

---

## **CALIBRACION DE MODELOS DE ASIGNACION DE VIAJES A REDES DE TRANSPORTE PUBLICO**

**Joaquín de Cea Ch. y J.Enrique Fernández L.**

Departamento de Ingeniería de Transporte

Pontificia Universidad Católica de Chile

Casilla 306, Santiago 22, CHILE

TELEFONO: (56-2) 686-4270

FAX: (56-2) 552 4054

### **RESUMEN**

En general, luego del proceso de calibración de la red vial de un determinado sistema de transporte es necesario abordar la calibración de los modelos de asignación o elección de rutas. Entre ellos, cabe destacar los de asignación de viajes a redes de servicios de transporte público. Cualesquiera que sean las suposiciones que se hagan respecto del comportamiento de los viajeros frente a la elección de caminos sobre dichas redes, minimización de la función de "costos generalizados" de viaje para itinerarios, rutas o estrategias, será necesario estimar los valores de los parámetros de dicha función de costos. De esta forma, dada la topología de la red de transporte público, una cierta "matriz observada" de viajes y conocidos los tiempos de recorrido de los servicios sobre la red vial, se entenderá por calibración del modelo de asignación la determinación de aquellos parámetros que permiten minimizar las diferencias entre los conteos observados (flujos de pasajeros en arcos) y flujos modelados (cargas obtenidas al asignar sobre la red la "matriz observada").

En este trabajo se presenta un breve análisis crítico de algunos procedimientos conocidos de calibración de modelos de asignación de viajes a redes de transporte público y se describe un nuevo método basado en una aplicación del algoritmo de Hooke y Jeeves. Finalmente, se analizan los principales resultados de una aplicación para el caso de la red de buses de la ciudad de Santiago.



## 1. INTRODUCCION

Una de las etapas importantes en el proceso de análisis de sistemas de transporte es la de calibración de los modelos de asignación de viajes. Una vez calibrada la red vial o red base, por la que se desplazan los vehículos de transporte público y privado, es necesario pasar a la calibración de la red de transporte público. Esto es, la red de servicios utilizados por los pasajeros para realizar sus viajes. No resulta claro, sin embargo, separar en este caso lo que se entiende por calibración de la red y por calibración del modelo de asignación de viajes sobre ella, y de hecho en la literatura ambos procesos se suelen confundir en uno solo (ver por ejemplo De Cea, Chapleau y Trottier, 1981).

En este trabajo nos centraremos en la calibración del modelo de asignación de equilibrio en redes de transporte público, propuesto por De Cea y Fernández (1993). Este modelo considera que los efectos de "congestión" sobre la red, debidos a la insuficiente capacidad de las líneas de transporte público están concentrados en los paraderos. Así, los tiempos de espera dependen de la afluencia de pasajeros, en tanto los costos asociados a los restantes elementos del sistema (caminata, tarifa, viaje en vehículo, transbordo, etc.) son independientes de los flujos que la usan. Los tiempos de viaje en bus son exógenos al procedimiento de asignación y se consideran dados a partir de los tiempos de viaje obtenidos al calibrar la red vial.

Por esto, con la excepción de lo que sucede con las funciones de tiempos de espera, que como veremos se propone calibrarlas independientemente, no tiene sentido, en este caso, imponer al procedimiento de calibración el requerimiento de reproducir los tiempos de viaje observados. La calibración del modelo de asignación de transporte público al intentar reproducir conteos observados está tratando, en cierto modo, de reproducir las rutas utilizadas por los usuarios de la red y en consecuencia, si la red vial y las funciones de tiempos de espera han sido bien calibradas, la reproducción aceptable de los tiempos de viaje está prácticamente garantizada.

El problema de definición de las funciones de espera en paraderos, ha sido analizado en detalle en Gendreau (1984). Considerando que en un paradero se produce una "cuasi-fila de espera" (en inglés "scheduled departure queue"), y basado en los trabajos de Bailey (1954), Dowton (1955, 1956), Kotiah, Thompson y Waugh (1969), Kadosch (1976) y Powell (1981), formula un modelo teórico de espera y plantea la derivación de una forma funcional, a partir de resultados empíricos o de un proceso de simulación. Para lo que sigue de este trabajo se supondrá que dichas funciones de espera son, junto a los tiempos de viaje (en vehículo, caminata, transbordos y accesos) en la red, datos exógenos del procedimiento de calibración del modelo de asignación.

Calibrar es un modelo de equilibrio determinístico, que supone que al elegir sus rutas los viajeros se comportan de manera de minimizar sus propios costos generalizados de viaje (Wardrop, 1952), dicha calibración consiste en determinar los valores del conjunto de parámetros que mejor repliquen la repartición de los viajeros en la red, suponiendo que éstos eligen sus rutas de la forma indicada. A partir de lo anterior, la calibración del modelo de asignación se reduce a la estimación de los parámetros de la función de "costo generalizado de viaje" (ponderadores de sus diversos componentes). Dado que el modelo de asignación a





Los procedimientos reportados de calibración de modelos de asignación de viajes a redes de transporte público, que son pocos, tienen características relativamente similares. Así por ejemplo, De Cea, Chapleau y Trottier (1981) describen un método iterativo, por "tanteo", usado para calibrar la red de transporte público de la ciudad de Montreal. Este método busca determinar los valores de los parámetros de la función de costo generalizado de viaje que mejor reproducen los itinerarios observados, provenientes de una encuesta origen-destino de viajes que, además de proveer la información tradicional, cuenta con datos relativos a las líneas efectivamente usadas por los viajeros. Con esta información, para distintos conjuntos de valores de los parámetros de calibración se obtienen itinerarios simulados (asignados), los que se comparan luego con los respectivos itinerarios observados. El objetivo a maximizar en este caso es el número de coincidencias entre itinerarios simulados y observados. Dadas las características del proceso descrito, se le denominó "calibración desagregada" de un modelo de asignación a redes de transporte público.

