
EL MODELO DE USO DE SUELO DE SANTIAGO I: LA TEORIA

Francisco J. Martínez y Pedro Donoso

Universidad de Chile

Casilla 228-3, Santiago, Chile

Fono 6894206 Fax 6784373

RESUMEN

MUSSA es un modelo de uso de suelo para la ciudad de Santiago que fue desarrollado para el Gobierno chileno con la cualidad de interactuar con ESTRAUS, modelo de equilibrio simultáneo estático de cuatro etapas del sistema de transporte de Santiago. En este artículo se presenta el marco teórico que define a MUSSA, tanto en su versión determinística como estocástica.

Principalmente MUSSA modela y predice, en un enfoque desagregado, la localización de la población y de las firmas en diferentes tipos de oferta de lotes de terreno y viviendas de la ciudad de Santiago. Tal enfoque, permite describir las preferencias de los consumidores de suelo (denominados localizadores) por atributos del lote y/o vivienda (incluyendo casas y departamentos) y del entorno de éstos. Además, permite deducir la renta de uso de suelo residencial, como una función de tipo hedónico y caracterizar una eventual especulación de los localizadores.

Para predicción MUSSA utiliza un enfoque de equilibrio estático oferta-demanda combinado con un modelo dinámico tendencial de la oferta residencial. El modelo de predicción está alimentado por proyecciones exógenas a MUSSA de población y niveles agregados de la actividad económica, magnitudes que este modelo se encarga precisamente de distribuir espacialmente. Además, MUSSA interactúa directamente con el modelo ESTRAUS, internalizando, de este modo, los impactos que mutuamente se provocan los sistemas de transporte y de uso de suelo.

Este modelo está implementado a nivel de computador personal y provee una estructura flexible que permite incorporar escenarios, tendencias y restricciones al desarrollo urbano, constituyéndose en una herramienta útil de análisis de políticas, proyectos u otras iniciativas urbanas, públicas o privadas.



1. INTRODUCCION

MUSSA es un modelo de uso del suelo de la ciudad de Santiago desarrollado para el Gobierno chileno. Se diseñó para interactuar con el modelo de transporte de cuatro etapas de la ciudad, llamado ESTRAUS, siguiendo la propuesta del modelo de interacción de cinco etapas de uso del suelo-transporte 5-LUT (Martínez, 1992a). El modelo de Santiago contiene también una sexta etapa que proporciona a MUSSA pronósticos de población total (no localizada) y actividades económicas en la ciudad, basándose en un modelo macroeconómico de insumo/producto.

El modelo se presenta en dos artículos (I y II). Este artículo contiene una breve, aunque bastante completa, presentación del marco teórico, discutiendo temas económicos y estadísticos. El artículo II presenta la aplicación de este marco al caso de la ciudad de Santiago.

2. LA TEORIA BID-CHOICE (POSTURA-ELECCION)

En un artículo anterior (Martínez, 1992b), se presentó la teoría Bid-Choice del mercado del suelo. Se trata de una teoría para la elección de la localización y para el equilibrio de los múltiples localizadores en el mercado urbano. Allí, la equivalencia entre los enfoques de la utilidad aleatoria (McFadden, 1978 y Anas, 1982) y la postura aleatoria (Ellickson, 1981) queda demostrada, obteniéndose un marco económico urbano unificado denominado el Modelo Bid-Choice. Hayashi y Doi (1989) y Brothie et. al. (1994) obtuvieron modelos similares desde un enfoque de programación lineal, lo mismo que Miyamoto (1993) mediante la combinación distinta de ambos enfoques.

Este documento presenta una extensión del modelo original Bid-Choice consistente en un enfoque teórico que trata de las elecciones de localización urbana tomando en consideración el uso de suelo, preferencias de vivienda, ventajas de accesibilidad y atractividad (o acceso), como también la calidad ambiental. Esto se denomina el modelo de localización de vivienda.

2.1 El marco determinista en la elección de vivienda-localización

La utilidad indirecta del hogar h , que éste obtiene por disfrutar del uso de una propiedad con un tipo v de vivienda y localizada en una zona i , es una función de un vector d , que contiene atributos que describen correctamente los tipos de vivienda (incluyendo el tamaño del suelo); de un vector z , que describe las ventajas de la zona (acceso y entorno); del ingreso del hogar y_h ; del arriendo de la propiedad (o costo de uso) r_{vi} y del precio \bar{P} de un bien compuesto, es decir, $U_{hvi} = U_h(d_v, z_i, y_h - r_{vi}, \bar{P})$. Siguiendo a Rosen (1974), la disposición a pagar del hogar h para disfrutar del uso de la propiedad (v, i) , WP_{hvi} , que logra un nivel de utilidad U_h^* , es el inverso de la función de utilidad indirecta en el arriendo de la propiedad. Entonces:

$$WP_{hvi} = y_h - \bar{WP}_h(d_v, z_i; U_h^*, \beta_h) \quad (1)$$

con β_h un vector de parámetros que se interpreta como los precios hedónicos de los atributos de d y z por parte del hogar o firma. Observar que la separabilidad del ingreso es una consecuencia directa de la relación lineal entre arriendo e ingreso en la restricción de ingresos. Además, se puede demostrar que \overline{WP} representa la función de gastos.

