

MODELOS DE PARTICION MODAL LOGIT BOX-COX PARA SANTIAGO: INTERPRETACION MICROECONOMICA Y VALORES DEL TIEMPO

Rodrigo S. Parra Granifo.

ICR Consultores Ltda.

Huelén 10, Sexto Piso

FAX: (562) 2359758

RESUMEN

Como parte del estudio "Análisis y Recalibración de los Modelos de ESTR AUS", fueron calibrados una serie de modelos tipo Logit de partición modal para diversos propósitos y periodos con datos globales del Gran Santiago. Estos modelos incluían una amplia gama de especificaciones así como diversas estructuras jerárquicas y formas funcionales.

En este artículo se reportan los resultados obtenidos con modelos tipo Logit con estructura jerárquica simple y forma funcional Box-Cox. Los resultados obtenidos son interpretados microeconómicamente. En particular, se analizan los parámetros λ (I), que son los que determinan si la utilidad de una unidad adicional de cualquier variable explicativa crece, decrece o permanece constante respecto del número total de unidades.

Los parámetros λ son analizados en términos de sus signos y magnitudes de acuerdo a las dependencias existentes con la utilidad marginal del ingreso (UMI) y el valor subjetivo del tiempo (VST).

Al adoptarse una forma funcional distinta de la lineal, el VST ya no puede estimarse como una razón entre los coeficientes del tiempo y costo de viaje. En efecto, ahora la expresión para el VST incluirá valores de las variables de servicio y parámetros λ . Se discute la forma en que debe evaluarse el VST así como las consecuencias derivadas del uso de formas funcionales no lineales, entre las que se destaca la dependencia del VST con los montos de tiempos ahorrados y con la duración o costo total del viaje.

1. INTRODUCCION

Se consideran 6 muestras independientes correspondientes al cruce de 3 propósitos (al trabajo, al estudio y otros) con 2 periodos (punta, 07:30-08:30 hrs. y no punta, 10:00-12:00 hrs.).

La formulación de un modelo de demanda por modo de transporte requiere considerar los siguientes aspectos:

- Su naturaleza: es decir, si el modelo consiste en uno calibrado con datos a nivel del individuo (modelo desagregado) ó, por el contrario, si la calibración se realiza utilizando promedios representativos de una determinada zona.
- Su forma matemática: o sea el supuesto para la distribución de probabilidad de los residuos estocásticos de las funciones de utilidad. Por ejemplo, si se supone una distribución Gumbel para los residuos estocásticos se tiene que la diferencia entre los residuos estocásticos entre dos alternativas, que es el término que en definitiva determinará la elección por un determinado modo, adoptará una distribución Logística (Ben-Akiva et. al., 1987).
- La especificación del modelo. ¿Qué variables explicativas y qué coeficientes son considerados?. Los coeficientes pueden ser genéricos o específicos. Son genéricos cuando el mismo coeficiente afecta a todos los valores intermodales de una determinada variable explicativa.
- La estructura del modelo. ¿En qué orden es tomada la decisión de escoger modo?. El caso más simple es considerar que todos los modos son elegidos al mismo nivel. En forma más general, es posible agrupar sub conjuntos de alternativas más parecidas o correlacionadas entre si bajo un determinado nido, al que se le asigna una utilidad representativa del sub conjunto de alternativas (Ortúzar, 1982).
- La forma funcional de la utilidad. La forma más ampliamente utilizada es la lineal, también son conocidas otras formas funcionales como la log-lineal, la exponencial y la semi-logarítmica. Se ha demostrado la existencia de una transformada (Gaudry et. al., 1978), de modo que todas las otras formas funcionales constituyen casos particulares, tal es la transformada Box-Cox.

En este trabajo se consideran exclusivamente modelos de partición modal tipo Logit, desagregados en lo relativo a variables socioeconómicas y elección de modo, pero agregados en lo que respecta a variables de servicio. Los modelos poseen formas funcionales con transformadas Box-Cox en las variables de servicio, estructuras jerárquicas simples y parámetros genéricos.

El artículo se ordena como sigue: la sección siguiente contiene una interpretación microeconómica de los parámetros λ (analizando las relaciones UMI- λ y VST- λ), la tercera sección describe los datos utilizados y los modelos calibrados, la cuarta, reporta los resultados obtenidos (de la calibración y del VST), y la quinta, enumera algunas conclusiones.



2. INTERPRETACION MICROECONOMICA DE LOS PARAMETROS LAMBDA

Primeramente, se examina la generación microeconómica de los modelos desagregados, enfatizando el rol de los parámetros λ e interpretando el significado de sus posibles signos y magnitudes. A continuación, se establece la relación existente entre la UMI y el VST con los modelos de partición modal especificados con funciones de utilidad tipo Box-Cox. Finalmente, se analiza el tema del valor del tiempo, en el cual se discuten aspectos teóricos sobre su origen y definición, y su relación con las especificaciones no lineales.

Resulta interesante experimentar una amplia gama de transformaciones no lineales de las variables utilizando formas funcionales que incluyen transformaciones Box-Cox aplicadas, en lo posible, a la totalidad de las variables explicativas.

En la práctica, el interés de utilizar estas transformaciones radica en poner a prueba la hipótesis de que un determinado coeficiente de la función de utilidad puede adoptar diferentes valores para distintos rangos de sus correspondientes variables explicativas. La transformación Box-Cox definida para variables restringidas a ser estrictamente positivas, es la siguiente:

$$x^{(\lambda)} = \frac{x^\lambda - 1}{\lambda}, \quad x > 0 \quad (1)$$

En la expresión (1), λ es un parámetro desconocido. Esta transformación define una familia de funciones que incluye como casos especiales la transformación lineal y la logarítmica.