Como parte del "Estudio de Evaluación y Desarrollo del Sistema de Transporte Urbano de la Ciudad de Santiago" (ver SECTU, 1989) se reporta un procedimiento de calibración de ajustes sucesivos de los parámetros de la función de costo generalizado de viaje. El objetivo buscado, en este caso, consistió en replicar algunos indicadores importantes (básicamente flujos observados) al asignar una matriz observada, usando un conjunto dado de valores para dichos parámetros. Sin embargo, en la aplicación descrita no se disponía para ninguno de los modos de transporte público de la matriz observada mencionada más arriba. Por este motivo, fue necesario considerar un proceso de estimación de matrices para obtener una matriz de viajes ("matriz observada") que debía ser asignada sobre la red que se estaba calibrando. Esta matriz se obtuvo, en cada caso, a partir de una matriz *a priori* y de un conjunto de conteos de flujos en arcos, usando el modelo ESMATUC (De Cea y Cruz, 1986). El proceso utilizado para calibración consistió, en líneas generales, en lo siguiente: se realizó una precalibración en la que se definió la red. A continuación, se estimó una "matriz observada" utilizando dicha red, a partir de una matriz *a priori* y conteos observados de flujos en arcos. Esta "matriz observada" se asignó sobre la red y de acuerdo a los resultados obtenidos, se modificaron los valores de los parámetros de calibración señalados anteriormente. Con la nueva red definida se inició una nueva estimación de la "matriz observada", continuándose el procedimiento descrito, hasta satisfacer algunos criterios en la reproducción de flujos observados en arcos.

Este proceso combinado de estimación de una matriz de viajes y de su asignación, para fines de calibración de las redes, presenta algunas limitaciones importantes. En primer lugar, la matriz "observada" que se supone representa la realidad es estimada a partir de una matriz *a priori* y de conteos observados. Esto constituye en sí un problema importante, pues el modelo en el que descansa el procedimiento de estimación de matrices está basado en hipótesis (distribución según maximización de la entropía del sistema) que aunque aceptables no necesariamente son válidas al punto de que se pueda tomar el resultado obtenido como una realidad para fines de calibración. Por otro lado, la estimación de la "matriz observada" requiere de una red calibrada, lo que obliga a plantear el procedimiento iterativo descrito, que no presenta indicios de ser convergente a una solución óptima (ni local ni global). Finalmente, el procedimiento de "calibración", en la etapa de asignación de la matriz "observada", constituye un mero tanteo de diferentes conjuntos de valores de los parámetros del problema. Naturalmente, este proceso de "tanteo" no asegura la obtención de





valores óptimos para dichos parámetros, sino más bien, termina una vez que el analista considera que se han determinado “buenos” valores, que permiten replicar de una manera aceptable los flujos observados.

Con el objeto de obviar las limitaciones anteriores, se ha desarrollado una nueva metodología de calibración de redes de transporte público, que presenta dos cambios fundamentales respecto a la usada hasta ahora en Santiago.

Dado que para el año de aplicación de esta metodología de calibración (1991) se cuenta con una encuesta origen-destino de viajes a partir de la que se han estimado matrices aceptables de viajes por modo, estas matrices son consideradas como la realidad observada. La ventaja de este enfoque radica en que la matriz observada es obtenida de una forma absolutamente independiente de la red que se desea calibrar. Si bien esto lleva a la obtención de peores ajustes que los obtenidos mediante el procedimiento anterior, las redes resultantes son mejores para fines de predicción puesto que el modelo no es forzado a replicar los conteos, como sucede con el procedimiento basado en la estimación de matrices. La segunda modificación importante al procedimiento de calibración consiste en reemplazar la etapa de “tanteo” para los parámetros de la red por el uso del algoritmo propuesto por Hooke y Jeeves (1961).

El contenido de este artículo ha sido organizado como sigue. Luego de esta breve introducción, en la sección 2 se describe someramente el modelo de asignación que se desea calibrar. En las secciones 3 y 4 se formula el problema de calibración como un problema de optimización con función objetivo no explícita, y se explica como puede resolverse usando el algoritmo de Hooke y Jeeves. A continuación, en la sección 5 se reporta una aplicación del método para el caso de la red de buses de Santiago. Finalmente, en la sección 6, se presentan algunos comentarios y conclusiones.