El equilibrio de mercado se obtiene de la distribución espacial de las actividades, la que cumple simultáneamente con las siguientes condiciones, donde H y Ω representan los conjuntos de consumidores de suelo-vivienda y de ubicaciones disponibles, respectivamente.

1.- Cada hogar está localizado en la opción vivienda/zona que maximiza su excedente¹ ($CS \equiv WP - r$), con un arriendo exógeno (r), a través de opciones alternativas de ubicación contenidas en Ω .

$$\text{CONSUMIDORES} \quad \text{Max}_{(v,i) \in \Omega} CS_{hvi} = \text{Max}_{(v,i) \in \Omega} (WP_{hvi} - r_{vi}) \quad \forall h \in H \quad (2)$$

que debe verificarse en la elección de ubicación de cada hogar/firma en el mercado.

2.- Para maximizar las utilidades del propietario, el consumidor que finalmente se localiza en un predio dado debe ser el máximo postor, lo cual determina la renta de la propiedad. Entonces, asumiendo que WP y las posturas difieren por un factor especulativo del consumidor w , los arriendos quedan dados por:

$$\text{PROPIETARIOS} \quad r_{vi} = \text{Max}_{g \in H} [WP_{gvi} - w_{gvi}] \quad \forall (v,i) \in \Omega \quad (3)$$

lo que se verifica para cada ubicación (v,i) en la oferta del mercado perteneciente a Ω .

Luego, cada consumidor elige entre las alternativas de Ω la ubicación que maximice su excedente; cada propietario elige el mejor postor entre los consumidores de H . Ambas condiciones deben satisfacerse simultáneamente, obteniéndose el siguiente equilibrio del mercado de vivienda/suelo urbano. Reemplazando (3) en (2):

$$\text{EQUILIBRIO} \quad \text{Max}_{(v,i) \in \Omega} CS_{hvi} = \text{Max}_{(v,i) \in \Omega} (WP_{hvi} - [\text{Max}_{g \in H} WP_{gvi} - w_{gvi}]) \quad \forall h \in H \quad (4)$$

El sistema de ecuaciones (4) representa el equilibrio del sistema de actividad y se denomina la versión determinística del modelo Bid-Choice de vivienda/localización.

Aquí se observa la equivalencia del enfoque de máxima postura (Alonso, 1964) y el de elección o enfoque de máxima utilidad (McFadden, 1978; Anas, 1982). En efecto, si el consumidor h es el mejor postor en (v,i) entonces $CS_{hvi} = w_{hvi}$, de otra manera $CS_{hvi} < w_{hvi}$; por lo tanto, el máximo CS ocurre en una ubicación donde tanto utilidad como postura se encuentran en su máximo. Si el factor especulativo es cero, entonces WP es igual a las posturas y $CS = 0$ en equilibrio para todos los

¹ Agradecemos a Sergio Jara-Díaz por su aporte en los análisis relacionados con este tema.



consumidores en competencia en todas partes, lo que implica una capitalización completa de los beneficios de la ubicación de parte del propietario de la tierra.

Corolario: Si un consumidor es el mejor postor en un terreno dado, entonces esa es su localización óptima (de utilidad máxima). En un caso competitivo ($CS=0$), los propietarios de la tierra obtienen una capitalización completa de las ventajas de la localización (vea los detalles en Martínez, 1992b).

2.2 El modelo estocástico desagregado

Si el modelador acepta un nivel de ignorancia sobre la conducta del consumidor, el modelo determinístico ya no es válido y es preciso suponer una disposición a pagar WP^* y una postura bid (que difiere de la disposición a pagar por factor especulativo) aleatorias, que en MUSSA se expresan como:

$$\begin{aligned} WP_{hvi}^* &= WP_h(d_v, z_i, U_h^*, y_h) + \varepsilon_{hvi} \\ bid_{hvi} &= WP_h(d_v, z_i, U_h^*, y_h) - w_{hvi} + e_{hvi} \end{aligned} \quad (5)$$

donde WP es la parte sistemática de la función WP^* , w es una función especulativa general y ε y e son los términos aleatorios asociados con el nivel de ignorancia y que MUSSA supone distribuidos independientemente Gumbel. Además, se asume que la distribución de ε y e tienen factores de escala μ y μ' , respectivamente.

Las fórmulas previas acogen la posibilidad de un comportamiento especulativo de los consumidores, tal y como lo suponen Miyamoto y Kitazume (1989) y Hayashi y Doi (1989), lo que determina que las funciones de postura y de WP sean en general diferentes.

