

**Modelación de la Asignación en Redes viales Interurbanas  
Tarificadas mediante Elección Discreta**

Tristán E. Gálvez Pérez  
Gonzalo E. Véjar Lobos

CITRA Ltda.  
General del Canto 487, Santiago, Chile.

**RESUMEN**

En la evaluación de proyectos de inversión o de estructuras de tarificación en carreteras se requiere en muchos casos asignar a la red vial una matriz O/D fija, resultante de etapas previas de generación, distribución y partición modal de los viajes o proveniente de mediciones directas en la red. Los modelos más utilizados para ello son los de equilibrio de usuario, en los cuales se supone que el costo medio de las rutas alternativas utilizadas para un par O/D dado es igual (Principio de Wardrop) y su principal campo de aplicación es en redes altamente congestionadas. En redes en las cuales no hay congestión, en cambio, suele utilizarse un método de asignación todo-nada.

En ciertos casos de redes tarifcadas, ninguno de estos modelos logra reproducir las situaciones realmente observadas. Por ejemplo, si en ausencia de congestión los usuarios deben elegir entre una ruta gratuita y otra tarifcada de mejor estándar, lo que se observa es una partición de los usuarios en función de su disponibilidad a pagar por el uso del camino de mejor estándar. Es claro que ello no es una asignación todo-nada ni un proceso de equilibrio.

Un método alternativo es por lo tanto suponer que la elección entre rutas alternativas es un proceso de elección discreta, el cual puede modelarse sobre la base de la teoría de la utilidad aleatoria, conduciendo bajo ciertos supuestos (distribución Gumbel de los términos de dispersión del comportamiento) a un modelo de elección logit. Se realiza una discusión bibliográfica de los principales trabajos anteriores sobre el tema. Se presenta luego la formulación analítica del problema para el caso de estructuras jerárquicas de decisión, el cual no ha sido tratado anteriormente. Se discute a continuación los diversos algoritmos de solución propuestos en la literatura.

Finalmente, se presenta algunos casos aplicados, en los cuales se ha utilizado para fines de cálculo el software MARTED (Modelo de Asignación a Redes Tarifcadas mediante Elección Discreta), desarrollado por CITRA Ltda.

## 1. INTRODUCCION

La evaluación de proyectos de inversión o de estructuras de tarificación en carreteras requiere en muchos casos asignar a la red vial una matriz O/D fija, resultante de etapas previas de generación, distribución y partición modal de los viajes o proveniente de mediciones directas en la red. Los modelos más utilizados para ello son los de equilibrio de usuario, en los cuales se supone que el costo medio de las rutas alternativas utilizadas para un par O/D dado es igual (Principio de Wardrop) y su principal campo de aplicación es en redes altamente congestionadas. En redes en las cuales no hay congestión, en cambio, suele utilizarse un método de asignación todo-nada. Sin embargo, estos modelos presentan deficiencias en el caso de redes viales tarificadas, en el sentido de que no logran reproducir la elección de ruta realmente observada. En este artículo se discuten los distintos criterios de modelación de la elección de ruta, y se desarrolla un enfoque de modelación de la asignación de viajes para el caso interurbano basada en el concepto de elección discreta.

El artículo ha sido dividido en seis secciones. En la segunda sección se realiza una descripción de los principales algoritmos empleados en la asignación de viajes, y el tratamiento que se ha dado a la diferencia en la percepción por parte de los usuarios. En la tercera sección se presenta un algoritmo de asignación de viajes basado en estructuras jerárquicas de decisión del tipo logit, indicando su estructura y requerimientos. Se discute, en la cuarta sección, la especificación del costo generalizado de transporte en la modelación, señalando un enfoque mediante el cual puede ser estimado. La quinta sección presenta el proceso de calibración del modelo de asignación. La sexta sección muestra resultados de la aplicación del algoritmo presentado en la tercera sección. Finalmente, en la sección siete se presentan las principales conclusiones obtenidas.

## 2. MODELOS DE ASIGNACION

Desde una perspectiva general, los modelos de transporte son utilizados para predecir las consecuencias de políticas o acciones posibles de implementar en el sector, de modo de cuantificar, entre otros factores, los patrones de viajes resultantes. Un buen modelo debería ser capaz de reproducir o simular el comportamiento de los usuarios cuando se producen cambios en la gestión del sistema o se ejecutan programas de inversión que afecten directamente los atributos de su viaje. La modelación de un sistema de transporte debe captar el resultado de múltiples decisiones individuales, referidas a cuestiones tales como hacia dónde viajar, cuándo viajar, qué modo de transporte utilizar y cuál ruta emplear, sin olvidar las decisiones de localización de residencias y actividades, esto es, desde dónde viajar. Ello ha conducido al desarrollo de modelos secuenciales o simultáneos, en el sentido del orden en el cual van dando cuenta de estas interrogantes. En el presente artículo se partirá de la base que todas estas cuestiones, salvo la elección de ruta, han sido ya tratadas por otros modelos. Se trabajará, por lo tanto, como si la matriz de origen-destino de viajes es fija o, equivalentemente, exógena al submodelo. En este marco, al utilizar modelos de asignación de viajes, éstos debieran ser capaces de capturar las características relevantes en la elección de ruta, que influyan en las decisiones de los usuarios. Para estos efectos han sido desarrollados numerosos procedimientos alternativos, los cuales son descritos más adelante en esta sección. En esta descripción se ha puesto el énfasis en la forma en que los diversos métodos abordan dos problemas cruciales: la diversidad de los usuarios y los procesos de congestión.