## 2. BREVE DESCRIPCION DEL MODELO DE ASIGNACION DE VIAJES

### 2.1 Supuestos Básicos

El modelo de equilibrio propuesto considera una red  $G(N, S)$ , en la que  $N$  representa la unión de los conjuntos de centroides ( $N'$ ) y nodos ruteadores ( $N''$ ) y  $S$  la unión de los conjuntos de arcos de acceso ( $S'$ ) y arcos de transporte público ( $S''$ ) que contienen conjuntos de “líneas atractivas” para viajar entre determinados pares de nodos ruteadores. Si para viajar entre dos nodos de  $N'$  existen líneas “rápidas” y líneas “lentas” (definidas en términos de su tiempo de viaje en vehículo) dan origen a arcos paralelos de transporte público. El primero de ellos contendrá a las líneas “rápidas” en tanto los restantes contendrán subconjuntos disjuntos de las líneas “lentas”.

En general, sobre una red del tipo  $G(N, S)$  existirán muchas secuencias alternativas de arcos (rutas) para viajar entre un par de centroides determinado. El modelo propuesto supone que los viajeros seleccionan aquella ruta que minimiza su tiempo (costo o costo generalizado) de viaje. Dado que se considera que el sistema tiene capacidad limitada, al aumentar el flujo de pasajeros aumentará el tiempo de viaje, debido al aumento de los tiempos de espera en los paraderos. Así, cuando algunos caminos o rutas se congestionan los pasajeros considerarán otras rutas para realizar su viaje y el



número de alternativas crecerá al crecer la congestión. Para mayores detalles referentes a las suposiciones básicas de este modelo se sugiere ver De Cea y Fernández (1993).

## 2.2 Notación

El modelo de equilibrio propuesto usa una red  $G(N, S)$ , ya definida, y la siguiente notación básica:

$W$	:	Conjunto de pares origen-destino O-D de la red (pares de elementos de $N'$ ).
$w$	:	Elemento del conjunto $W$ .
$R$	:	Conjunto de rutas en $G$ , disponibles para los viajeros.
$R_w$	:	Conjunto de rutas asociado al par O-D $w$ .
$r$	:	Un elemento de $R$ .
$T_w$	:	Demanda fija de transporte público entre el par O-D $w$ .
$B_s$	:	Conjunto de líneas asociadas al arco $s$ , $\forall s \in S''$ .
$V^s$	:	Flujo de pasajeros sobre el arco $s$ , $\forall s \in S$ .
$h_r$	:	Flujo de pasajeros sobre la ruta $r$ .
$H$	:	Vector de flujos en las rutas de la red $G(N, S)$ .
$C_r$	:	Costo de viaje experimentado por los usuarios de la ruta $r$ .
$c_s$	:	Función de costo de viaje asociada al arco $s$ .
$\bar{c}_s$	:	Costo de viaje en vehículo (no se considera la espera) para el arco $s$ .
$c$	:	Vector de funciones de costo en los arcos de la red $G(N, S)$ .
$C$	:	Vector de costos en las rutas de la red $G(N, S)$ .
$\delta_{sr}$	:	elemento de la matriz de incidencia arco-ruta para transporte privado: toma el valor 1 si el arco $s$ pertenece a la ruta $r$ y 0 si no.
$i(s)$	:	Nodo origen del arco $s$ .

Para las líneas de transporte público se usará, además, la nomenclatura siguiente:

$v_l^s$	:	Flujo de pasajeros en la línea $l$ , sobre el arco $s \in S''$ .
$f_l$	:	Frecuencia de la línea $l$ .
$k_l$	:	Capacidad práctica de la línea $l$ .
$f_s$	:	Frecuencia total del arco $s \in S''$ .
$K_s$	:	Capacidad práctica del arco $s \in S''$ .
$f_l'^s$	:	Frecuencia efectiva de la línea $l$ en el nodo $i(s)$ , $s \in S''$ .
$f_s'$	:	Frecuencia efectiva total del arco $s \in S''$ .
$w^s$	:	Tiempo de espera asociado al arco $s \in S''$ .
$\bar{w}^s$	:	Tiempo de espera asociado al arco $s \in S''$ (caso sin congestión).





## 2.3 Funciones de Costo

El modelo supone que los viajeros esperan "un arco de transporte público" (conjunto de líneas atractivas) en lugar de una línea específica. En general el tiempo de espera experimentado por un pasajero que desea utilizar el arco  $s$  (un vehículo de las líneas que pertenecen a él) en su nodo origen  $i(s)$  dependerá de:

- i) el flujo total de pasajeros que desean utilizar el arco  $s$ ,
- ii) el flujo total de pasajeros que desean utilizar otros arcos con nodo inicial  $i(s)$ , que contienen líneas pertenecientes a  $s$ , y
- iii) el flujo de pasajeros que suben a todas las líneas pertenecientes al arco  $s$  en un nodo anterior a  $i(s)$  y bajan en un nodo posterior a  $i(s)$ .