La transformada Box-Cox se reduce a $\ln x$ para $\lambda = 0$ y a una especificación lineal para $\lambda = 1$. De hecho, la ventaja de la transformación Box-Cox, comparándola con la de potencia simple, es su continuidad para $\lambda = 0$, ya que:

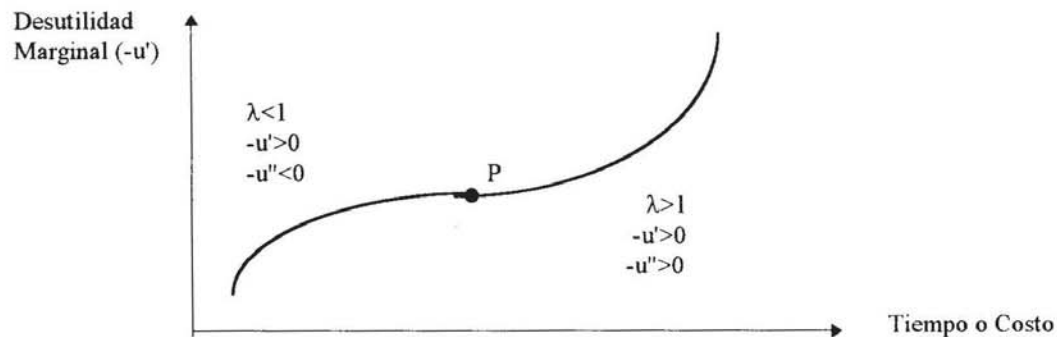
$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} \frac{x^\lambda - 1}{\lambda} = \ln x \quad (2)$$

2.1 UTILIDAD MARGINAL DEL INGRESO Y SIGNO Y MAGNITUD DE LOS PARAMETROS λ

El valor que adopte el parámetro λ asociado a una determinada variable determinará si la utilidad de una unidad adicional de dicha variable explicativa depende o no del número de unidades: por ejemplo, ¿La utilidad de un minuto adicional de viaje depende de la duración del viaje?. Si se admite que un minuto adicional de viaje tiene un impacto constante en la elección, sea el viaje largo o corto, el valor del exponente debería ser igual o muy cercano a 1, lo que indicaría que la especificación funcional correcta es la lineal.

A priori, el parámetro λ podría adoptar cualquier valor, incluso negativo, aunque en la práctica un valor negativo para λ es extremadamente poco común. Por otro lado, un valor $\lambda > 1$ implica desutilidades marginales crecientes con unidades adicionales de tiempo o costo. Aunque esto desde un punto de vista microeconómico puede parecer sorprendente, podría tener la siguiente explicación: por ejemplo, es posible que minutos adicionales de viaje tengan desutilidades marginales crecientes dependiendo de cuantos minutos ya se hayan gastado, es decir, podrían darse desutilidades marginales crecientes a la derecha de un cierto punto de inflexión P, como se muestra en la figura 1.

Figura 1
Posible Desutilidad Marginal



Sea el segmento de una función de utilidad $u=u(x)$ conteniendo la transformación de una cierta variable explicativa x , entonces:

$$u = \beta \frac{x^\lambda - 1}{\lambda} ; u' = \frac{\partial u}{\partial x} = \beta x^{\lambda-1} ; u'' = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \beta (\lambda - 1) x^{\lambda-2} \quad (3)$$

Comentarios:

- Como $\beta < 0$, entonces $u' < 0$ para cualquier λ (incluso λ negativo).
- Si $0 < \lambda < 1$, entonces $u'' > 0$. Esto significa que si x es tiempo, el impacto de un minuto adicional disminuye con la duración del viaje, y si x es costo, el impacto de un peso adicional disminuye con el valor del viaje. Esto es consistente con lo que se acepta generalmente, es decir, que la percepción marginal del costo de viaje es decreciente: por ejemplo, se da más importancia a un aumento de 1 a 2 pesos que a uno de 1000 a 1001 pesos.
- Si $\lambda > 1$, entonces $u'' < 0$. Esto significa que si x es tiempo, el impacto de un minuto adicional aumenta con la duración del viaje, y si x es costo, el impacto de un peso adicional aumenta con el valor del viaje.

Como se verá a continuación, la magnitud del parámetro λ asociado al costo de viaje (λ_c) dependerá de la especificación funcional, es decir, de la forma en que se incorpore el ingreso en la función de utilidad.



Cualquiera que sea la forma en que se incorpore el ingreso en la función de utilidad, la UMI deberá ser positiva y su derivada respecto del ingreso, negativa. Sin embargo, es importante tener presente que la última condición mencionada es una propiedad límite que deberá cumplirse solamente pasado un cierto nivel indeterminado de consumo o ingreso, pero no necesariamente debiera cumplirse para todo el rango posible de valores de dichas variables.

Si el ingreso se incorpora en forma lineal en la función de utilidad ($V_i \approx I - c_i$), las condiciones que debe cumplir la UMI se escriben:

$$UMI = \frac{\partial U}{\partial I} = - \frac{\partial U}{\partial C_i} = -\beta_c c_i^{\lambda_c - 1} > 0 \quad \text{ssi } \beta_c < 0 \quad (4)$$

Debido a que en la expresión (4) $\beta_c < 0$, entonces necesariamente debe cumplirse que $\lambda_c > 1$ para verificar la condición mostrada en la siguiente expresión (5).

$$\frac{\partial UMI}{\partial I} = - \frac{\partial UMI}{\partial c_i} = \beta_c (\lambda_c - 1) c_i^{\lambda_c - 2} < 0 \quad \text{ssi } \beta_c < 0 \text{ y } \lambda_c > 1 \quad (5)$$

Por otra parte, si el ingreso se introduce en la función de utilidad en la forma costo dividido por ingreso, es decir, si se define $x_i \equiv c_i/I$, se tendrá que:

$$\frac{\partial x_i}{\partial I} = -\frac{c_i}{I^2} = -\frac{x_i}{I} \quad (6)$$

Utilizando el resultado anterior, es posible reescribir las condiciones de UMI positiva y UMI decreciente:

$$UMI = \frac{\partial U}{\partial x_i} \frac{\partial x_i}{\partial I} = -\beta_c x_i^{\lambda_c - 1} \frac{c_i}{I^2} = -\beta_c \frac{x_i^{\lambda_c}}{I} > 0 \quad \text{ssi } \beta_c < 0 \quad (7)$$

$$\frac{\partial UMI}{\partial I} = \frac{\beta_c x_i^{\lambda_c}}{I^2} (\lambda_c + 1) < 0 \quad \text{ssi } \beta_c < 0 \quad (8)$$

Por lo tanto, en el caso de utilizarse especificaciones con costo dividido por ingreso, la condición $\beta_c < 0$ asegura que se cumpla que la UMI sea positiva y que su derivada respecto del ingreso sea negativa.