El modelo es desagregado tanto en consumidores (h) como en propiedades (v,i), en contraste con la clasificación acostumbrada de consumidores en ciertos tipos y de localizaciones en zonas. Es necesario notar también que los atributos de zona se utilizan en el modelo para describir características ambientales de la propiedad, pero esto no implica agregación de espacio en la descripción de las opciones de localización.

La versión de elección (choice) del modelo de localización especifica la probabilidad de que un hogar h elija una opción de ubicación (v,i) dentro del grupo de alternativas Ω . Esta opción (v,i) ofrece a h la máxima utilidad o el máximo excedente del consumidor comparado con otras localizaciones alternativas en Ω (Martínez, 1992b). Esta probabilidad es:

$$P_{vi/h} = \frac{f_{vi} \exp(\mu[WP_{hvi} - r_{vi}])}{\sum_{(v',i') \in \Omega} f_{v'i'} \exp(\mu[WP_{hv'i'} - r_{v'i'}])} \quad (6)$$

donde el factor de tamaño $f_{v'i'}$ representa el número de unidades tipo v' y disponibles en la zona i' , lo que permite la agregación de propiedades en grupos homogéneos; en un modelo completamente desagregado todos los factores f son iguales a uno.

Por otra parte, la probabilidad de que un consumidor h presente la postura más alta en una ubicación determinada (v,i) , frente a postores alternativos contenidos en H , lo que se llama versión de postura (bid), es:

$$P_{h/vi} = \frac{f_h \phi_{hvi} \exp(\mu' [WP_{hvi} - w_{hvi}])}{\sum_{h' \in H} f_{h'} \phi_{h'vi} \exp(\mu' [WP_{h'vi} - w_{h'vi}])} \quad (7)$$

donde el factor de tamaño f_h representa el número de hogares homogéneos en una categoría dada h' , lo que, nuevamente, permite la opción de la agregación de la población en grupos. El factor $f_h \phi_{hvi}$ representa el número de postores reales de tipo h que enfrenta un oferente y depende de las características de la propiedad arrendada. En efecto, si los postores potenciales toman la decisión de "aparecer al remate" independientemente entre sí, el número esperado de postores reales es igual al número de postores potenciales f_h multiplicado por sus probabilidades de "aparecer" en el remate (ϕ_{hvi}). Esta ecuación fue propuesta por primera vez por Ellickson (1981) para el caso competitivo ($w_{hvi} = 0; \mu = \mu'$), sin distinguir postores reales de los potenciales.

2.3 La función de la renta

De acuerdo con el proceso de remate asociado al concepto de máxima postura, las rentas son la postura máxima de la propiedad. Considerando que según la ecuación (5) las posturas bid se distribuyen independiente e idénticamente Gumbel, los arriendos r_{vi}^* son también variables aleatorias con la misma distribución Gumbel. Por lo tanto, el valor esperado del arriendo está dado por:

$$\overline{r_{vi}} = E(r_{vi}^*) = \frac{1}{\mu'} \ln \left[\sum_{h \in H} f_h \phi_{hvi} \exp(\mu' \{WP_{hvi} - w_{hvi}\}) \right] + \frac{\gamma}{\mu'} \quad (8)$$

donde $\gamma = 0.57$ es la constante de Euler. La ecuación (8) representa el modelo de arriendo endógeno determinístico del mercado de ubicación urbana, es decir, corresponde a la versión probabilística de la ecuación de arriendo (3). Esta función de arriendo, que tiene una forma funcional deducida teóricamente, es de tipo hedónico con respecto a los atributos d y z y, en contraste con gran parte de la literatura de precios hedónicos del suelo, sus parámetros no sólo deberían describir los arriendos sino también las preferencias de localización, ya que ambos procesos son descritos por las funciones de disposición a pagar.

Una característica relevante de la ecuación de arriendo (8) es el hecho que está definida para una ubicación en particular (v,i) y no proporciona un arriendo único del suelo por metro cuadrado en una zona; un arriendo o precio único de la tierra sólo se puede calcular como el valor promedio de todos los terrenos de la zona. Esta característica enfatiza que la unidad de análisis en el lado de la oferta es, por definición el predio, que es la unidad de localización.



Es interesante observar que el arriendo de una ubicación (v,i) es dependiente de su número de postores reales $N_{vi} = \sum_h f_h \phi_{hvi}$. En efecto, si se considera, en la ecuación de la renta (8) el caso extremo donde el valor de bid por (v,i) es igual para todos los postores, se obtiene:

$$\bar{r}_{vi} = bid_{vi} + \frac{\ln(N_{vi})}{u'} + \frac{\gamma}{u'} \quad (9)$$

La explicación a este resultado es que mientras mayor sea el número de postores reales, mayor es la opción de que el término aleatorio ε_h alcance, para algunos postores, altos valores en la distribución; por lo tanto, mayor es el valor esperado de la bid* máxima. Esta es una propiedad del operador de valor máximo.