Si se denota por  $\tilde{V}_s$  a la suma de los flujos (ii) e (iii), el costo de viaje para un arco de transporte público puede ser expresado de la siguiente forma:

$$c_s = \bar{t}_s + \frac{\alpha}{f_s} + \beta \cdot \left( \frac{V_s + \tilde{V}_s}{K_s} \right)^n \quad (1)$$

donde  $\bar{t}_s$  representa el costo de viaje en vehículo ( $\bar{c}_s$ ) más la tarifa y  $\alpha, \beta$  y  $n$  son parámetros de calibración de la función de tiempo de espera, proceso exógeno al que nos ocupa. Para los arcos de acceso ( $s \in S'$ ) el costo  $c_s$  es constante. Es evidente que el Jacobiano del vector de funciones de costo,  $J(c)$ , es asimétrico.

## 2.4 Formulación Matemática

Si se supone que los usuarios de la red  $G(N, S)$  se comportan de acuerdo al primer principio de Wardrop, un vector factible de flujos en las rutas será de equilibrio si y sólo si satisface las siguientes condiciones:

$$C_r \begin{cases} = u_w, \forall r \in R_w / h_r > 0; \\ \geq u_w, \forall r \in R_w / h_r = 0, \end{cases} \quad \forall w \in W, \quad (2)$$

donde  $u_w$  es el costo de equilibrio de todas las rutas usadas que conectan el par  $w$ . Estas condiciones de equilibrio son equivalentes al siguiente problema variacional:

$$C(H^*) \cdot (H^* - H) \leq 0, \quad \forall H \in \Omega \quad (3)$$

donde  $C$  es el vector de flujos en las rutas,  $H^*$  es un vector de flujos de equilibrio en las rutas,  $H$  un vector factible de flujos en las rutas y  $\Omega$  es el conjunto que contiene todos los vectores factibles de flujos en las rutas, definido por las siguientes restricciones:



$$\sum_{r \in R_w} h_r = T_w, \quad \forall w \in W \quad (4)$$

$$\sum_{r \in R} \delta_{sr} \cdot h_r = V^s, \quad \forall s \in S \quad (5)$$

$$v_l^s = f_l^s(v) \cdot w^s(v) \cdot V^s, \quad \forall l \in B_s, \forall s \in S'' \quad (6)$$

$$h_r \geq 0, \quad \forall r \in R \quad (7)$$

Las restricciones (4), (5) y (7) son las restricciones clásicas de los problemas de equilibrio en redes, en tanto las restricciones (6) representan la repartición de los flujos en los arcos de transporte público ( $V_s$ ) entre las secciones de línea que pertenecen a ellos. Normalmente, para los modelos sin congestión, el flujo total sobre un arco es distribuido entre las líneas que pertenecen a él, proporcionalmente a sus frecuencias nominales (Chriqui, 1974).

Cuando existe congestión, sin embargo, una fracción de los vehículos que lleguen a  $i(s)$  estarán llenos y los viajeros que deberían subir a ellos no podrán hacerlo. Para representar este fenómeno se ha introducido el concepto de "frecuencia efectiva", que en general es una función del vector de flujos en los arcos  $V$  (ver De Cea y Fernández, 1993). Así, cuando hay congestión, los flujos  $V^s$  se deberían distribuir entre las líneas correspondientes, proporcionalmente a sus frecuencias efectivas.

El problema (3) puede formularse también en términos del vector de flujos en los arcos, de la siguiente manera:

$$c(V^*) \cdot (V^* - V) \leq 0, \quad \forall V \in \Omega \quad (8)$$

La principal dificultad para resolver el problema (8) radica justamente en las restricciones no lineales (6). Con el objeto de resolver el problema se propone un modelo simplificado en el cual las restricciones (6) son reemplazadas por las siguientes restricciones lineales:

$$v_l^s = f_l \cdot \bar{w}^s \cdot V^s, \quad \forall l \in B_s, s \in S'' \quad (9)$$

En esta formulación simplificada, el flujo  $V^s$  es repartido entre las líneas pertenecientes al arco de transporte público  $S$ , proporcionalmente a las frecuencias nominales de las líneas que lo componen. De esta forma, el efecto de congestión es considerado para obtener un equilibrio sobre la red  $G(N, S)$ . Sin embargo, la distribución de los flujos  $V^s$  entre sus correspondientes líneas es independiente del nivel de uso de la red.

Así, reemplazando el conjunto original  $\Omega$  por  $\tilde{\Omega}$  (cambiando las restricciones (6) por las restricciones lineales (9)) el problema (8) se transforma en:



$$c(V^*) \cdot (V^* - V) \leq 0, \quad \forall V \in \tilde{\Omega} \quad (10)$$

De acuerdo a lo señalado, una ruta cualquiera  $p$  tendrá un costo:

$$C_p = \sum_{s \in S} \delta_{sp} \cdot c_s \quad (11)$$

y estará formada por arcos de acceso (al inicio y final del viaje) con un tiempo de caminata asociado ( $TCAM$ ), arcos de transbordo con una penalidad asociada ( $TTRAN$ ), y arcos de viaje en transporte público, con elementos de costo como los de la ecuación (1): tarifa ( $TAR$ ), tiempo de viaje en vehículo ( $TVIA$ ) y tiempo de espera ( $TESP$ ). El costo generalizado de viaje sobre la ruta  $p$ ,  $CGEN(p)$ , corresponde a la suma ponderada de sus diferentes elementos de costo. Así,

$$CGEN(p) = x_1 \cdot TCAM(p) + x_2 \cdot TTRAN(p) + x_3 \cdot TAR(p) + TVIA(p) + x_4 \cdot TESP(p) \quad (12)$$

donde  $x_1$  a  $x_4$  son los parámetros de calibración del modelo de asignación (arbitrariamente se ha definido igual a 1,0 el ponderador del tiempo de viaje).