En relación al tema de la diversidad de los usuarios, cabe señalar que algunos enfoques tradicionalmente utilizados adoptan el supuesto de que los usuarios buscan minimizar su costo percibido de transporte, medido como una combinación entre tiempo, costo de viaje y, en algunos casos, otros factores, pero sin reconocer la posibilidad de distinguir grupos de usuarios con diferentes percepciones. Así, el problema de la asignación de viajes se centra en la modelación de la oferta de transporte, más que en el comportamiento de los individuos. Como menciona Joint (1990), la exactitud en la predicción depende de la comprensión del comportamiento del conductor y de los mecanismos psicológicos que determinan la ruta a elegir. Para modelar la diferencia entre usuarios se han



desarrollado modelos de asignación estocástica, que permiten representar la variación en la percepción de los atributos de las rutas. Entre éstos se puede mencionar el modelo desarrollado por Burrell (1968), conocido como técnica de simulación o Montecarlo y el algoritmo de asignación mediante elección discreta basado en el logit propuesto por Dial (1971).

En relación al tema de la congestión, es un hecho bien conocido que el nivel de flujo en un arco de una red de transporte suele tener influencia sobre los atributos de dicho arco, por ejemplo, sobre el tiempo de viaje en el mismo. Dado que el flujo es a su vez función de estos atributos a través del proceso de asignación, la solución del problema requiere el desarrollo de algoritmos que satisfagan simultáneamente ambas relaciones funcionales. Las redes con congestión han sido tratados como un problema de equilibrio, en el sentido de Wardrop (1952). La premisa básica en la asignación es el supuesto de racionalidad de los viajeros, bajo el cual los usuarios escogen aquella ruta que prevén que minimizará su costo percibido de transporte.

### 2.1. Asignación Todo o Nada

Este es el método de asignación más sencillo, el cual supone que todos los usuarios perciben los costos de viaje de igual manera y que estos costos no dependen del nivel de flujo por los arcos. Esto reduce el problema de asignación a buscar la ruta de mínimo costo para cada par origen-destino y asignar la totalidad de los viajes por ella. El método de Todo o Nada es de limitado interés y sólo tiene sentido en redes de muy bajo nivel de flujo. Sin embargo, las técnicas para alcanzar la asignación Todo o Nada son la base de muchos algoritmos de construcción de árboles. El problema de la determinación de la ruta de mínimo costo, en un sentido general, ha sido ampliamente estudiado en investigación de operaciones (ver Laporte, 1991). El método de asignación Todo o Nada ha sido tradicionalmente empleado en Chile en la evaluación de proyectos de vialidad interurbana. Esto se debe en gran medida a la sencillez del método y las características de la nación, la que es cruzada longitudinalmente por la carretera panamericana, sin existir gran diversidad de rutas alternativas entre ciudades. Sin embargo este método presenta fuertes limitaciones, entre las que destacan las siguientes:

- No considera que los usuarios perciben de distinta forma el costo y sus componentes, con el resultado que todos los usuarios escogen la misma ruta (la de mínimo costo), lo cual es claramente inconsistente con el comportamiento real de los viajeros.
- El método de asignación Todo o Nada, puede derivar en asignaciones irrealistas, dejando sin flujo arcos que en realidad son utilizados.
- No considera efectos de congestión, fruto de la interacción entre vehículos, es decir los costos no dependen de los niveles de flujo en los arcos.

### 2.2. Equilibrio de Wardrop

Los modelos de Equilibrio, al igual que el Todo o Nada, consideran que todos los usuarios perciben los costos exactamente de la misma forma. Sin embargo, en este caso se supone que los costos percibidos por los usuarios dependen del nivel de flujo en los arcos de la red. El equilibrio del usuario o equilibrio de Wardrop parte de la base que los usuarios de una red de transporte son individuos racionales que tratan de maximizar su utilidad, es decir cada individuo busca minimizar su costo de viaje. Bajo estas condiciones se realiza una asignación tal que se satisface el primer principio de Wardrop (1952), que puede ser enunciado de la siguiente forma:

**"En el equilibrio ningún usuario puede reducir su costo de viaje, mediante un cambio unilateral de ruta."**

O bien, en el equilibrio todas las rutas usadas poseen un costo igual y aquellas no usadas poseen un costo mayor. Dafermos (1971) señala que un patrón de flujos que satisface esta ley corresponderá a



un equilibrio de Nash en un juego no cooperativo entre los usuarios de la red. Varias técnicas han sido propuestas como aproximaciones razonables al primer principio de Wardrop, algunas basadas en enfoques heurísticos y otros mediante rigurosas formulaciones matemáticas. Una descripción detallada de estos algoritmos y sus formulaciones matemáticas es posible encontrar en Van Vliet y Dow (1979), Sheffi (1985), Arezki (1986) y Ortúzar y Willumsen (1991). Entre estas formulaciones destaca la de Dafermos (1971), el cual plantea que las condiciones que definen un problema de equilibrio del usuario pueden ser expresadas como el siguiente problema de optimización equivalente,

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & \sum_a \int_0^{f_a} C_a(x) dx \\ \text{s.a.} \quad & \sum_{p \in P_w} h_p^k = T_w^k \end{aligned} \quad (1)$$

- Restricciones de Red
- Flujos no negativos

Donde  $C_a$  es el costo del arco  $a$ , el cual depende del flujo  $f_a$ ,  $h_p^k$  corresponde al flujo en la ruta  $p$ , para la categoría  $k$  y  $T_w^k$  es el número de viajeros del tipo  $k$ , entre el par origen destino  $w$ .  $\int$  denota una integral de línea, por lo cual para que este problema tenga solución y esta sea única se debe cumplir que el Jacobiano de  $C_a$  debe ser simétrico definido positivo. El modelo computacional de asignación de equilibrio más conocido y utilizado en Chile es el modelo SATURN (Simulation and Assignment of Traffic to Urban Road Networks, Van Vliet, 1982) diseñado para la evaluación y análisis de medidas de control de tráfico en redes.