En este caso la propiedad de UMI decreciente se cumple para valores mayores o menores que 1 del parámetro λ (incluso se cumple para $-1 < \lambda < 0$).

En los casos en que las expresiones de la función de utilidad sean combinaciones de costos de transporte con variables mudas de ingreso, no es posible realizar una demostración directa como la anterior, ya que las funciones no serán diferenciables con respecto al ingreso.

2.2 VALOR SUBJETIVO DEL TIEMPO Y SIGNO Y MAGNITUD DE LOS PARÁMETROS λ

Generalmente, el VST se estima tratando de determinar la disponibilidad de los usuarios a pagar por el ahorro de una unidad marginal de tiempo, bajo este enfoque, el VST será:

$$VST = - \frac{\partial c_i}{\partial t_i} = \frac{\partial \bar{U}_i / \partial t_i}{\partial \bar{U}_i / \partial c_i} \quad (9)$$

Esta expresión corresponde a calcular la tasa de sustitución entre costo y tiempo a utilidad constante. Es muy general, y su aplicación dependerá del modelamiento del problema de la elección de modo (forma de la función de utilidad, restricciones, variables explicativas, etc).

Primeramente, se analizará el caso de una función de utilidad especificada sin considerar ingresos, dicha función de utilidad tendrá la forma:

$$U_i = \beta_t t_i^{(\lambda_t)} + \beta_c c_i^{(\lambda_c)} + \dots \quad (10)$$

Aplicando la expresión (9) en la función de utilidad (10), se obtiene la siguiente expresión (11) para el VST.

$$VST = \frac{\beta_t}{\beta_c} \frac{t_i^{\lambda_t-1}}{c_i^{\lambda_c-1}} \quad (11)$$

De la expresión (11), es importante establecer que aunque se estime adecuado definir parámetros genéricos por variable de servicio explicativa, es decir, comunes para todos los modos, al usar las transformadas Box-Cox, los valores del tiempo variarán entre los distintos modos y serán función directa de los valores de sus respectivas variables de servicio. Así pues, la primera pregunta que surge es la siguiente: ¿Qué valor de la variable de servicio utilizar?, existen al menos las siguientes alternativas:

- Valores diferenciados por mercado (por origen-destino).
- Valores promedio de las observaciones disponibles en la muestra de calibración.
- Valores promedio de las observaciones elegidas en la muestra de calibración.



La primera alternativa se descartó debido a la existencia de una gran cantidad de pares orígenes-destino con carencia de observaciones. La segunda y tercera alternativa generan aproximadamente los mismos resultados, adoptándose en este artículo la tercera, debido a que disminuye los posibles errores producidos en la etapa de asignación de viajes.

Frente a la necesidad de introducir el ingreso en la modelación de la elección de modo, se adoptaron dos enfoques. El primero consideró variables mudas (con valores 0 o 1) de ingresos, y el segundo, costos modales divididos por ingreso. Bajo el primer enfoque, la función de utilidad será de la forma:

$$U_i = \beta_t t_i^{(\lambda_t)} + \beta_c c_i^{(\lambda_c)} + \sum_j \beta_j \delta_{hj} c_i + \dots \quad (12)$$

Donde δ_{hj} vale 1 si el individuo h pertenece al j -ésimo estrato socioeconómico o 0 en otro caso, y β_j es el coeficiente de la respectiva variable muda. Si se consideran n estratos socioeconómicos, sólo podrán existir $n-1$ variables mudas de ingresos. En este artículo se adoptó la convención de dejar al estrato de menores ingresos sin variable muda. Por lo tanto, los restantes estratos tendrán todos coeficientes β_j positivos.

Por simplicidad, la variable muda explicativa asociada al j -ésimo estrato se denota: $d_j = \delta_{hj} c_i$; $j=2, \dots, n$.

Es necesario tener presente que debido a la restricción de estricta positividad (1), las variables mudas de ingreso no pueden ser transformadas debido a que para un individuo dado sólo una de ellas tendrá un valor distinto de cero. Dada la función de utilidad (12), el VST tendrá la siguiente expresión (13):

$$VST = \frac{\beta_t t_i^{\lambda_t - 1}}{\beta_c c_i^{\lambda_c - 1} + \beta_j}; \quad \beta_t < 0, \beta_c < 0, \beta_j > 0 \quad (13)$$

Por otra parte, si se adopta una función de utilidad que considere a la variable costo dividido por ingreso (c/w), el VST será (Gaudry et. al., 1989):

$$VST = \frac{\omega \beta_t t_i^{\lambda_t - 1}}{\beta_c \frac{c_i^{\lambda_c - 1}}{\omega}} \quad (14)$$

En este artículo se utilizó la expresión (13) para determinar el VST en los siguientes propósitos-períodos: al trabajo punta, al trabajo no punta y al estudio punta, y la expresión (14) en los propósitos-períodos: al estudio no punta, otros propósitos punta y otros propósitos no punta.

El problema de la magnitud de los parámetros λ también puede ser abordado desde el punto de vista del VST. A partir de la expresión (11), se obtienen:

$$VST' = \frac{\partial VST}{\partial t} = (\lambda_t - 1) \frac{\beta_t}{\beta_c} \frac{t^{\lambda_t-2}}{c^{\lambda_t-1}} \quad (15)$$

$$VST'' = \frac{\partial^2 VST}{\partial t^2} = (\lambda_t - 1) (\lambda_t - 2) \frac{\beta_t}{\beta_c} \frac{t^{\lambda_t-3}}{c^{\lambda_t-1}} \quad (16)$$

La magnitud del valor de λ determinará la dependencia del valor subjetivo del tiempo con t : $VST(t)$.

Si $\lambda < 1$: $VST' < 0$. VST disminuirá con cada unidad de tiempo ahorrado.
 $VST'' > 0$. La función $VST(t)$ será convexa respecto del origen.

