con la pérdida de homogeneidad al interior de los grupos. Finalmente, aunque habitualmente es necesaria la agregación de flujos en algún grado, es claramente inadecuado llegar al extremo de una agregación escalar, por cuanto la distorsión producida es severa ( Jara-Díaz y Donoso, 1989 ). En tal sentido, los resultados parecen indicar que preservar desagregación es mejor incluso a usar funciones de agregación muy complejas .

Por último, es necesario resaltar que la estrategia aquí desarrollada no pretende redefinir el producto de transporte, sino tratar un problema operacional econométrico, por medio de la generación de procedimientos de agregación de las componentes del vector de flujos. Como no existe razón para esperar la existencia de una función de agregación universalmente válida, este nuevo enfoque permite preguntarse si existen patrones sencillos de agregación asociados a estructuras de red típicas y/o a formas en que éstas son servidas. Intentar dar una respuesta a esta interrogante pareciera ser el próximo paso.

## AGRADECIMIENTOS

Esta investigación fue parcialmente financiada por el Fondo Nacional de Ciencia y Tecnología, proyecto 1217-91 y el Depto. Técnico de Investigación de la Universidad de Chile, proyecto I-3092/9011.

## REFERENCIAS

Chipman, John ( 1976 ) Estimation and aggregation in Econometrics : an application of the theory of generalized inverses. En M. Zuhair Nashed ( ed. ) **Generalized Inverses Applications**, Academic Press.

Davidson, R y MacKinnon, J. ( 1981 ) Several tests for model specification in the presence of alternative hypotheses. **Econometrica 49**, 781-793.

Jara-Díaz, S.R. ( 1982a ) The estimation of transport cost functions : a methodological review. **Transport Reviews 2**, 257-278.

Jara-Díaz, S.R. ( 1982b ) Transportation product, transportation function and cost functions. **Transportation Science 16**, 522-539.

Jara-Díaz, S.R. ( 1988 ) Multioutput analysis of trucking operations using spatially disaggregated flows. **Transportation Research 22 B**, 159-171.

Jara- Díaz, S.R. y Donoso, P. ( 1989 ) On the bias caused by spatial aggregation of flows on the degree of scale economics. **Transportation Science 23**, 151-158.

Spady, R. y Friedlaender, A.F. ( 1978 ) Hedonic cost functions for the regulated trucking industries. **Bell Journal of Economics 9**, 159-179.

Tabla 1. **Descripción de flujos y de factores**

| Flujo | Zona de destino | $d_i$ [ Km ] | $\bar{y}_i$ [ton/mes] | Clima | Topografía | Concent. destinos | Grado de congest. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Arica | 2133 | 188 | | | | |
| 2 | Iquique | 1902 | 84 | | | | |
| 3 | Chuquicamata-Calama | 1650 | 207 | Desértico | Carretera recta con pendiente baja | Baja | Bajo |
| 4 | Antofagasta | 1390 | 138 | | | | |
| 5 | Salvador-Copiapó | 950 | 95 | Seco | | | |
| 6 | La Serena-Coquimbo | 464 | 66 | | | | |
| 7 | Valparaíso | 252 | 194 | | Carretera sinuosa con algunas pendientes altas | Alta | Alto |
| 8 | Rancagua-Talca | 169 | 90 | Templado | | | |
| 9 | Linares-Chillán | 352 | 107 | | | | |
| 10 | Concepción | 520 | 281 | | | | |
| 11 | Temuco-Valdivia | 812 | 128 | Lluvioso | Curvaturas vert. y horiz. bajas | Media | Medio |
| 12 | Osorno-Puerto Montt | 1083 | 133 | | | | |
| 13 | Castro-Coyhaique | 1705 | 41 | | | | |
| 14 | Punta Arenas | 3110 | 15 | Frío | Comunicación interna difícil | Baja | Bajo |

**Tabla 2. Costos marginales correspondientes a los mejores modelos**

| Modelo | 2.1 | 2.2 | 2.3 |
|---|---|---|---|
| Grupos | N, C, S y A | N, C, S y A | N, C+S y A |
| $m_i$ | $f_1*b_h \quad \forall h$ | $f_2*b_h \quad h=N, A$<br>$f_4*b_h \quad h=C, S$ | $f_2*b_h \quad h=N, A$<br>$f_2*b_2+f_3*b_3 \quad h=C+S$ |
| | \$/Kg ( Dic, 81 ) | \$/Kg ( Dic, 81 ) | \$/Kg ( Dic, 81 ) |
| $m_N$ | 9.35 ( 2.46 ) | 10.44 ( 2.53 ) | 16.87 ( 3.76 ) |
| $m_C$ | 3.71 ( 0.61 ) | 4.04 ( 0.66 ) | 3.61 ( 1.61 ) |
| $m_S$ | 7.52 ( 2.09 ) | 5.54 ( 1.49 ) | |
| $m_A$ | 35.15 ( 2.33 ) | 38.33 ( 2.38 ) | 42.15 ( 2.81 ) |
| $R^2$ | 0.73 | 0.71 | 0.80 |

$$f_1 = \sqrt{\sqrt{\sum_{j\sim i} \bar{y}_j} * exp( -100/ d_i ) + d_i} \qquad f_2 = \sqrt{d_i}$$

$$f_3 = 1 / \bar{y}_i \qquad f_4 = d_i + \sqrt{\bar{y}_i}$$

**Tabla 3. Costos marginales expresados en unidades tradicionales**

| Modelo | 2.1 | 2.2 | 2.3 |
|---|---|---|---|
| $m_i$ | USc/Ton-Km | USc/Ton-Km | USc/Ton-Km |
| $m_N$ | 15.7 | 17.5 | 28.2 |
| $m_C$ | 48.3 | 52.2 | 47.0 |
| $m_S$ | 29.0 | 21.2 | 13.9 |
| $m_A$ | 42.5 | 46.4 | 51.0 |
| | | | $\bar{m} = 26.76$ |