### 2.3. Algoritmos de asignación estocástica

Los algoritmos estocásticos de asignación permiten incorporar diferencias en la percepción de los costos por los usuarios, asignando los flujos de acuerdo al principio general que la ruta más barata es más frecuentemente usada que la ruta más cara. Una discusión detallada de los modelos estocásticos se puede encontrar en Sheffi (1985); Van Vliet (1988); Ortúzar y Willumsen (1991).

Los modelos estocásticos que consideran el efecto de la congestión en el costo generalizado de transporte son denominados modelos estocásticos de equilibrio, mientras que los que no lo hacen, son llamados modelos estocásticos puros. La incorporación de diferencias en la percepción de los usuarios entrega mayor realismo a la asignación. Sin embargo, la principal desventaja de los modelos estocásticos, como enfatizan Van Vliet y Dow (1979), radica en el uso de restricciones en el flujo para considerar los efectos de la congestión (curvas flujo-demora). Esto produce asignaciones inestables en redes congestionadas, haciendo difícil encontrar una solución convergente. Sheffi (1985), Fisk (1980) y Chen y Sule (1991) entre otros, han demostrado que bajo ciertas condiciones es posible formular algoritmos y métodos de equilibrio estocástico convergentes. El método más conocido de estos es el Método de Promedios Sucesivos (MSA). Los algoritmos estocásticos pueden ser divididos en las siguientes dos categorías generales:

#### a) Técnicas de simulación o Montecarlo

Para realizar la asignación, las técnicas de simulación someten los atributos de los arcos a una variabilidad estadística. El algoritmo más conocido de este tipo es el de Burrell (1968), el cual asume

una distribución uniforme para los costos de viaje en arcos. Las hipótesis básicas de estos modelos son las siguientes,

- Para todos los arcos de la red existe una distribución de los costos percibidos por los conductores.
- La distribución de los costos percibidos son independientes entre sí.
- Los viajeros escogen la ruta de menor costo percibido por ellos, donde el costo de la ruta es la suma de los costos de los arcos que la componen.

El principal problema de estos algoritmos es el hecho que la asignación final es dependiente del conjunto de números aleatorios escogidos, aparte del hecho de que carecen de una base teórica sólida.

#### b) Algoritmos de Proporciones

Los algoritmos de proporciones se basan en métodos que dividen los viajes que llegan a un nodo entre todas las rutas posibles (disponibles), opuesto al método todo o nada que asigna la totalidad de los viajes a la ruta de menor costo. Para reproducir la variabilidad entre los usuarios los algoritmos determinísticos obtienen una solución precisa (un porcentaje de usuarios escoge una cierta ruta) en lugar de recurrir a las técnicas de simulación, antes descritas. El algoritmo de este tipo más conocido es el modelo de asignación desarrollado por Dial (1971), el que divide los viajes ( $T_w$ ) entre las rutas que unen un origen-destino  $w$ , de acuerdo a una formulación del tipo Logit, con  $C_w^p$  los costos involucrados en cada una de las rutas  $p$ .

$$T_w^p = \frac{e^{-\beta C_w^p}}{\sum_{k=1,n} e^{-\beta C_w^k}} T_w \quad (2)$$

La deficiencia de la formulación de Dial, consiste en considerar que los costos siguen una ley de distribución IID Gumbel, lo cual conduce al conocido problema de Independencia de Alternativas Irrelevantes, producto de la incapacidad del Logit Multinomial para considerar correlación entre alternativas. Para salvar este problema, se han desarrollado modelos empleando una distribución normal para reproducir la variabilidad entre los usuarios, lo que da una formulación Probit. Sin embargo, debido a las complicaciones analíticas que presenta la determinación de las probabilidades de elección, este método ha sido comunmente tratado mediante simulación de Montecarlo (ver Van Vliet y Dow, 1979; Sheffi, 1985). Un método alternativo, desarrollado e implementado en el modelo computacional MARTED que se describe en la sección siguiente, consiste en considerar la elección de ruta como una estructura jerárquica de decisiones (Ben-Akiva y Lerman, 1985), lo cual permite incorporar correlación entre alternativas, eliminando el problema de Independencia de Alternativas Irrelevantes.

### 3. EL MODELO MARTED

#### 3.1. Descripción General

A continuación se realiza una breve descripción de las principales características del modelo MARTED (Modelo de Asignación a Redes Tarificadas mediante Elección Discreta) desarrollado por Citra Ltda. durante 1991. El modelo MARTED trabaja a partir de una matriz O/D fija, esto es, supone conocidas a partir de otros modelos la generación, distribución y partición modal de los viajes. Se trata, por lo tanto, de un modelo de equilibrio de tráfico, similar en este sentido al modelo SATURN utilizado en redes urbanas o al modelo SERC desarrollado para redes rurales. Sin embargo es diferente de estos dos modelos en cuanto al método de asignación que utiliza. El modelo SATURN puede utilizar diversos



métodos de asignación, siendo el más utilizado el basado en el equilibrio de usuario. En este equilibrio, se supone que el costo medio de las rutas alternativas utilizadas para un par O/D dado es igual (Principio de Wardrop) y su principal campo de aplicación es en redes altamente congestionadas. El modelo SERC, en cambio, considera asignación todo-nada y es útil principalmente en redes en las cuales no hay congestión. En el caso interurbano de mediana congestión ambos modelos no logran reproducir las situaciones realmente observadas. Por ejemplo, en la Ruta 68 existe la alternativa, para flujos Poniente-Oriente, de utilizar la cuesta Zapata o alternativamente utilizar el túnel pagando un peaje. Mediciones realizadas indican que en condiciones de baja congestión alrededor de un 15% de los automóviles utiliza la cuesta, y un 85% el túnel. Por lo tanto, no se trata de una asignación todo-nada. Sin embargo, el costo medio de viaje (incluyendo el peaje) es mayor por el túnel, por lo cual tampoco se trata de un equilibrio en el sentido de Wardrop.