Cabe observar que la equivalencia entre las versiones de postura y elección, demostrada en Martínez (1992b), tiene un supuesto implícito. Este se hace evidente al notar que la variable $CS = WP^* - r$ se distribuye Gumbel sólo si los consumidores se comportan como si observaran un valor de renta determinístico ($r = \bar{r}$); por el contrario si el supuesto fuese que enfrentan una renta aleatoria ($r = r^*$), la ecuación (6) ya no sería válida pues CS no se distribuiría Gumbel.

3. CONDICIONES DE EQUILIBRIO

Estas condiciones deben verificarse simultáneamente en cada etapa t de predicción, proporcionando un equilibrio estático en el mercado del uso del suelo.

3.1 Equilibrio en localización

El equilibrio en la localización de actividades puede definirse como: *todo consumidor debe ser localizado* (y lo hace donde es máximo postor). Esta condición se satisface si el número acumulado de hogares y firmas localizados es igual al número de viviendas ocupadas, es decir:

$$\text{EQUILIBRIO BID-CHOICE} \quad f_h^t P_{vi/h}^t = f_{vi}^t P_{h/vi}^t \quad \forall h, \forall v, i \quad (10)$$

Es interesante observar que esta condición constituye una expresión primitiva de las condiciones clásicas de equilibrio oferta-demanda (y por lo tanto, las implica):

1.- "Todos los hogares o firmas están localizados":

$$\text{EQUILIBRIO BID} \quad \sum_{(v,i) \in \Omega^t} f_{vi}^t P_{h/vi}^t = f_h^t \quad \forall h \quad (11)$$

2.- "Todas las viviendas están ocupadas":

EQUILIBRIO CHOICE

$$\sum_{h \in H} f_h^t P_{vi/h}^t = f_{vi}^t \quad \forall v, i \quad (12)$$

Observar que la ecuación (10) también impone que la demanda total (suma de f_h) sea igual a la oferta total (suma de f_v).

Si se reemplaza las ecuaciones (6), (7) y (8) en la ecuación (10) se deduce:

$$w_{hvi}^t = \frac{1}{\mu'} \ln \left[\sum_{(v,i) \in \Omega} f_{vi}^t \exp[\mu(WP_{hvi} - \bar{r}_{vi}^t)] \right] + \left(1 - \frac{\mu}{\mu'}\right)(WP_{hvi} - \bar{r}_{vi}^t) + \frac{\gamma}{\mu'} \quad (13)$$

que representa el valor del excedente especulativo del consumidor a través de las alternativas de localización. Observe que si $\mu = \mu'$ (es decir, las disposiciones a pagar WP^* y las posturas bid de la ecuación (5) tienen la misma varianza), el equilibrio de localización impone, para cada consumidor, un poder especulativo constante para todas las viviendas de la ciudad, es decir:

$$w_h^t = \frac{1}{\mu} \ln \left[\sum_{(v,i) \in \Omega} f_{vi}^t \exp[\mu(WP_{hvi} - \bar{r}_{vi}^t)] \right] + \frac{\gamma}{\mu} \equiv CS_h^t \quad (14)$$

un resultado que establece que, *en equilibrio de localización y si los factores de escala son iguales, el excedente especulativo del consumidor es constante a través de la ciudad e igual al valor esperado del excedente máximo del consumidor*. Este resultado es altamente intuitivo, ya que implica que un consumidor hace una postura para obtener un nivel dado de excedente o utilidad, lo que deja al consumidor indiferente al resultado del remate. Este resultado reproduce la conclusión que se obtuvo anteriormente en el modelo determinístico del caso competitivo (ecuación 4). En el caso en que $w_h > 0$ representa un exceso de demanda por la oferta disponible, mientras $w_h < 0$ representa un exceso de oferta.

Por otra parte, en el caso competitivo ($w_{hvi}^t = 0$) la ecuación de arriendo (8) puede reescribirse para definir el concepto de excedente localizado:

$$CS_{vi}^t \equiv \frac{1}{\mu'} \ln \left[\sum_{h \in H} f_h^t \phi_{hvi}^t \exp[\mu'(WP_{hvi}^t - \bar{r}_{vi}^t)] \right] + \frac{\gamma}{\mu'} = 0 \quad (15)$$

donde CS_{vi}^t se interpreta como el excedente máximo esperado que puede obtenerse en una ubicación dada (v,i) . Luego, el supuesto de arriendos endógenos determinados por la regla del máximo postor provoca también que el excedente máximo esperado del consumidor en equilibrio es cero en todas las ubicaciones. Nuevamente, la condición $w_{vi} < 0$ implica que en esta ubicación los arriendos son más altos que la postura máxima esperada, de allí que este lugar no esté ocupado, lo que representa un caso de exceso de oferta; mientras $w_{vi} > 0$ implica arriendos por debajo de la postura máxima, lo cual constituye un caso de exceso de demanda.