### 3. EL PROBLEMA DE CALIBRACION DE UN MODELO DE ASIGNACION DE VIAJES A REDES DE TRANSPORTE PUBLICO

Considérese ahora una red de servicios de transporte público que operan sobre una red vial  $G = (N, A)$  donde  $N$  representa el conjunto de centroides y nodos ruteadores ya definidos y  $A$  un conjunto de arcos (calles). Sea  $A_c$  el conjunto de arcos de la red vial sobre los que existen conteos observados de pasajeros de buses. Sean además  $f_a^o$  el flujo de pasajeros de buses observado en el arco  $a$  y  $\tilde{f}_a$  el flujo modelado de pasajeros de buses en el arco  $a$ . El flujo modelado sobre un arco es el resultado de la asignación de equilibrio (óptimo de usuarios) de la matriz observada de viajes sobre la red de servicios de transporte público (buses en este caso).

Está implícito que los atributos de los arcos de la red de servicios, con la excepción del tiempo de espera, son constantes e independientes de los flujos que existan sobre ella. De esta forma, dados los tiempos de espera (función de los flujos de pasajeros, cuyos parámetros han sido calibrados con anterioridad a la calibración del modelo de asignación), los tiempos de viaje en vehículo (que están determinados por las condiciones de equilibrio de la red vial), los tiempos de caminata y las tarifas (costos de viaje), las únicas "variables de ajuste" para intentar reproducir los conteos observados al asignar la matriz de viajes son los parámetros de la función de costo generalizado de viaje. Así, si se define el vector de parámetros de calibración  $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ , se puede representar el flujo modelado sobre un arco  $a$  como función del vector de parámetros  $X$ , lo que se debe interpretar como que el flujo modelado (asignado) de pasajeros sobre el arco  $a$  depende de los valores de los





parámetros de calibración. De esta forma, dado un conjunto de parámetros, la asignación de la matriz de viajes observados sobre la red produce como resultado los flujos modelados  $\tilde{f}_a$ .

El problema de calibración del modelo de asignación puede formularse como se muestra en el problema P1:

(P1)

$$\text{Min} \sum_{\{x_1, x_2, \dots, x_n\}} \{f_a^o - \tilde{f}_a(x_1, x_2, \dots, x_n)\}^2 \quad (13)$$

s.a.

$$x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0 \quad (14)$$

$$\tilde{f}_a \text{ flujos asignados, } \forall a \in A \quad (15)$$

#### 4. APLICACION DEL ALGORITMO DE HOOKE Y JEEVES

La metodología de calibración propuesta se basa en la aplicación del algoritmo de Hooke y Jeeves para determinar valores óptimos de los parámetros de calibración de las redes de transporte público. Esto es, para determinar los valores del vector  $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ , que es la solución del problema de optimización (P1) anterior.

Dicho algoritmo es un procedimiento iterativo usado para resolver problemas de optimización con función objetivo no convexa y sin expresión explícita para sus derivadas respecto de las variables de decisión del problema. Si se requiere que la función objetivo sea continua y evaluable para cualquier valor factible de las variables.

El algoritmo consiste en la repetición de dos etapas: a) “**Búsqueda Exploratoria**” a través de cada una de las coordenadas del espacio de soluciones, con el objeto de encontrar una buena dirección local de descenso (reducción del valor de la función objetivo). La búsqueda se efectúa variando el valor de cada coordenada en una cantidad preestablecida  $\delta$  y evaluando la función objetivo en cada punto así determinado. Si la búsqueda desde un determinado punto no tiene éxito, se reduce el valor de  $\delta$  en una cantidad pre-definida. b) “**Patrón de Movimiento**”, que consiste en avanzar según la dirección determinada en la etapa anterior. La longitud del avance está dada por la distancia entre los puntos que definieron la dirección, multiplicada por un parámetro  $\alpha$ .

La convergencia global del algoritmo no está asegurada a menos que la función objetiva sea estrictamente convexa, lo que no ocurre en este caso. Así, el algoritmo puede encontrar como solución un óptimo local. Sin embargo puede trabajar con cualquier función continua, por extraña que sea su forma. Con el objeto de aumentar las posibilidades de salir de óptimos locales se deben

probar distintos valores de los parámetros  $\alpha$  y  $\delta$ . También se suele trabajar repitiendo la aplicación del algoritmo a partir de distintos puntos (soluciones iniciales factibles), escogidos en forma aleatoria.

En las figuras 1 y 2 se describe en detalle el método, en términos del diagrama de flujos de la implementación computacional del algoritmo. La figura 1 describe el procedimiento general, en tanto la figura 2 presenta un detalle de la etapa de búsqueda exploratoria.

En el caso de la aplicación del algoritmo al problema de calibración de una red de transporte público, las coordenadas del espacio de soluciones (variables de decisión del problema de optimización) son los parámetros de calibración.