El Modelo MARTED parte del supuesto de que la elección de ruta es un proceso de elección discreta (se elige una ruta entre las opciones disponibles), en que los individuos escogen la alternativa que les es más atractiva o les reporta mayor utilidad o satisfacción. Ello puede modelarse sobre la base de la teoría de la utilidad aleatoria, conduciendo bajo ciertos supuestos (distribución Gumbel de los términos de dispersión de comportamiento) a un modelo de elección logit de acuerdo a la siguiente expresión:

$$P(C/A) = \frac{1}{1 + e^{\lambda(V_T - V_C)}} \quad (3)$$

Donde  $P(C/A)$  representa la proporción de usuarios que eligen la alternativa C, dado que ya eligieron viajar por la ruta A, en tanto  $U_T$  y  $U_C$  son las utilidades de cada variante y  $\lambda$  es un factor de escala. Las utilidades  $U_C$  y  $U_T$  son normalmente función de los atributos de las alternativas, y provienen de la estimación de modelos de utilidad de usuarios.

Luego la probabilidad de escoger la alternativa A de entre un conjunto de rutas alternativas  $P_{ij}$  estará dada por:

$$P(A) = \frac{e^{\lambda \bar{V}_A}}{\sum_{r \in P_{ij}} e^{\lambda V_r}} \quad (4)$$

en que:

$$\bar{V}_A = V_A + V_A^* = V_A + \frac{1}{\lambda} \ln (e^{\lambda U_T} + e^{\lambda U_C}) \quad (5)$$

donde  $V_A$  es la suma de las utilidades de los arcos contenidos en la ruta A, sin considerar las características del arco compuesto (T-C). Mientras que  $V_A^*$  es la utilidad compuesta o logsuma de la subruta (T-C).

### 3.2. Rutas y Subrutas

En términos generales, se llama ruta a una secuencia de arcos que permite alcanzar el nodo de destino a partir del nodo de origen, pudiendo haber más de una ruta entre cada par O/D. Sin embargo, dos rutas así definidas pueden contener en parte de su desarrollo arcos comunes, quedando diferenciadas sólo por secuencias parciales diferentes. Cuando ello ocurre, MARTED considera el caso como una ruta principal dividida en subrutas. Lo anterior no excluye la posibilidad de que en alguna subruta vuelvan a producirse variantes. El modelo MARTED, en estos casos, trata la elección entre rutas y

subrutas como niveles jerárquicos de decisión. En esta estructura jerárquica, las subrutas alternativas de más bajo nivel son representadas por un arco ficticio único, cuya utilidad equivale la logsuma de las utilidades de las subrutas alternativas. La versión actual de MARTED exige codificar manualmente las rutas y subrutas, lo cual lo hace adecuado sólo para redes de baja densidad y/o complejidad.

### 3.3. Algoritmo de Asignación

En los períodos temporales en que exista congestión, el tiempo de viaje será función del flujo en cada arco, y por lo tanto la utilidad de cada arco será función de los flujos. Sin embargo, el flujo en los arcos es función de la utilidad. Ello significa que se trata de un problema recursivo, que puede solucionarse mediante un proceso iterativo de sucesivas asignaciones. El algoritmo que MARTED utiliza para ello se describe a continuación, usando la siguiente notación:

$A$	:	Conjunto de arcos ( $a$ ) en la red ( $R$ )
$k$	:	Tipo de usuario ( $k=1, \dots, K$ )
$P_{ij}$	:	Conjunto de rutas alternativas entre el par $ij$
$f_n^a$	:	Flujo total en el arco $a$ en la iteración $n$ , en vehículos equivalentes
$X_n^a$	:	Variables de servicio del arco $a$ para el tipo de usuario $k$ , en la iteración $n$ , función del flujo en el arco.
$V_n^{ak}$	:	Utilidad percibida por el usuario $k$ , función del flujo y obtenida del modelo de preferencias.
$p_{ij}$	:	Ruta $p$ que une el par $ij$ .
$\delta_{p_{ij}}^a$	:	función que vale 1 si el arco $a$ pertenece a la ruta $p_{ij}$ y 0 si no.

- 0.- Inicialización de algoritmo. Se asigna un valor arbitrario de flujo en cada arco de la red, idealmente cercano al valor que sería obtenido en condición de equilibrio.

$$n=1; f_a^0 = F^0, f_a^1 = F^0, \quad \forall a \in A \quad (6)$$

- 1.- Asignación de vehículos con ruta fija  $T_a^b$  (buses) y flujo local ( $T_a^l$ ) a cada arco

$$f_a^b = T_a^b; \quad f_a^l = T_a^l \quad (7)$$

Asignación de usuarios por mínimo costo (independiente del flujo) en base al algoritmo todo-o-nada (usuarios tipo c)

$$f_a^c = T_{p_{ij}^*}^c \delta_{p_{ij}^*}^a \quad (8)$$

donde  $\delta_{p_{ij}^*}^a$  toma el valor 1 si el arco  $a$  está en la ruta de mínimo costo ( $p_{ij}^*$ ) y 0 en caso contrario.