Si $\lambda > 1$: $VST' > 0$. VST aumentará con cada unidad de tiempo ahorrado.
 $VST'' < 0$. La función $VST(t)$ será cóncava respecto del origen.

Al ser los parámetros λ distintos de 1, los VST variarán con cada unidad de tiempo ahorrado. Para el caso más común: λ menor que uno y mayor que cero, el VST será mayor con las primeras unidades adicionales de tiempo ahorrado, para luego ir decreciendo a medida que las magnitudes de tiempo aumentan. Además, el impacto de un minuto adicional disminuirá con la duración del viaje. Las dependencias de u' , u'' , VST' y VST'' con λ se resumen en la expresión (17).

$$\begin{aligned} \lambda < 1: & \quad u' < 0 \quad u'' > 0 \quad VST' < 0 \quad VST'' > 0 \\ \lambda > 1: & \quad u' < 0 \quad u'' < 0 \quad VST' > 0 \quad VST'' < 0 \end{aligned} \quad (17)$$

Consideremos un individuo con ingreso fijo que trabaja un número pre-determinado de horas a la semana (Jara-Díaz, 1990), obteniendo satisfacción tanto a partir de su nivel de consumo como de su tiempo libre. El problema se formula:

$$\begin{aligned} F.O. \quad & \text{MAX } \Omega = G^\alpha L^\beta \\ s.a. \quad & G + B c_i = I \\ s.a. \quad & L + W + B t_i = T \end{aligned} \quad (18)$$

Donde:

- B: Número de viajes en el período de referencia.
- G: Nivel de consumo.
- L: Tiempo de ocio.
- I: Ingreso.
- W: Horas trabajadas en el período de referencia.
- c_i : Costo del modo i .
- T: Período de referencia.
- t_i : Tiempo de viaje en el modo i .



Los exponentes α y β están acotados entre 0 y 1, ya que la utilidad crece con G y L , pero a tasas decrecientes. Reemplazando las restricciones en la función objetivo, se obtiene la expresión (19) para la utilidad indirecta condicional en el modo i y la expresión (20) para el VST.

$$V_i = K (I - B_{ci})^\alpha (T - W - B_{ti})^\beta \quad (19)$$

$$VST = \frac{\partial V_i / \partial t_i}{\partial V_i / \partial c_i} = \frac{\beta}{\alpha} \frac{(I - B_{ci})}{(T - W - B_{ti})} \quad (20)$$

Por lo tanto, según lo anterior, si t_i aumenta, VST aumenta ($VST' > 0$).

3. DATOS Y MODELOS

Se calibraron 6 muestras de partición modal, consistentes en el cruce de 3 propósitos con 2 periodos, generándose en cada caso una base de datos independiente.

Los modelos calibrados son de naturaleza mixta, en el sentido que consideran múltiples observaciones de variables socioeconómicas y elecciones modales, provenientes de la EOD 1991, y variables de servicio por modo correspondientes a valores interzonales de la calibración de las diferentes redes de transporte. Como características del proceso a ser empleado, es posible mencionar la objetividad y automatización del procedimiento, resultando fácil introducir cambios, por ejemplo, en las disponibilidades. Otra característica importante es que los experimentos son fácilmente reproducibles, reduciéndose los aspectos subjetivos en la generación, calibración y validación de la información.

3.1 VARIABLES EXPLICATIVAS Y FUNCIONES DE UTILIDAD

Los modelos se calibraron considerando la existencia de 11 modos, los que se detallan en la tabla 1.

Las variables explicativas del i -ésimo modo son las siguientes:

$tvia_i$:	Tiempo de viaje en vehículo en minutos.
$tcam_i$:	Tiempo de caminata en minutos. Considera tiempos de caminata en el ingreso, egreso y transbordo (caso modos combinados).
$tesp_i$:	Tiempo de espera en minutos.
$tgen_i$:	Tiempo generalizado de viaje. Combinación lineal de los tres tiempos anteriores ($1tvia + 4tcam + 2tesp$). Se utilizó cuando el parámetro asociado a alguna de las variables anteriores (usualmente a $tvia$) resultó con signo positivo. Los coeficientes utilizados provienen de la calibración de las redes de transporte público y privado.
$cost_i$:	Costo total de viaje en pesos de Mayo 1991.

- cosing_i : Costo total del viaje dividido por ingreso familiar. Como el ingreso se expresa en pesos por minuto, esta variable tiene dimensiones de minutos. Los valores de ingresos se muestran en la tabla 2.
- d_{ji} : Variable muda asociada a ingresos que toma un valor igual al costo del i-ésimo modo si el individuo pertenece al j-ésimo estrato de ingreso o cero en otro caso. Se consideraron 5 estratos de ingresos, resultando en algunos casos necesario fusionar el cuarto con el quinto estrato (d₄₅).

Tabla 1
Modos y Variables Explicativas Especificadas por Modo

MODO	tvia	tcam	tes p	tge n	cos t	cosing	d2	d3	d4	d5	d45	AUT OS
1 Auto chofer	SI	NO	NO	SI	SI	SI	SI	SI	SI	SI	SI	SI
2 Auto acompañante	SI	NO	NO	SI	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO	SI
3 Bus	SI	SI	SI	SI	SI	SI	SI	SI	SI	SI	SI	NO
4 Taxi colectivo	SI	SI	SI	SI	SI	SI	SI	SI	SI	SI	SI	NO
5 Metro	SI	SI	SI	SI	SI	SI	SI	SI	SI	SI	SI	NO
6 Caminata	NO	SI	NO	SI	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO
7 Taxi	SI	SI	SI	SI	SI	SI	SI	SI	SI	SI	SI	NO
8 Auto chofer-Metro	SI	SI	SI	SI	SI	SI	SI	SI	SI	SI	SI	SI
9 Auto acompañante-Metro	SI	SI	SI	SI	SI	SI	SI	SI	SI	SI	SI	SI
10 Bus-Metro	SI	SI	SI	SI	SI	SI	SI	SI	SI	SI	SI	NO
11 Taxi colectivo-Metro	SI	SI	SI	SI	SI	SI	SI	SI	SI	SI	SI	NO
Signo Esperado	-	-	-	-	-	-	+	+	+	+	+	+