Debe notarse que aunque la función de costo generalizado de viaje es la suma de los tiempos de viaje en vehículo, tiempos de espera, de caminata y costo de viaje o tarifa, multiplicados por los factores de calibración, no se considera entre los parámetros a calibrar un factor para el tiempo de viaje en vehículo. Esto, porque normalmente es necesario expresar todos los términos de la función de costo generalizado de viaje en relación a uno de ellos, elegido arbitrariamente. En este caso se ha elegido el tiempo de viaje en vehículo como término de referencia.

Finalmente, es importante mencionar que la implementación del método de calibración utiliza el modelo de asignación a redes de transporte público ARTP (ver De Cea y Fernández, 1989), en el contexto de un algoritmo de diagonalización que resuelve el problema de asignación de equilibrio. Debe recordarse que cada vez que el algoritmo de calibración requiere evaluar la función objetivo necesita conocer los flujos modelados y éstos sólo pueden ser determinados asignando la matriz observada de viajes sobre la red, considerando los últimos valores de los parámetros de calibración.

## 5. PRUEBA DEL METODO DE CALIBRACION: UNA APLICACION PARA LA RED DE BUSES DE SANTIAGO

El procedimiento de calibración descrito ha sido aplicado en el contexto del estudio "Análisis y Recalibración de los Modelos de ESTRAUS" (Fernández y De Cea, 1994), realizado para SECTRA. Dado que el modelo ESTRAUS no tiene implementado aun un modelo de asignación de equilibrio en redes de transporte público, la aplicación que se reporta consistió en la calibración de un modelo de asignación a rutas mínimas.

La información básica utilizada para la calibración de la red de buses de Santiago está constituida por la matriz observada de viajes (que incluye los viajes del modo bus más las etapas de viaje en bus de los modos combinados metro-bus y taxicolectivo-bus), el conjunto de conteos de pasajeros en buses para un determinado conjunto de arcos de la red vial, la red de buses (trazados de las líneas de buses sobre la red vial y sus características de operación, arcos de acceso y arcos de transbordo) y los tiempos de equilibrio sobre los arcos de la red vial, a partir de los cuales se obtienen los tiempos de viaje en bus. Todos los datos mencionados están dados para el año de calibración (1991) que corresponde al año de realización de la última encuesta origen-destino de viajes realizada en Santiago. Las principales dimensiones del problema de calibración que se reporta en este artículo son





las siguientes: 535 zonas, 3895 arcos, 1574 nodos ruteadores, 794 líneas unidireccionales, 1060 arcos de acceso y 326 arcos viales con conteos.

Con el objeto de probar el método de calibración propuesto se ha realizado una prueba para la red de buses. Se calibraron los ponderadores del tiempo de caminata, tiempo de espera, y el factor de conversión de unidades monetarias a unidades de tiempo. Los valores iniciales de dichos factores fueron 16,00; 8,00 y 15,00 respectivamente. Los parámetros propios del algoritmo,  $\alpha$  y  $\delta$ , fueron los siguientes:  $\delta$  parámetro 1 = 1,00;  $\delta$  parámetro 2 = 0,50;  $\delta$  parámetro 3 = 0,60;  $\alpha$  = 2,00.

En las tablas 1 y 2 se presentan los principales resultados del algoritmo de Hooke y Jeeves para la aplicación reportada. En la tabla 1 se muestra la evolución de la función objetivo y del coeficiente de correlación (al cuadrado) entre flujos observados y modelados. Se realizó un número fijo de 10 iteraciones y en los casos en que no aparecen datos significa que en esa iteración no se obtuvo mejora de la función objetivo y, por lo tanto, no se obtuvo un mejor punto base que el que se tenía hasta ese momento. En la tabla 2 se entrega la evolución de los valores de los parámetros de calibración en las diferentes iteraciones del algoritmo. Como se puede apreciar en ella el mejor punto obtenido corresponde a valores del factor de conversión de pesos a minutos, el ponderador del tiempo de caminata y el ponderador del tiempo de espera de 1,00; 2,85 y 1,00 respectivamente.

**Tabla 1**  
**Aplicación del Método de H-J a la Calibración de la Red**  
**de Buses de Santiago; Período Punta Mañana, Corrida 1**  
**Variación de la Función Objetivo y  $r^2$**

ITERACION	F. OBJETIVO	$r^2$
Inicialización	$7,897 \times 10^9$	0,7157
1	$7,828 \times 10^9$	0,7141
2	$7,388 \times 10^9$	0,7203
3	$6,058 \times 10^9$	0,7447
4	$4,317 \times 10^9$	0,7729
5	-----	-----
6	$4,312 \times 10^9$	0,7732
7	$4,304 \times 10^9$	0,7736
8	-----	-----
9	-----	-----
10	-----	-----



**Tabla 2**  
**Aplicación del Método de H-J a la Calibración de la Red**  
**de Buses de Santiago; Período Punta Mañana, Corrida 1**  
**Variación de los Valores de los Parámetros Calibrados**