- 3.- Cálculo de los valores de las variables de nivel de servicio, involucradas en la función de utilidad, dependientes del nivel total de flujo en cada arco ( $a$ ) de la red ( $R$ ). Obtenidas de relaciones flujo-velocidad o flujo-costo.

$$X_n^a = X_a(f_n^a), \quad \forall a \in A \quad (9)$$



- 4.- Cálculo de la utilidad para cada usuario y arco de la red. La utilidad se obtiene como función del flujo más otras componentes (como el peaje) que permanecen constantes entre iteraciones.

$$V_a^{nk} = V_k(X_a^n) = V_k(X_a(f_a^n)) \quad \forall a \in A; \forall k=1, \dots, K \quad (10)$$

- 5.- Cálculo de la utilidad de cada ruta que sirve el par  $ij$ , para cada tipo de usuario. La utilidad de la ruta se obtiene sumando las utilidades de cada uno de los arcos que la componen. Las utilidades de cada ruta corresponden a la suma de las utilidades de los arcos de cada una, más las logsumas de los nidos correspondientes a decisiones de jerarquía inferior.

$$V_{pij}^{nk} = \sum_{a \in A} \delta_{pij}^a \cdot V_a^{nk} \quad , \forall p \in P_{ij}, \forall ij \quad (11)$$

- 6.- Asignación de la matriz de viaje del tipo de usuario  $k$  ( $T_{ij}^k$ ) a la red. Se calcula para cada ruta que sirve el par  $ij$  el flujo correspondiente.

$$T_{pij}^{nk} = T_{pij}^k \cdot \frac{\exp(\lambda V_{pij}^{nk})}{\sum_{r \in P_{ij}} \exp(\lambda V_{r ij}^{nk})} \quad , \forall p \in P_{ij}, \forall k, ij \quad (12)$$

- 7.- Cálculo de flujo por arcos. El flujo total por arco se obtiene sumando el flujo por tipo de usuario de las rutas que utilizan el arco, ponderado por su respectivo factor de equivalencia ( $\alpha_k$ )

$$f_a^{n'} = \alpha_b f_a^b + \alpha_l f_a^l + \alpha_c f_a^c + \sum_{k=1, \dots, K} \alpha_k \sum_{p \in P_q} [\delta_{pij}^a \cdot T_{pij}^n] \quad , \forall a \in A \quad (13)$$

- 8.- Verificación condición de término.

$$\begin{aligned} \text{MAX} [f_a^{n'} - f_a^n] &< \mu \quad \text{si se cumple, FIN} \\ \text{si no } f_a^n &:= f_a^{n'} \end{aligned} \quad (14)$$

Si se cumple la restricción se finaliza el proceso, en caso contrario seguir con el paso 9.

- 9.- Obtención del nuevo flujo de iteración, en caso de ser necesario. Este valor es estimado como el promedio de los valores obtenidos en las iteraciones anteriores, conocido como método de promedios sucesivos (MSA).

$$f_a^{n+1} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f_a^i; \quad n := n+1 \quad (15)$$

- 10.- Volver a 3.



Cabe destacar que los buses son incorporados en el algoritmo directamente como vehículos, considerando que estos poseen una ruta fija. En el caso de los camiones, estos pueden ser modelados mediante el algoritmo todo-o-nada (paso 2) o mediante asignación estocástica incorporándolos como otro tipo de usuario.

El algoritmo desarrollado permite encontrar una solución convergente en redes de baja y mediana congestión. Por ejemplo, para una red de 240 arcos, 32 zonas origen-destino, tres categorías de vehículos (buses de itinerario fijo, camiones asignados mediante todo-o-nada y vehículos livianos mediante asignación tipo logit) el algoritmo demora de 10 a 19 segundos, dependiendo del nivel de flujo en la red, corriendo en un computador 486DX40.

### 3.4. Estructura del programa

La primera versión del modelo MARTED fue programada en PASCAL por Iris Quiroz. Su versión actual, que contiene diversos mejoramientos realizados por los autores, es plenamente operativa. La información requerida por el modelo es la siguiente:

#### - Características de la Red de Modelación:

Definición de la red, de arcos y conectores. Características de los arcos (longitud, capacidad, relaciones flujo-velocidad, valor de peajes, costos de operación). Definición del conjunto de rutas y subrutas factibles por origen-destino.

#### - Características de la Demanda

Flujo de buses y flujo local por arco. Matrices origen-destino de viajes por categoría de vehículos. Funciones de utilidad para usuarios de vehículos livianos.

## 4. PREFERENCIAS DE LOS USUARIOS.

Dada la estructura propuesta para el modelo de asignación, resulta necesario determinar las utilidades de las rutas alternativas. Un primer problema a resolver es el de especificación, dado el gran número de características de las vías que se puede suponer influyen la elección de ruta: tiempo de viaje, distancia, consumo de combustible, otros costos de operación, estándar del camino (simple o doble calzada), tipo de carpeta de rodado (pavimento o ripio), seguridad de la vía, señalizaciones, interferencias con zonas urbanas, paisaje, etc. Sin duda, incluir todas estas variables en una medida de la utilidad es extremadamente complicado, por lo tanto, las simplificaciones son inevitables, más aún tratándose de la primera experiencia nacional sobre la materia. Para la calibración de un modelo de elección discreta como el propuesto puede utilizarse en principio ya sea técnicas de Preferencias Reveladas (PR) o Preferencias Declaradas (PD). Los autores recomiendan sin embargo utilizar técnicas de PD para obtener un modelo desagregado y usar la limitada información usualmente disponible sobre PR para realizar la agregación del modelo para fines predictivos.