3.2 Limitaciones al equilibrio del mercado del suelo

3.2.1 Oferta inelástica de suelo

El hecho de que la *oferta del suelo urbano no es elástica* impone una restricción: el total de suelo que usan las opciones de localización ofrecidas en una zona dada, Ω_i , no debe exceder el total de suelo disponible en la zona, Q_i . Es decir:

$$\sum_{v \in \Omega_i^t} f_{vi}^t \cdot q_v \leq Q_i \quad \forall i \quad (16)$$

3.2.2 Oferta tendencial

Creemos que, en lo que respecta a los oferentes, el modelo estático proporciona insuficiente información en el proceso de equilibrio urbano, mientras que las tendencias dinámicas, que pueden capturarse mediante la observación de la evolución del mercado inmobiliario, proporciona información extra independiente al modelo de conducta estática del consumidor. Por esta razón, en MUSSA se consideró un modelo de la evolución temporal de la oferta de viviendas.

Se supone que los urbanizadores proporcionan opciones de viviendas y terreno para hogares y firmas a cambio de un arriendo y en un mercado competitivo, de manera que forman un grupo homogéneo, en el sentido que no existen diferencias espaciales que segmenten el mercado. En general, la oferta en un período t , f^t , puede ser descrita como una función del Ingreso, dado como la Ganancia G menos el Costo C , que le reporta al desarrollador inmobiliario la generación de tal oferta. La Ganancia depende de la oferta valorizada factible de ofrecer, donde la valorización está determinada por el arriendo, mientras que el Costo es función de costos de construcción y demolición, que dependen, por ejemplo, de regulaciones legales y características topográficas zonales, tecnología constructiva y transporte. Por lo tanto,:

$$f^t = \varphi(G(r^t, a^t) - C(a^t, d^t, z^t)) \quad (17)$$

donde la Ganancia es función del arriendo r y de la oferta potencial a y el Costo depende de las viviendas factibles de ofrecer, que están descritas por el vector d y de las características zonales, representadas por z .

En MUSSA se estimó un modelo zonal agregado sólo de la oferta residencial, pues no se dispuso de información para generar un modelo de oferta no residencial. Además, este modelo incorpora información histórica que pretende, por una parte, corregir la escasez de información contemporánea y por otra, incrementar su poder predictivo. El modelo es de la forma:

$$\sum_{v \in \Omega_i^t} f_{vi}^t \equiv f_i^t = \gamma(r_i^t[f_{vi}^t, w^t]; f_i^{t_0}, r_i^{t_0}, s_i^{t_0}) \quad \forall i \quad (18)$$

Por lo tanto, en esta formulación se incorpora la oferta potencial y el costo de generación de ésta en componentes tendenciales representadas por f_i^0 , r_i^0 y otras variables que describen la oferta localizada y que aparecen consignadas como s_i^0 . Además, en esta especificación se reconoce a r_i^t como un promedio zonal de los arriendos desagregados por vivienda y que verifican la regla de la máxima postura (ecuación 8); de esta forma r_i^t es función de $(f_{vi}^t)_{v \in \Omega_i^t}$ y de los excedentes de los consumidores w^t .

El modelo de oferta tendencial determina que MUSSA corresponda a un modelo híbrido estático-dinámico que mantiene el concepto de equilibrio estático en cada etapa de tiempo. Es necesario una investigación ulterior para producir un modelo dinámico del consumidor.

3.3 Externalidades de la localización

Este tipo de externalidades puede expresarse como: *la localización se ve afectada por la localización de otros*. En realidad, la localización de actividades crea algunas de las características ambientales de una zona, definiendo la calidad de un barrio, la cual es percibida por algunas actividades, por ejemplo la residencial, como un atributo relevante en su elección de localización. Esto implica que algunos atributos de localización son endógenos en el proceso de localización. Ejemplos de dichos atributos son: aglomeración de actividades e ingreso promedio de los residentes de la zona. El hecho que la localización dependa de la propia localización define un problema de tipo punto fijo, analíticamente expresado como:

$$P_{h/vi}^t = P_{h/vi}^t(X_{hvi}^t(P^t), Y_{hvi}^t, \beta_h, y_h, U_h^*, w_h^t) \quad (19)$$

donde X^t y Y^t representan vectores de atributos endógenos y exógenos en un momento dado t , respectivamente. El término P entre paréntesis en el lado derecho es el vector de las probabilidades de localización de cada hogar y firma; β , y , U^* y w se definieron anteriormente.

La solución del problema de punto fijo es una condición para el equilibrio de localización en el análisis estático.

4. PROCEDIMIENTO DE CALIBRACION

En MUSSA suponemos que el excedente especulativo del consumidor proviene de la ecuación (14) y no de la (13), ya que en esta última no es posible identificar los valores desagregados w_{hvi} a través de la información disponible. Por lo tanto, de acuerdo a la teoría, el modelo requiere calibrar funciones WP para cada consumidor, su nivel de excedente w_h y las funciones de oferta dinámica. Sin embargo, en el año de calibración, no es posible separar el w_h del parámetro constante de la función WP de cada consumidor, impidiéndose la estimación de los excedentes w . Estos parámetros jugarían un papel más relevante en un proceso de calibración con datos en serie de tiempo, ya que si



existe una evolución clara del poder especulativo de cada consumidor en el tiempo, mejoraría el poder de pronóstico del modelo.