Tabla 2
Ingresos en Pesos por Minuto de Mayo 1991

Estrato	EOD 1991	Valor Medio [\$/mes]	Ingreso [\$/min]
1	1	20500	1.79
2	2 y 3	75750	6.60
3	4, 5 y 6	257750	22.45
4	7	702550	61.20
5	8	1100000	95.82
4 y 5	7 y 8	752550	65.56

Las variables mudas de ingresos tienen la finalidad de recoger las diferentes percepciones del costo del viaje entre estratos de ingresos. La variable "cost" existe para todos los tipos de usuarios, por lo tanto, se espera que los parámetros de las variables mudas asociadas a ingresos tengan todas signo positivo y verifiquen la siguiente relación de orden:

$$\beta(d_{5i}) > \beta(d_{4i}) > \beta(d_{3i}) > \beta(d_{2i}) > 0 \quad (21)$$

Además, la percepción del costo de viaje para los usuarios pertenecientes a los distintos estratos de ingreso, será:



$$\begin{aligned}
 \text{Usuarios del estrato 1: } & -\beta(\text{cost}_i) < 0 \\
 \text{Usuarios del estrato 2: } & \beta(\text{cost}_i) - \beta(d_{2i}) < 0 \\
 \text{Usuarios del estrato 3: } & \beta(\text{cost}_i) - \beta(d_{3i}) < 0 \\
 \text{Usuarios del estrato 4: } & \beta(\text{cost}_i) - \beta(d_{4i}) < 0 \\
 \text{Usuarios del estrato 5: } & \beta(\text{cost}_i) - \beta(d_{5i}) < 0
 \end{aligned}
 \tag{22}$$

El no cumplimiento de las condiciones (21) y/o (22) forzó la utilización de las variables "cosing" en los propósitos-períodos: estudio-no punta, otros-punta y otros-no punta.

3.2 SELECCION DE MUESTRAS DE CALIBRACION

Se seleccionaron observaciones imponiendo requisitos sobre los viajes, resultando al final del proceso muestras por propósito y período que se utilizaron en la calibración de modelos. Los viajes seleccionados debieron verificar las siguientes condiciones:

- 1.- Que el viaje fuera basado en el hogar y perteneciera al propósito respectivo.
- 2.- Que la hora media de la realización del viaje se ubicara dentro del intervalo de tiempo correspondiente al respectivo período.
- 3.- Que el viaje fuera realizado en uno de los 11 modos modelados.
- 4.- Que los viajes fueran interzonales.
- 5.- Que tanto el origen como el destino de los viajes seleccionados correspondieran a zonas internas.
- 6.- Que los viajes fueran del tipo de ida.
- 7.- Que el viaje no tuviera más etapas de las necesarias.
- 8.- Que el hogar asociado al viaje reportara ingreso.
- 9.- Que no apareciera más de un viaje realizado por una determinada persona.
- 10.- Para los viajes con propósito al trabajo se impuso que la edad de los viajeros fuera igual o mayor a 18 años.

Con las restricciones anteriores, las sub muestras de calibración resultan con las cantidades de viajes presentadas en la tabla 3. Se aprecia que para la mayoría de los propósitos-períodos, la cantidad de observaciones es bastante alta.

Tabla 3
Número de Observaciones por Propósito-Período.

Propósito	Período 07:30-08:30	Período 10:00-12:00
Al Trabajo	7.998	1.145
Al Estudio	5.945	323
Otros Propósitos	1.132	3.083

Aceptando que la calibración de modelos desagregados de elección modal requiere de aproximadamente 30 observaciones por parámetro y teniendo en cuenta que los modelos tienen como máximo 30 parámetros (incluyendo betas, lambdas y constantes modales), es posible concluir que el único caso en que podría haber déficit de observaciones es el propósito al estudio en el período 10:00-12:00.

3.3 CRITERIOS DE DISPONIBILIDAD

La determinación de criterios adecuados de disponibilidad tiene gran importancia, ya que influye en gran medida en los resultados del proceso de calibración. A continuación, se mencionan los criterios de disponibilidad utilizados por modo.

1. Auto chofer : Se considera disponible siempre que el par O-D esté conectado a la red, exista al menos un auto en el hogar y el viajero posea licencia.
2. Auto acomp. : Si el modo es elegido, estará disponible. Si por el contrario, no es elegido, estará disponible si se cumplen las siguientes dos condiciones: el número de autos en el hogar es mayor que cero y existe al menos un viaje realizado en auto chofer por otra persona perteneciente al mismo hogar, a la misma zona destino y en el mismo período.
3. Bus : Estará disponible siempre que el par O-D esté conectado a la red.
4. Taxi colectivo : Estará disponible siempre que el par O-D esté conectado a la red.
5. Metro : Estará disponible siempre que el par O-D esté conectado a la red.
6. Caminata : Estará disponible siempre que el modo sea elegido, o bien, que la distancia de caminata sea igual o inferior a 4.0 Km.
7. Taxi : Se considera siempre disponible.
8. Ach.-Metro : Estará disponible siempre que el par O-D esté conectado a la red, el viajero posea licencia de conducir y en su hogar exista al menos un auto.
9. Aac.-Metro : Si el modo es elegido, estará disponible. Si no, lo estará si se cumplen las siguientes tres condiciones: el número de autos en el hogar es mayor que cero; con respecto al par O-D relevante, el modo auto chofer-metro se encuentra conectado a la red, y existe al menos un viaje realizado en auto chofer-metro por otra persona perteneciente al mismo hogar, a la misma zona destino y en el mismo período.
10. Bus-Metro : Estará disponible siempre que el par O-D esté conectado a la red.
11. Tcol.-Metro : Estará disponible siempre que el par O-D esté conectado a la red.