Ello se debe principalmente a las limitaciones de las PR cuando no existe en la realidad observable suficiente variación entre las variables relevantes o estas se encuentran fuertemente correlacionadas. Por otra parte, algunas de las situaciones más interesantes, como la apertura de un nuevo túnel en reemplazo de una cuesta existente, no son abordables mediante PR. Las técnicas de Preferencias Declaradas originadas en la matemática psicológica (Luce y Tukey, 1964), han sido aplicadas en estudios de investigación de mercados desde principios de la década del 70 y en estudios de transporte desde fines de la misma. Sin embargo, no fue sino hasta el año 1989 que su uso fue introducido en nuestro país en los estudios desarrollados por Ortúzar (1989) y por Gálvez (1989). A partir de esa fecha un creciente número de estudios han sido desarrollados en el país (Ortúzar et al., 1991; Garrido, 1991;

Gálvez y Medel, 1992) explorando las diversas posibilidades que ofrece las técnicas de Preferencias Declaradas. Un análisis detallado sobre las técnicas de Preferencias Declaradas es posible encontrarlo en Pearmain y Kroes (1991), Kroes y Sheldon (1988) y Garrido (1991), entre otros.

El enfoque adoptado en este estudio, para la determinación de la percepción de los usuarios en el proceso de elección de ruta interurbana, consiste en enfrentar a los viajeros a experimentos de Preferencias Declaradas que permiten evaluar su comportamiento frente a diferentes contextos y escenarios de viaje. A la fecha se han realizado numerosos experimentos de este tipo. El primero de ellos se llevó a cabo como parte del estudio de la Interconexión Vial Santiago-V Región (CDI-CITRA, 1992), y condujo a los resultados que se indican en el Cuadro N°1. La encuesta se aplicó conductores de vehículos, deteniéndolos con ayuda de Carabineros de Chile a la orilla del camino. Dada esta modalidad, la longitud del cuestionario y la complejidad del experimento de Preferencias Declaradas debieron ser cuidadosamente controladas. La expresión analítica de la función de utilidad indirecta de la ruta  $i$ , empleada en los modelos simplificados y segmentados por propósito se presentan en las ecuaciones 16a y 16b.

$$\text{Modelo Túnel/Cuesta} \quad V_i = \alpha \text{ Tiempo}_i + \beta \text{ Peaje}_i + K_{\text{Cuesta}} \quad (16a)$$

$$\text{Modelo Ruta A/B} \quad V_i = \alpha \text{ Tiempo}_i + \beta \text{ Peaje}_i + \delta \text{ Distancia}_i \quad (16b)$$

La calibración de modelos fue realizada mediante el programa computacional ALOGIT que emplea el método de máxima verosimilitud. Como se observa en el Cuadro N°1, los coeficientes estimados tienen los signos esperados y aún más son fuertemente significativos. El valor monetario del tiempo resulta similar a los obtenidos en estudios de Transporte Urbano (25-70 \$/min), y levemente inferior a los obtenidos por Gálvez et al. (1992) en su estudio de partición modal interurbana, con un valor medio de 69,7 \$/min. El valor monetario de la cuesta (VMC) puede interpretarse como la valoración en términos de dinero que los usuarios dan a la incomodidad, inseguridad y otras características inherentes a la cuesta.

Se probó segmentaciones para la casi totalidad de las variables socio-económicas presentadas en las encuestas. Por razones de espacio, sólo se mostrarán dos de las más destacables. La primera de ellas se refiere a la segmentación por propósito de viaje. La muestra ha sido dividida entre viajes de placer (turismo, visitas) y viajes de tipo obligatorio (trabajo, trámites). Los resultados obtenidos se presentan en el cuadro N°2.

CUADRO N°1. Modelos simplificados

Atributo	Túnel/Cuesta	Ruta A/B
Tiempo [min]	-0,04026 (-8,4)	-0,04297 (-11,6)
Peaje [\$]	-0,0006039 (-15,2)	-0,001109 (-14,7)
Distancia [km]	-	-0,03594 (-9,3)
Cuesta	-1,4100 (-13,8)	-
Rho <sup>2</sup>	0,1128	0,1179
VMT [\$ /min]	66,7	38,7
VMD [\$ /Km]	-	32,4
VMC [\$]	2.330	-



**CUADRO N°2. Modelos segmentados por Propósito**

Atributos	Túnel/Cuesta		Ruta A/B	
	Obligado	Placer	Obligado	Placer
Tiempo [min]	-0,04005 (-6,8)	-0,03581 (-4,6)	-0,04876 (-10,7)	-0,03323 (-6,4)
Peaje [\$]	-0,0005161 (-10,8)	-0,0006635 (-10,2)	-0,001061 (-11,8)	-0,001342 (-8,9)
Distancia [km]	-	-	-0,03733 (-8,0)	-0,03730 (-5,2)
Cuesta	-1,3320 (-10,6)	-1,522 (-9,3)	-	-
Rho <sup>2</sup>	0,0925	0,1230	0,1177	0,1390
VMT [\$ /min]	77,6	54,0	46,0	24,8
VMD [\$ /km]	-	-	35,2	27,8
VMC [\$]	2.580	2.290	-	-

Una segunda segmentación de interés es por ingreso. Sin embargo, la respuesta a esta pregunta no fue satisfactoria, por lo cual se utilizó los datos recogidos sobre marca, modelo y año del vehículo, a partir de los cuales es posible obtener su avalúo fiscal, que refleja con suficiente fidelidad el valor comercial. El avalúo del vehículo se utilizó entonces como indicador de ingreso. Esta modelación condujo a resultados bastante mejores dado que los usuarios pueden mentir acerca de su ingreso, pero no acerca del vehículo que están utilizando. Los resultados obtenidos se presentan en el Cuadro N°3, utilizando la siguiente segmentación:

- Estrato Base: Avalúo del vehículo menor a \$1.000.000  
 Estrato 2 : Avalúo entre \$1.000.000 y \$2.500.000  
 Estrato 3 : Avalúo superior a \$2.500.000  
 Estrato 4 : Usuarios a los que la Empresa o Institución les costea el peaje.