La tarea de calibración consiste en estimar un único conjunto de parámetros de WP que cumplan mejor con las suposiciones teóricas del modelo Bid-Choice: la localización debe seguir las mejores posturas y elecciones con arriendos endógenos, determinados por la regla del mejor postor.

Existen varias maneras de abordar este problema. En Martínez, et. al. (1993) se estudian algunas opciones que incluyen el método intuitivamente atractivo de mínimos cuadrados que se aplica a las fórmulas no lineales de localización (7) y de arriendo (8). Un enfoque consiste en tratarlas como expresiones lineales pero, en un esquema iterativo. Sin embargo, aunque se trata de un método factible, asigna más importancia al modelo de arriendo y a sus observaciones que al modelo de localización porque obliga a que la ecuación de arriendo se verifique de un modo determinístico, mientras que las localizaciones sólo se verifican hasta un error minimizado. Una opción alternativa consiste en aplicar el criterio de mínimos cuadrados a los modelos de localización y arriendo simultáneamente, pero impone la dificultad de que estas ecuaciones se sustentan en diferentes unidades, lo mismo que los errores, por lo que la minimización debe realizarse ponderando estos errores mediante valores de normalización más bien arbitrarios.

Por las razones previas se investigó el enfoque de la máxima verosimilitud desarrollado originalmente por Lerman y Kern (1983). Bajo este esquema los estimadores de los parámetros de WP son aquellos que maximizan la probabilidad del siguiente evento conjunto: i) el mejor postor es el hogar observado en la localización; ii) la mejor postura es el arriendo observado. Estas condiciones se aplican a toda localización en un nivel de desagregado.

A pesar de que este método tiene la gran ventaja de generar estimadores máximo-verosímiles de todos los parámetros, ofrece dos grandes inconvenientes:

- 1.- Requiere que la función de disposición a pagar sea lo suficientemente compleja como para modelar adecuada y simultáneamente la localización y la formación de la renta. Tal complejidad redundante en una gran dificultad para la resolución computacional del problema de estimación.
- 2.- Es necesario conocer los valores de uso (arriendo) para cada una de las viviendas de la base de calibración. Sin embargo, para la mayor parte de éstas se desconoce su arriendo porque son habitadas por sus propietarios.

Por esta razón, se diseñó un método alternativo que enfrentara los inconvenientes anteriores. Este método consiste en la siguiente estimación secuencial de los parámetros:

Etapas N°1: Estimar, bajo el criterio de la máxima verosimilitud, todos los parámetros de WP* que el modelo de localización (ecuaciones (6) o (7)) permita.

Etapas N°2: Estimar los restantes parámetros de WP* bajo el criterio de mínimos cuadrados aplicado a la ecuación (8) de la renta residencial.

En ambas etapas se usan bases de calibración diferentes: en la primera, la base considera viviendas arrendadas y no arrendadas, mientras que en la segunda etapa se incluyen sólo viviendas arrendadas que reportan arriendo. Los datos que se requieren incluyen atributos del hogar, vivienda y zona, además de la accesibilidad y los arriendos observados.

Observe que el método se definió para probabilidades bid de localización; un método similar puede definirse utilizando la probabilidad de elección, sin embargo, los parámetros de WP deberían ser independientes de la versión que se utilice, postura o elección, excepto si los factores de escala μ y μ' difieren, caso en el cual el excedente del consumidor es específico del hogar ($w_{hvi} \neq w_{hvi'}$).

5. PROCEDIMIENTO DE PREDICCIÓN

5.1 Entradas a MUSSA

MUSSA recibe dos tipos de entradas: los parámetros WP que se obtuvieron en el procedimiento de calibración y, en segundo término, el número total actualizado de hogares y firmas para cada período t de predicción (señalado como f_h^t).

El número total de hogares se obtiene de un modelo de crecimiento de los hogares, desglosados por nivel de ingreso, propiedad de vehículos y tamaño del hogar (número de miembros). El número total de firmas se genera mediante un modelo de insumo/producto (I/O) exógeno a MUSSA, el cual pronostica el crecimiento de actividades no residenciales (industria, servicios, comercio, educación y otros) para cada año de predicción t a partir de escenarios macroeconómicos preestablecidos. Por construcción, este modelo I/O tiene la característica de compatibilizar el crecimiento de las actividades económicas con información tendencial exógena de evolución de la población, el cual naturalmente participa en este sistema como consumidor de bienes finales y proveedor del insumo mano de obra. Alternativamente, este modelo permite incorporar información exógena del crecimiento de la industria, ajustando los restantes sectores y la población a este conocimiento. Además, es posible modificar las tasas de productividad laboral y de desempleo acorde a nueva información. De este modo, el modelador cuenta con variadas opciones para pronosticar diferentes escenarios de crecimiento.