4. RESULTADOS OBTENIDOS

En esta sección se reportan los resultados de la calibración de modelos para cada propósito-período y los valores subjetivos del tiempo. Se adoptó una estrategia de calibración compuesta por tres etapas:

- 1.- Se seleccionan las variables explicativas adecuadas, es decir, para un determinado propósito-período se comienza utilizando especificaciones complejas con estructura funcional lineal. Si se considera que los resultados obtenidos son aceptables en términos de signos de los parámetros correctos, relación de orden entre las variables mudas relacionadas con ingresos y ajuste global, se acepta dicha especificación compleja, en caso contrario, se simplifica hasta hallar una que cumpla con las exigencias requeridas.
- 2.- Se transforman todas las variables explicativas estrictamente positivas, calibrándose así el modelo más general posible (es decir, el modelo con mayor Log-Likelihood). A continuación, se analizan los parámetros λ obtenidos y se aceptan solamente aquellos estadísticamente distintos de 0 y de 1.
- 3.- Se recalibra el modelo sólo con los parámetros λ aceptados en el paso anterior. A continuación, verificando que el ajuste global del modelo no se resienta demasiado y que los parámetros λ estimados se mantengan estables, se confirma la forma funcional.

Mientras más compleja sea la especificación y la forma funcional adoptada, mejor será el ajuste global del modelo.

4.1 RESULTADOS DE CALIBRACION

Para cada propósito-período analizado, los modelos seleccionados contuvieron al menos una variable explicativa transformada. Para cuantificar el incremento en el ajuste global debido a la no linealidad, se utilizó el indicador γ^2 :

$$\gamma^2 = 1 - \frac{\text{Log-Likelihood del Modelo Box - Cox Adoptado}}{\text{Log-Likelihood del Modelo Lineal Equivalente}} \quad (23)$$

γ^2 se situará entre 0 y 1 y un mayor valor revelará una mayor no linealidad de las variables explicativas consideradas.

Para un determinado propósito-período, la selección consideró: el ajuste global del modelo mediante el Log-Likelihood final y el porcentaje correctamente predicho; los valores de los parámetros calibrados, es decir, si los coeficientes β poseen signo correcto y si el signo y rango de los valores de los parámetros λ es correcto, y la significancia estadística de los parámetros calibrados, o sea el estadístico t, que permite afirmar que los valores de los parámetros β son distintos de 0 y los valores de los parámetros λ son distintos de 0 y de 1.

Para comparar el ajuste final entre distintas muestras, se utilizó el indicador ρ^2 (Hensher et. al., 1981).

$$\rho^2 = 1 - \frac{\text{Log- Likelihood del Modelo Box -Cox Adoptado}}{\text{Log- Likelihood del Modelo con solo Constantes}} \quad (24)$$

Los modelos finalmente adoptados, los parámetros β y λ , el ajuste global y otros indicadores estadísticos se muestran en la tabla 4.

Tabla 4
Resultados de la Calibración de Modelos por Propósito y Período

Prop-Pcr.	TRABAJO-PUNTA		TRABAJO-NO PUNTA		ESTUDIO-PUNTA		ESTUDIO-NO PUNTA		OTROS-PUNTA		OTROS-NO PUNTA	
Modelo	s 0102		o 0102		s 0100		y 1000		w 1002		y 1002	
autos (β)	0.91 (7.95)		0.78 (3.61)		1.00 (6.53)		1.30 (3.68)		—		1.00 (6.06)	
tvia (β)	-0.013 (-5.31)		-0.034 (-2.90)		-0.011 (-2.98)		—		—		—	
team (β y λ)	-0.51 (-16.34)	0.320 (5.96)	-0.74 (-8.62)	0.313 (2.68)	-0.79 (-20.08)	0.213 (4.94)	—		—		—	
	(-12.64)		(-5.87)		(-18.24)							
tesp (β)	-0.027 (-0.99)		-0.059 (-2.05)		-0.094 (-2.70)		—		—		—	
tgen (β y λ)	—		—		—		-0.54 (3.51)	0.252 (1.51)	-0.15 (-6.34)	0.463 (3.63)	-0.16 (-16.23)	0.539 (7.30)
							(-4.49)		(-4.21)		(-6.25)	
cost (β y λ)	-0.017 (-9.74)	0.821 (17.28)	-0.039 (-5.46)	0.688 (4.96)	-0.0072 (-7.81)		—		—		—	
	(-3.77)		(-2.25)									
cosing (β y λ)	—		—		—		-0.027 (-3.03)		-0.12 (-6.65)	0.527 (4.09)	-0.063 (-9.67)	0.643 (7.39)
									(-3.67)		(-4.11)	
d2 (β)	0.0020 (3.17)		0.0012 (1.17)		0.0026 (3.44)		—		—		—	
d3 (β)	0.0037 (6.75)		0.0020 (2.04)		0.0043 (5.17)		—		—		—	
d45 (β)	0.0043 (6.90)		—		0.0059 (5.72)		—		—		—	
d4 (β)	—		0.0033 (3.30)		—		—		—		—	
d5 (β)	—		0.0044 (4.13)		—		—		—		—	
I.L. ctes.	-4881.95		-736.52		-3472.46		-199.88		-649.35		-2194.87	
I.L. lin.	-4635.87		-667.52		-3254.02		-182.29		-613.89		-1968.66	
I.L. gral.	-4577.21		-654.38		-3150.07		-178.63		-604.30		-1947.86	
I.L. adop.	-4578.19		-654.39		-3160.50		-178.66		-604.30		-1947.86	
ρ^2	0.062		0.112		0.090		0.106		0.069		0.113	
γ^2	0.012		0.020		0.029		0.020		0.016		0.011	
% right	80.68%		79.30%		78.44%		76.78%		81.63%		76.71%	

- De la tabla 4 se aprecia que al comparar la bondad de ajuste de las distintas muestras de calibración, mediante el indicador ρ^2 , los mejores resultados se obtienen para los viajes realizados con otros propósitos en fuera de punta y para los viajes al estudio en período punta.



- Al observar los indicadores γ^2 , se concluye que para todos los propósitos y períodos, sin excepción, el ajuste global al utilizar variables transformadas es notoriamente superior que al considerar formas funcionales lineales.

- El porcentaje correctamente predicho, presenta valores relativamente uniformes entre los diversos propósitos-períodos.

4.2 RESULTADOS DEL VALOR SUBJETIVO DEL TIEMPO

Con los modelos seleccionados se procedió a calcular los VST utilizando la expresiones (13) ó (14) (según sea el caso), los resultados se muestran en las tablas 5 y 6.