La segmentación ha sido realizada considerando una variable muda incremental para el peaje, asumiendo que los usuarios perciben todas las variables en la misma forma, excepto el valor del peaje. Se ha adoptado como coeficiente base el del estrato de menores ingreso, y variables mudas para los estratos medio, alto y Empresas. Esto entrega la siguiente forma funcional:

$$\text{Modelo Túnel/Cuesta} \quad V_j = \alpha_0 + \alpha T_j + (\beta + \sum_{i=2}^4 \delta_i \beta_i) P_j \quad (17a)$$

$$\text{Modelo Ruta A/B} \quad V_j = \alpha_j + (\beta + \sum_{i=2}^4 \delta_i \beta_i) P_j \quad (17b)$$

Donde  $\delta_i$  : Vale 1 si el usuario pertenece al estrato i, y 0 en otro caso

Los coeficientes obtenidos son crecientes de acuerdo al estrato, lo cual es consistente con la suposición que a mayor avalúo del vehículo los usuarios dan menor importancia al valor del peaje. Se puede apreciar que los valores del tiempo son crecientes a medida que aumenta el avalúo del vehículo, y el mayor valor del tiempo se obtiene en viajes en los que el usuario no debe pagar su viaje, sino que lo hace su empleador.

CUADRO N°3. Segmentación por Avalúo

Atributo	Estrato	Túnel/Cuesta	Ruta A/B
Tiempo (min)		-0,03923 (-8,3)	-0,04642 (-12,2)
Peaje (miles\$)	Base	-0,7115 (-12,4)	-1,931 (12,3)
	Estrato 2	0,2172 *(0,4)	0,714 (5,1)
	Estrato 3	0,1743 (3,1)	0,871 (6,1)
	Estrato 4	0,3632 (6,1)	1,040 (7,3)
Cuesta		-1,4360 (-14,3)	-
Distancia		-	-0,03862 (-9,7)
Rho²		0,1210	0,1476
VMT	Base	55,1	24,0
VMT	Estrato 2	-	38,1
VMT	Estrato 3	73,0	43,8
VMT	Estrato 4	112,6	52,1

(\*) Variable no significativa al 95% de confianza

## 5. CALIBRACION

La etapa previa a la modelación de la asignación de viajes, corresponde a la calibración del modelo de asignación para reproducir las condiciones actuales de circulación en la red. Esta labor se realiza mediante la agregación o validación del modelo de preferencias de los usuarios mediante antecedentes del comportamiento real. En este proceso se requiere que el modelo de asignación reproduzca no sólo los niveles de flujo en los arcos, sino que además, los porcentajes observados de elección de ruta entre cada par origen-destino.

Para esto, se debe determinar para cada conjunto de rutas o subrutas alternativas, el factor de escala  $\lambda$  del modelo (que da cuenta de las diferencias entre los datos de PD y el comportamiento real) y la constante específica  $c_r$  (que ajusta el modelo con respecto a las variables no consideradas en el experimento). De igual manera, deben ser ajustadas las características geométricas de la red de modelación (curvas flujo velocidad) con el fin de reproducir en la forma más fiel la oferta vial existente en la actualidad.

Luego, la proporción  $P(r)$  de usuarios que escoge la ruta  $r$  debe satisfacer la ecuación 18.

$$P(r) = \frac{e^{\lambda V_r + c_r}}{\sum_{p \in P_{ij}} e^{\lambda V_p + c_p}} \quad (18)$$

Como en todo modelo jerárquico, los factores de escala de los nidos inferiores deben ser mayores que los de los nidos superiores.



## 6. APLICACION

A continuación se presenta un ejemplo de aplicación del modelo MARTED en el estudio "Mejoramiento de la Conexión Vial entre Santiago y Valparaíso" (CDI-CITRA, 1991). Los resultados de la calibración realizada para el período denominado Normal Verano, del año 1989, se presentan en el cuadro N°4.

**CUADRO N°4. Calibración Red Conexión Vial Stgo-Valpo**  
(Flujo de vehículos livianos, veh/hr)

Ruta	Flujo Observado	Flujo Modelado
Ruta 5	209	200
Ruta 78	379	354
Ruta 68	523	553
Túnel Zapata	500	495
Cuesta Zapata	54	54

En el cuadro N°5 se presentan, a modo de ejemplo, algunas de las reasignaciones obtenidas producto del cambio de estándar, de ripio a pavimento, del camino La Playa. Este camino une las localidades de Quilpué, Villa Alemana, Limache y Olmué con la Ruta 68, a la altura de Casablanca. El efecto producido por dicho mejoramiento eleva a cerca del doble el flujo de automóviles en el Camino La Playa, afectando, entre otros, a los flujos de las Rutas 5 y 68. Nótese que el flujo en la Ruta 78 permanece invariante.

En el Cuadro N°6 se presenta un análisis del impacto del aumento del valor del peaje en el Túnel Zapata, de la ruta 68. Se puede apreciar en el cuadro N°6, la variación experimentada en los flujos horarios. El aumento del peaje provoca que un gran porcentaje de viajeros se cambien del túnel a la cuesta. Se aprecia, por otra parte, el efecto de red producido, con una disminución del número de viajeros en la Ruta 68, y el consecuente aumento de flujo en las restantes rutas alternativas (Ruta 5 y Ruta 78).