Los modelos de crecimiento de hogares e I/O constituyen la sexta etapa del modelo uso del suelo-transporte.

5.2 El problema de optimización

En esta parte se plantea un procedimiento de equilibrio que encuentra la oferta que se requiere para satisfacer la demanda bajo limitaciones de suelo y siguiendo la tendencia de la oferta. En otras palabras, encuentra valores actualizados para la oferta f_{vi}^t que satisfacen la ecuación (11) restringida por la ecuación (16); imponiéndose, además, que todos los factores f_{vi}^t sean coherentes con el modelo de evolución de la oferta expresado en la ecuación (18).

El crecimiento de la población y las firmas aumentará la demanda por la oferta disponible con un impacto en los arriendos debido a las limitaciones de suelo y a la falta de elasticidad suficiente en la oferta. Por lo tanto, la solución de una oferta que satisfaga la demanda puede necesitar un cambio significativo en los niveles de utilidad de demanda que se pueda lograr o del excedente del consumidor en ese año t ; por lo tanto, w_h^t puede ser mayor, igual o menor a cero². Entonces, el problema analítico a resolver es encontrar la oferta f_{vi}^t y el excedente del consumidor w_h^t tal que:

$$\sum_{(v,i) \in \Omega_i^t} f_{vi}^t \cdot P_{h/vi}^t(w^t) = f_h^t \quad \forall h \quad (20a)$$

$$\sum_{v \in \Omega_i^t} f_{vi}^t \cdot q_v \leq Q_i \quad \forall i \quad (20b)$$

$$\sum_{v \in \Omega_i^t} f_{vi}^t = \gamma(r_i^t[f_{vi}^t, w^t]; f_i^{t_0}, r_i^{t_0}, s_i^{t_0}) \quad \forall i \quad (20c)$$

Por otra parte, la probabilidad de localización de la postura

$$P_{h/vi} = \frac{f_h \phi_{hvi}^t \exp(\mu[WP_{hvi}(P_{h/vi}) - w_h])}{\sum_{h' \in H} f_{h'} \phi_{h'vi}^t \exp(\mu[WP_{h'vi}(P_{h/vi}) - w_{h'}])} \quad (20d)$$

está sujeta al efecto de externalidad de localización, que se resuelve como un problema de punto fijo.

Es necesario observar que este marco nos permite especificar los reglamentos y políticas del uso de suelos a través de:

- la definición del grupo de elección Ω_i^t . Por ejemplo, limitaciones en el tipo vivienda o firma en una zona en particular i , que pueden modelarse mediante la reducción de las alternativas en Ω_i^t .
- la introducción de limitaciones adicionales explícitas en el problema, mediante nuevas restricciones incluidas en el conjunto de ecuaciones (20), por ejemplo, que limiten la densidad de población de la zona.

El problema tiene múltiples soluciones, ya que existen varios vectores w asociados con un vector f que verifica el problema anterior. En efecto, si los límites de suelos tienden a ser excedidos en algunas zonas, éstos se controlan mediante arriendos mayores hasta el nivel que sea necesario; por sobre dicho nivel se satisfacen también las limitaciones de suelos, lo que genera un espacio de soluciones. Así, se requiere un criterio para identificar la solución. Ahora bien, en nuestro enfoque, el espacio del arriendo se define mediante el espacio w a través de la ecuación (8) y por lo tanto, el criterio debe basarse directamente en el cambio de los niveles w . En MUSSA, el criterio es que el

2 el supuesto subyacente es un excedente del consumidor constante a través de las opciones de localización: $w_{hvi}^t = w_h^t$

cambio mínimo en el excedente (pérdida) de los consumidores es lo más factible de ocurrir, basándose en el argumento de que los arriendos más altos reducirán el excedente del consumidor a niveles innecesariamente bajos, de manera que se espera que los consumidores realicen mejores elecciones para reducir la pérdida. Entonces, el criterio puede definirse como *minimización de la pérdida del consumidor*.

Así, la tarea es encontrar la solución óptima $\{f_{vi}(w^*), w_h^*\}$ para el problema, lo que requiere un algoritmo de optimización (vea el algoritmo del MUSSA en la Parte II).

5.3 Interpretación estática dinámica

El enfoque general del MUSSA es de equilibrio estático, pero existen algunos elementos dinámicos que lo convierte en un modelo híbrido. Primero, la demanda es, en parte, estática porque los parámetros de valorización β_h permanecen fijos para todos los períodos de predicción t , pero, también contiene elementos dinámicos representados a través de los excedentes de los consumidores W que cambian con el tiempo. En segundo término, la oferta sigue la tendencia temporal en un modelo de tipo dinámico. En tercer lugar, el problema de equilibrio se resuelve para cada período t en un equilibrio estático pero, si dichos períodos son frecuentes (cada uno o dos años) la secuencia de soluciones describe un trayecto que representa el *desarrollo del equilibrio dinámico* de la ciudad. Esta secuencia de estados de equilibrio probablemente nunca se observe en la realidad, pero ellos representan etapas de desarrollo urbano hacia las cuales las fuerzas económicas empujan el mercado, considerando las regulaciones y limitaciones económicas que se asumen en el modelo.