Tabla 5
Valores Subjetivos del Tiempo Propósito al Trabajo [\$1991/min]

PROP. TRABAJO-PERÍODO PUNTA			AUTO	BUS	TCOL	METRO	TAXI	BUS-M	TCOL-M
Valores	tvia	[min]	23.2	40.9	20.2	11.5	14.9	39.1	29.6
Promedios	tcam	[min]	—	5.4	18.1	19.6	1.3	12.6	20.9
de las	tesp	[min]	—	3.4	2.0	1.5	3.8	3.0	3.0
Variables	tgen	[min]	23.2	69.3	96.7	93.1	22.9	97.0	119.2
Explicativas	cost	[\$]	246.8	130.7	140.5	86.0	466.3	185.8	190.1
	cosing	[min]	17.9	30.4	26.2	12.1	55.2	33.1	31.7
Valores	Estrato	1	2.0	1.8	1.9	1.7	2.3	1.9	2.0
Subjetivos	Estrato	2	3.0	2.5	2.6	2.3	3.6	2.8	2.8
del Tiempo	Estrato	3	4.9	3.8	3.9	3.3	6.6	4.4	4.4
de Viaje	Estrato	4 y 5	6.4	4.6	4.8	3.9	9.6	5.5	5.5
Valores	Estrato	1	—	22.8	10.1	8.8	75.4	13.6	9.7
Subjetivos	Estrato	2	—	31.7	14.2	11.9	116.6	19.5	13.9
del Tiempo	Estrato	3	—	47.6	21.5	17.0	217.8	30.6	21.9
de Caminata	Estrato	4 y 5	—	57.7	26.2	20.1	313.9	38.4	27.5
Valores	Estrato	1	—	3.8	3.8	3.5	4.8	4.0	4.1
Subjetivos	Estrato	2	—	5.3	5.4	4.8	7.4	5.8	5.8
del Tiempo	Estrato	3	—	7.9	8.1	6.8	13.8	9.1	9.2
de Espera	Estrato	4 y 5	—	9.6	9.9	8.0	19.9	11.4	11.5
Valores	Estrato	1	2.0	4.2	5.7	6.1	7.9	4.7	5.1
Subjetivos	Estrato	2	3.0	5.9	7.9	8.2	12.2	6.8	7.3
del Tiempo	Estrato	3	4.9	8.8	12.0	11.7	22.7	10.7	11.5
Generalizado	Estrato	4 y 5	6.4	10.7	14.7	13.8	32.8	13.4	14.4
PROP. TRABAJO-PERÍODO NO PUNTA			AUTO	BUS	TCOL	METRO	TAXI	BUS-M	TCOL-M
Valores	tvia	[min]	14.3	28.0	13.9	13.0	9.3	32.2	23.2
Promedios	tcam	[min]	—	5.2	17.1	17.5	1.3	12.8	20.0
de las	tesp	[min]	—	3.3	1.9	2.7	1.5	5.6	4.2
Variables	tgen	[min]	14.3	55.4	86.0	88.2	17.3	94.5	111.7
Explicativas	cost	[\$]	227.5	122.9	136.3	89.0	371.0	280.0	191.3
	cosing	[min]	18.7	29.6	25.1	8.6	31.6	57.3	30.6
Valores	Estrato	1	4.7	3.9	4.0	3.5	5.5	5.1	4.5
Subjetivos	Estrato	2	5.7	4.5	4.7	4.0	6.9	6.2	5.3
del Tiempo	Estrato	3	6.6	5.1	5.3	4.5	8.2	7.2	6.1
de Viaje	Estrato	4	8.8	6.3	6.6	5.4	11.9	9.9	8.0
	Estrato	5	12.3	7.9	8.5	6.5	19.3	14.6	10.7
Valores	Estrato	1	—	27.4	12.5	10.8	100.4	19.1	12.5
Subjetivos	Estrato	2	—	31.8	14.6	12.3	124.6	23.2	14.8
del Tiempo	Estrato	3	—	35.6	16.4	13.6	148.6	27.2	17.0
de Caminata	Estrato	4	—	44.2	20.6	16.4	216.2	37.5	22.1
	Estrato	5	—	55.5	26.2	19.9	351.6	55.3	29.8
Valores	Estrato	1	—	6.8	7.0	6.1	9.6	8.8	7.8
Subjetivos	Estrato	2	—	7.9	8.2	7.0	11.9	10.7	9.3
del Tiempo	Estrato	3	—	8.8	9.2	7.7	14.2	12.5	10.6
de Espera	Estrato	4	—	10.9	11.5	9.3	20.6	17.2	13.8
	Estrato	5	—	13.7	14.7	11.3	33.6	25.4	18.6
Valores	Estrato	1	4.7	7.5	8.6	7.6	16.2	9.1	8.2
Subjetivos	Estrato	2	5.7	8.7	10.0	8.6	20.2	11.0	9.7
del Tiempo	Estrato	3	6.6	9.8	11.3	9.6	24.0	12.8	11.1
Generalizado	Estrato	4	8.8	12.1	14.2	11.5	34.9	17.7	14.5
	Estrato	5	12.3	15.2	18.1	14.0	56.8	26.1	19.5



Tabla 6
Valores Subjetivos del Tiempo Propósitos al Estudio y Otros [S1991/min]