**CUADRO N°5. Reasignación de flujos de vehículos livianos [veh/hr]**

Ruta	Situación Sin Proyecto	Situación Con Proyecto
Ruta 5	274	267
Ruta 78	530	530
Ruta 68	844	816
Camino La Playa	22	42

**CUADRO N°6. Efecto de la variación del valor del Peaje en Túnel Zapata.**

Ruta	Valor del Peaje (\$Jun 1991)		
	1000	2000	5000
Ruta 5	200	206	227
Ruta 78	354	374	389
Ruta 68	553	548	528
Túnel Zapata	495	383	32
Cuesta Zapata	54	141	455

## 7. COMENTARIOS FINALES

De lo expuesto en el artículo se desprende que el software MARTED puede constituir una herramienta efectiva para la modelación de redes tarifadas, en casos en los cuales métodos alternativos no son capaces de generar resultados satisfactorios. Uno de los aspectos más relevantes en este sentido es el problema de cómo decidir acerca de cuáles son los casos o situaciones en los cuales MARTED debiera ser aplicado en forma preferente a otros métodos.

En general, puede afirmarse que MARTED debiera aplicarse en todo caso en que existan redes con rutas alternativas con distinta tarifa, por ejemplo, una con plaza de peaje y otra gratuita. Sin embargo, se debe tener en cuenta el problema de la convergencia en redes congestionadas. Por este motivo el modelo es recomendable para redes viales interurbanas en las cuales existe un grado moderado de congestión. Por otra parte, el modelo es recomendable en redes poco densas, en las cuales exista un número bajo de rutas alternativas. Sin perjuicio de lo anterior, los autores recomiendan realizar encuestas en terreno, sobre elecciones reales de ruta y sus atributos, en los casos en que merezca duda cuál modelo de asignación es aplicable.

Otro campo de aplicación interesante es la modelación del comportamiento de los usuarios frente a diferentes tarifas hipotéticas de peaje, lo cual resulta sumamente apropiado para la evaluación privada de obras viales licitadas mediante el sistema de concesión.

## REFERENCIAS

- Arezki, Y (1986) Comparation of Some Algorithms for Equilibrium Traffic Assignment with Fixed Demands. PTRC Summer Annual Meeting
- Ben-Akiva M. y Lerman S. (1985). "Discrete Choice Analysis, Theory and Application to Travel Demand". MIT Press. Cambridge.
- Burrell, J.E. (1968). "Multiple Route Assignments and Its Implications to Capacity Restraint". 4th International Symposium on the Theory of Traffic Flow, Karlsruhe.
- CDI-CITRA (1992). Estudio de Preinversión y Mejoramiento conexión vial Santiago - Valparaíso. Ministerio de Obras Públicas.
- Chen, M. y Sule, A. (1991) Algorithms for solving Fisk's stochastic traffic assignment model. Transportation Research-B, Vol 25B, No 6, pp 405-412.
- Dafermos, S.C. (1971) An extended traffic assignment model with application to two-way traffic. Transportation Science 5(4).
- Dial, R.B. (1971), "A Probabilistic Multipath Assignment Model which obviates path enumerations". Transportation Research 5, pp83-11.
- Fisk, C. (1980) Some developments in equilibrium traffic assignment. Transportation Research-B, Vol 14B, pp 243-255.
- Gálvez, T. (1989). "Preferencias Declaradas en Estudios de Transporte: Aspectos Metodológicos". Actas del Cuarto Congreso de Ingeniería de Transporte.



Gálvez, T., Medel M.A. (1992) Modelación de la demanda del metro de Santiago de Chile, mediante técnicas de preferencias declaradas. VII Congreso Panamericano de Ingeniería de Tránsito y Transporte. Caracas, Venezuela.

Garrido, R. (1991); "Preferencias Declaradas en la Modelación de Nuevas Alternativas de Transporte". Tesis de Magister, Pontificia Universidad Católica de Chile.

Joint, M. (1991). "Behavioural Models of Route Choice". Institute for Transport Studies, University of Leeds

Kroes, E. y Sheldon, R. (1988) Stated preference methods: an introduction. *Journal of Transport Economics and Policy*, Vol XXII(1) No.1, pp 71-91.

Laporte, G. (1991) The Vehicle Routing Problem: An Overview of Exact and Approximate Algorithms. Centre de Recherche sur les transports, publication 745.

Luce, R.D. y Tukey, J.W. (1964) Simultaneous conjoint measurement: a new type of fundamental measurement. *Journal of Mathematical Psychology*, 1: pp 1-27.

Ortúzar, J. de D. (1989) Determining preferences for frozen cargo exports. 5th Conference on Transport Research. Yokohama. Japón.

Ortúzar, J. de D. y Willumsen, L.G. (1990) *Modelling Transport*. John Willey & Sons, Chichester.

Pearmain, D. y Kroes, E. (1990). "Stated Preference Techniques: A Guide to Practice". Steer Davies & Gleave Ltd, Hague Consulting Group, Richmond.

Sheffi, Y. (1985) *Urban Transportation Networks: Equilibrium Analysis with Mathematical Programming Methods*. Prentice Hall, Inc, Englewood Cliffs, New Jersey.

Van Vliet, D. y Dow, P. (1979) Capacity - Restrained road assignment. *Traffic Engineering and Control* 20, pp 296-305.

Van Vliet, D. (1988) Traffic assignment models - Recent advances. Course Notes. Institute for Transport Studies. University of Leeds.

Wardrop, J.G. (1952) Some Theoretical Aspects of Road Traffic Research. *Proc. Inst. Civil Engrs*, Part II Vol I, pp 325-378.