ITERACION	FACTOR \$/MIN.	PONDERADOR TPO.CAMINATA	PONDERADOR TPO. ESPERA
Inicialización	16.00	8.00	15.00
1	15.00	7.50	14.40
2	12.00	6.00	12.60
3	5.00	3.50	8.40
4	1.00	1.50	1.00
5	-----	-----	-----
6	1.00	1.95	1.00
7	1.00	2.85	1.00
8	-----	-----	-----
9	-----	-----	-----
10	-----	-----	-----

Con el objeto de chequear que los parámetros obtenidos permiten obtener tiempos modelados de viaje razonablemente similares a los observados (respuestas de la encuesta origen-destino), se comparó el histograma de la distribución de tiempos en ambos casos. Esta comparación se muestra en la tabla 3 y en la figura 3. Los valores promedio de dichos tiempos de viaje son de 41 minutos según información de la encuesta y de 40 minutos según resultados de la asignación (debe recordarse que los tiempos de viaje en bus para un arco determinado corresponden al tiempo de viaje en auto, obtenido de la calibración de la red vial, multiplicado por un factor dado para cada tipo de arco).



**Tabla 3**  
**Histograma Agregado de Tiempos de Viaje**  
**Comparación EOD vs Red Modelada**

INTERVALO (min)	Prop %	
	EOD 91	Modelado
0,0 - 7,5	0,49%	1,22%
7,5 - 22,5	16,64%	28,22%
22,5 - 37,5	32,59%	24,87%
37,5 - 52,5	22,27%	17,87%
52,5 - 67,5	18,21%	12,81%
67,5 - 82,5	5,63%	8,47%
82,5 - 97,5	2,95%	3,72%
> 97,5	1,22%	2,80%
<b>TOTAL</b>	100,00%	100,00%

## 6. COMENTARIOS Y CONCLUSIONES

En este trabajo se ha formulado el problema de calibración de una red de transporte público en términos de un problema de optimización y se ha implementado un algoritmo que permite calibrar redes de transporte público en forma sistemática. Si bien, dadas las características de la función objetivo del problema planteado, no está garantizada la obtención del óptimo global (el algoritmo puede llegar a un óptimo local) dependiendo de la forma de aplicación del algoritmo de Hooke y Jeeves (repetir las corridas partiendo de soluciones iniciales muy diferentes y cambiar los valores de los parámetros del algoritmo) es posible aumentar la posibilidad de alcanzarlo. De todas formas, aún obteniéndose un óptimo local, el algoritmo propuesto presenta una indiscutible ventaja respecto de los tradicionales métodos de "tanteo".

Respecto a los requerimientos de recursos computacionales del algoritmo (especialmente tiempo de cálculo), es necesario mencionar que es de gran importancia contar con un algoritmo eficiente de asignación de viajes a redes de transporte público, dado que cada vez que se varía alguno de los parámetros de calibración (variables de decisión del problema de calibración) es necesario realizar una asignación para proceder a evaluar la función objetivo. Si se supone que las variables que deben ser explorada son  $n$  y que el número de iteraciones del algoritmo de Hooke y Jeeves es  $N$ , el número de evaluaciones de la función objetivo (y en consecuencia de asignaciones a la red de transporte público) será, en promedio,  $N(1,5n + 1)$ . Para una aplicación como la reportada, con tres parámetros de calibración y 10 iteraciones del algoritmo de Hooke y Jeeves se realizaron 69



asignaciones. El algoritmo ARTP (ver De Cea y Fernández, 1989), para la red utilizada, en un computador DIGITAL DEC ALPHA AXP 3000/400, requiere del orden de 3 minutos de CPU. Así, la corrida completa del algoritmo de Hooke y Jeeves requiere del orden de 3,5 horas de CPU.

## REFERENCIAS

**BAILEY, N.T.J.** (1954) On queuing processes with bulk service. **J. Royal Stat. Soc. (B)** 16, 80-87.

**DE CEA, J., CHAPLEAU, R. y TROTTIER, P.** (1981) Calibration des coefficients d'impédance et test de différentes politiques d'accès par l'analyse désagrégée des itinéraires sur le réseau de transport en commun. RPR-8103, **Commission de Transport de la Communauté Urbaine de Montréal**.

**DE CEA, J. y CRUZ, G.** (1986) Estimación de flujos origen-destino sobre una red de transporte público usando información de bajo costo. **Tercer Congreso Latino-Iberoamericano de Investigación Operativa e Ingeniería de Sistemas**, Santiago, Chile, 18-22 Agosto, 1986.

**DE CEA, J. y FERNANDEZ, J.E.** (1989) Transit assignment to minimal routes: an efficient new algorithm. **Traffic Engineering and Control** 29 (10), 520-526.

**DE CEA, J. y FERNANDEZ, J.E.** (1993) Transit assignment for congested public transport systems: an equilibrium model. **Transportation Science**, Vol. 27 (2), 133-147.

**DOWTON, F.** (1955) Waiting time in bulk service queues. **J. Royal Stat. Soc. (B)** 17, 256-261.

**DOWTON, F.** (1956) On limiting distributions arising in bulk service queues. **J. Royal Stat. Soc. (B)** 18, 265-274.

**FERNANDEZ y DE CEA ING. LTDA.** (1994) Análisis y recalibración de los modelos de ESTRAS. Estudio realizado para SECTRA.