En este proceso se requiere una brecha de tiempo para permitir los ajustes del transporte a los cambios de localización; es decir, los cambios de localización que ocurren en el período t inducirán cambios de transporte en el período $t + g$, siendo g la brecha.

6. TEMAS PRINCIPALES

El marco teórico presentado aquí proporciona las bases para el análisis de algunos temas relevantes en modelación de localizaciones.

- i) La interpretación de arriendos de tierra como WP máximo, con el WP definido para un nivel de utilidad dado, induce la interpretación de los cambios de arriendo ya sea como el resultado de la capitalización de las ventajas de la localización o como un cambio en el nivel de utilidad de la referencia (o excedente del consumidor).
- ii) La presencia de un poder especulativo cuenta con un tratamiento explícito en el modelo, lo que habilita al modelador para identificar los supuestos requeridos en el modelo operacional y para especificar el modelo en forma consecuente.
- iii) La relación de arriendos con excedentes del consumidor y los efectos de la capitalización tienen una clara interpretación y pueden identificarse correctamente con el modelo.



iv) El papel del número de postores en la función de arriendo se hace claro en el modelo estocástico: mientras mayor es el número de postores, mayor es el arriendo esperado manteniendo WP fijo.

v) El hecho de que el modelo de predicción requiera criterios exógenos para identificar una solución única (es decir, el vector w del excedente del consumidor debe identificarse de entre un grupo de soluciones factibles) constituye un interesante tema teórico. Primero, éste enlaza el modelo de localización económica con el asunto más amplio de los valores sociales y el poder especulativo. Segundo, aclara que los modelos de localización de equilibrio que no identifican explícitamente estos criterios, han tenido que asumir necesariamente criterios implícitos. Por ejemplo, los modelos que equilibran los arriendos para cumplir con las limitaciones de suelos pronostican cambios de arriendo que están implícitamente asociados con el excedente del consumidor, el que, a su vez supone ciertos criterios a través de la función de demanda de localización y el procedimiento de equilibrio.

Agradecimientos

Agradecemos a FONDECYT por el financiamiento parcial de esta investigación y a SECTRA por permitir la publicación del marco teórico de MUSSA.

REFERENCIAS

- Alonso, W. (1964). *Location and Land Use*, Cambridge, Harvard University Press.
- Anas, A. (1982). *Residential Location Markets and Urban Transportation*, Academic Press, London.
- Brotchie, J., Sharpe, R., Maheepala, S., Marquez, L. and Ueda T. (1994) TOPAZ-URBAN. International Seminar on Transportation Planning in a Network and Price Equilibrium Framework, CSIRO, Melbourne.
- Ellickson, B. (1981) An alternative test of the hedonic theory of housing markets. *Journal of Urban Economics* 9, 56-79.
- Hayashi, Y. and Doi, K. (1989) A model for analyzing the imputation of consumers' benefit to land property values. *Transport Policy, Management & Technology Towards 2001, Selected Proceedings of the Fifth World Conference on Transport Research I*, 303-317.
- Lerman, S.R. and Kern, C.R. (1983). Hedonic theory, bid rents, and willingness to pay. Some comments to Ellickson's model. *Journal of Urban Economics* 13, 358-363.
- Martínez, F. (1992a) Towards the 5-stages land use-transport model. *Land Use Development and Globalization. Selected Proceedings of the Sixth World Conference on Transportation Research*, Lyon, 79-90.

- Martínez, F. (1992b) The Bid-Choice land use model: an integrated economic framework. *Environment and Planning A* 15, 871-885.
- Martínez, F., López, C. y Donoso, P. (1993) Métodos de estimación para el modelo Bid-Choice. *Actas del Sexto Congreso Chileno de Ingeniería de Transporte*, Santiago, 403-416.
- McFadden, D.L. (1978). Modelling the choice of residential location. In Karlqvist et. al. (eds), *Spatial Interaction Theory and Planning Models*, North-Holland, Amsterdam, 75-96.
- Miyamoto, K. (1993). Development and applications of a land use model based on random utility/rent-bidding analysis (RURBAN). *13th Meeting of the Pacific Regional Science Conference Organization*, Canada.
- Miyamoto, K. and Kitazume, K. (1989) A land-use model based on random utility/rent-bidding analysis (RURBAN). *Transport Policy, Management & Technology Towards 2001, Selected Proceedings of the Fifth World Conference on Transport Research IV*, 107-121.
- Rosen, S. (1974). Hedonic prices and implicit markets: product differentiation in pure competition. *Journal of Political Economy* 82, 1, 34-55.