**GENDREAU, M.** (1984) Etude approfondie d'un modèle d'équilibre pour l'affectation des passagers dans les réseaux de transport en commun. **Pub. 384 Centre de Recherche sur les Transport, Universidad de Montreal**.

**KADOSH, M.** (1976) Temps d'attente dans les transports urbains en commun. **R.A.I.O.R.O.**, 10, N°(2), 37-54.

**KOTIAH, T.C.T., THOMPSON, J.W. y WAUGH, W.A. O'N.** (1969) Use of Erlangian distributions for single server queuing systems. **J. App. Prob.** 6, 584-593.



**POWELL, W.B.** (1981) Stochastic delays in transportation terminals: new results in the theory and application of bulk queues. **Tesis de Ph. D., Departamento de Ingeniería Civil, MIT.**

SECTU (1989) Estudio de evaluación y desarrollo del sistema del transporte urbano de la ciudad de Santiago. **Secretaría Ejecutiva, Comisión de Transporte Urbano, Chile.**

**WARDROP, P.G.** (1952) Some theoretical aspects of road traffic research. **Proceedings of the Institute**

Figura 1: Diagrama de Flujo del Proceso de Calibración

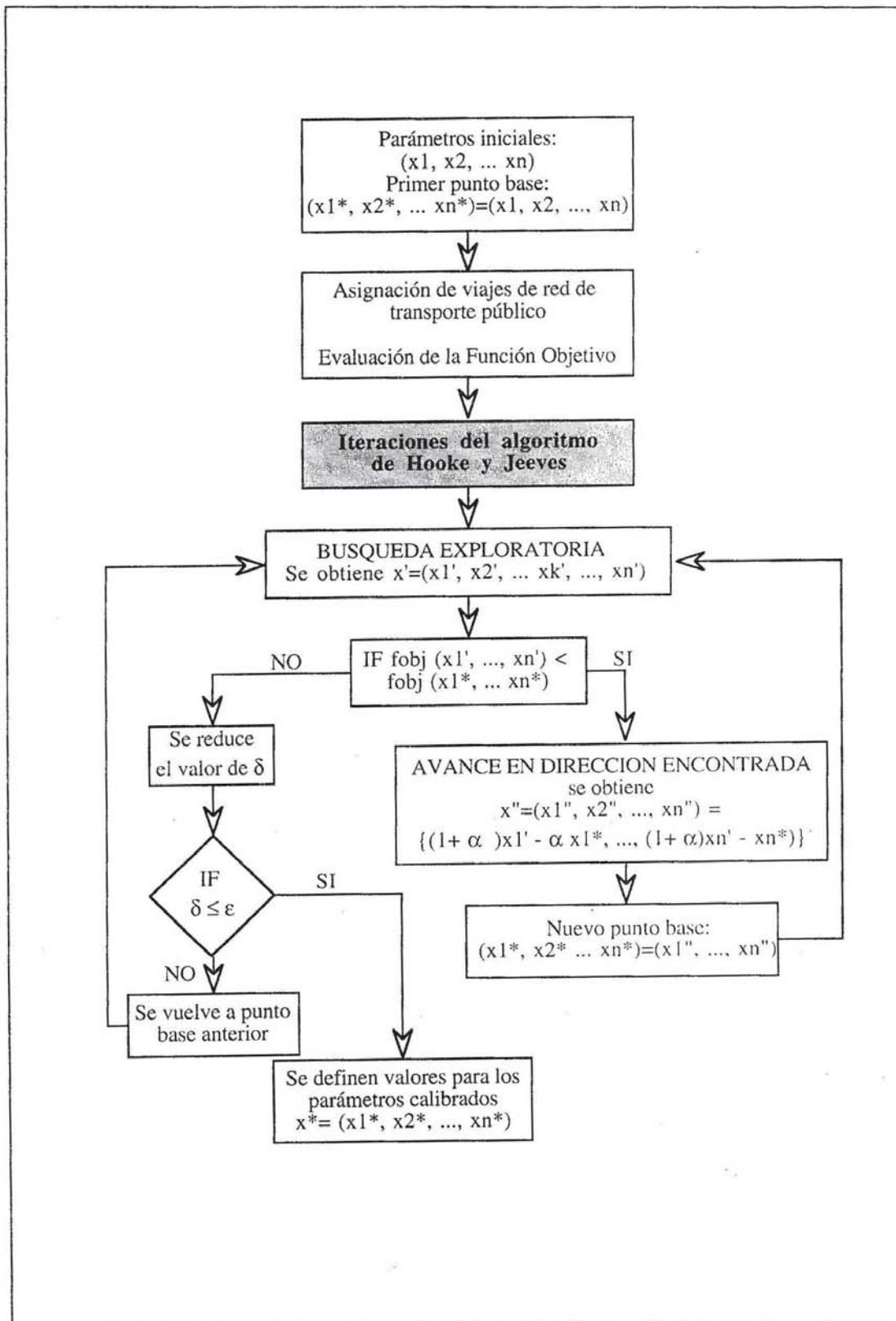




Figura 2: Diagrama de Flujo del Proceso de Calibración