PROP. ESTUDIO-PERÍODO PUNTA			AUTO	BUS	TCOL	METRO	TAXI	BUS-M	TCOL-M
Valores	tvia	[min]	25.4	23.4	13.6	10.1	7.7	36.6	26.2
Promedios	team	[min]	—	5.5	17.7	19.4	1.3	13.1	21.9
de las	tesp	[min]	—	2.6	1.8	1.5	1.5	3.6	2.9
Variables	tgen	[min]	25.4	50.6	87.9	90.8	15.7	96.4	119.7
Explicativas	cost	[\$]	238.5	122.1	144.0	85.8	247.2	182.2	195.6
	cosing	[min]	7.5	26.2	24.8	11.3	21.6	23.5	25.3
Valores	Estrato	1	1.5	7.2	7.4	7.8	14.0	5.5	5.7
Subjetivos	Estrato	2	2.4	11.3	11.7	12.2	22.0	8.6	8.9
del Tiempo	Estrato	3	3.8	17.9	18.5	19.3	34.9	13.6	14.1
Generalizado	Estrato	4 y 5	8.5	40.0	41.3	43.1	77.8	30.4	31.5
PROP. ESTUDIO-PERÍODO NO PUNTA			AUTO	BUS	TCOL	METRO	TAXI	BUS-M	TCOL-M
Valores	tvia	[min]	16.1	26.6	9.3	8.9	14.7	33.4	29.3
Promedios	team	[min]	—	5.2	18.3	17.4	1.3	14.5	23.3
de las	tesp	[min]	—	3.1	1.5	2.6	1.5	3.7	5.8
Variables	tgen	[min]	16.1	53.6	85.6	83.5	22.7	98.7	134.3
Explicativas	cost	[\$]	235.7	126.8	148.3	88.1	638.6	285.0	190.0
	cosing	[min]	10.3	17.7	18.5	15.0	86.0	21.1	60.8
Valores	Estrato	1	4.5	1.8	1.3	1.3	3.5	1.2	0.9
Subjetivos	Estrato	2	12.4	5.0	3.5	3.6	9.6	3.2	2.5
del Tiempo	Estrato	3	19.5	7.9	5.6	5.7	15.1	5.0	4.0
Generalizado	Estrato	4	30.9	12.5	8.8	9.0	23.9	7.9	6.3
	Estrato	5	47.4	19.3	13.6	13.8	36.6	12.2	9.7
OTRO PROP. PERÍODO PUNTA			AUTO	BUS	TCOL	METRO	TAXI	BUS-M	TCOL-M
Valores	tvia	[min]	15.2	31.5	11.4	10.3	12.0	44.3	17.0
Promedios	team	[min]	—	5.3	21.8	19.4	1.3	12.0	30.3
de las	tesp	[min]	—	2.7	1.6	1.6	1.5	3.2	1.4
Variables	tgen	[min]	15.2	58.0	101.8	91.0	20.0	98.6	140.8
Explicativas	cost	[\$]	173.2	120.9	131.0	82.5	418.2	186.7	190.0
	cosing	[min]	11.3	33.2	32.1	11.8	47.8	45.6	24.4
Valores	Estrato	1	1.6	1.3	1.0	0.6	2.8	1.2	0.7
Subjetivos	Estrato	2	4.5	3.7	2.7	1.8	7.7	3.2	2.0
del Tiempo	Estrato	3	7.1	5.8	4.2	2.8	12.1	5.0	3.1
Generalizado	Estrato	4	11.3	9.1	6.6	4.4	19.2	8.0	4.9
	Estrato	5	17.3	14.0	10.2	6.7	29.5	12.2	7.5
PROP. ESTUDIO-PERÍODO NO PUNTA			AUTO	BUS	TCOL	METRO	TAXI	BUS-M	TCOL-M
Valores	tvia	[min]	12.6	23.8	9.8	10.4	9.6	29.8	20.9
Promedios	team	[min]	—	4.9	17.1	18.0	1.3	11.4	22.0
de las	tesp	[min]	—	2.9	2.4	2.5	1.5	3.8	4.9
Variables	tgen	[min]	12.6	49.5	82.9	87.4	17.6	83.1	118.6
Explicativas	cost	[\$]	199.7	121.7	132.5	87.6	411.6	281.7	191.7
	cosing	[min]	16.8	29.6	28.7	11.7	41.5	31.9	16.2
Valores	Estrato	1	3.9	2.5	2.0	1.4	4.6	2.0	1.4
Subjetivos	Estrato	2	10.7	7.0	5.4	3.9	12.7	5.6	3.8
del Tiempo	Estrato	3	16.8	11.0	8.6	6.1	19.9	8.9	5.9
Generalizado	Estrato	4	26.7	17.4	13.5	9.6	31.6	14.0	9.4
	Estrato	5	40.9	26.7	20.8	14.7	48.5	21.6	14.4

Además de los VST, en las tablas 5 y 6 se muestran los valores promedios de las variables explicativas, ya que, según se mostrara en las expresiones (13) y (14), el VST depende de dichos valores promedios. El valor subjetivo del tiempo generalizado en los modelos que no consideran esta variable se calculó ponderando cada uno de los VST de las sub-etapas del viaje (en vehículo, caminata y espera), esto se realizó sólo para efectos de comparación.



Como el t-estadístico del VST depende de múltiples parámetros, no fué posible estimarlo, ya que los desarrollos existentes se restringen a su estimación en función de sólo dos parámetros estimados.

5. CONCLUSIONES

- 1.- Para todos los propósitos-periodos considerados, el modelo finalmente seleccionado consideró 1 ó 2 parámetros λ .
- 2.- Las variables explicativas más proclives de ser transformadas resultaron ser el tiempo de caminata, el tiempo generalizado, el costo modal y el costo dividido por ingreso.
- 3.- En todos los casos considerados, existió un gran incremento en el ajuste global de los modelos al considerar formas funcionales no lineales.
- 4.- Todos los parámetros λ estadísticamente distintos de 0 y de 1 resultaron con valores comprendidos entre 0 y 1.
- 5.- Los VST poseen valores razonables, y en general, bastante más bajos que los reportados en estudios anteriores (Gaudry et. al., 1989).
- 6.- Los VST difieren en gran medida de un modo a otro y dependen fuertemente de la estratificación socioeconómica.
- 7.- Los parámetros λ estimados con valores superiores a 1 nunca resultaron ser significativamente distintos de 1. Tampoco se verificaron parámetros $\lambda < 0$.
- 8.- Los valores subjetivos del tiempo de caminata y de espera presentaton valores notoriamente superiores al valor subjetivo del tiempo de viaje.
- 9.- Para los viajes con propósito al trabajo, el VST es mayor en el caso del periodo fuera de punta, lo contrario ocurre en el caso de los otros dos propósitos.

6. REFERENCIAS

Ben-Akiva, M.E. and Lerman, S.R. (1987). "Discrete Choice Analysis: Theory and Application to Travel Demand". **The MIT Press, Cambridge**.

Gaudry, M.J.I., Jara-Díaz, S.R. and Ortúzar, J. de D. (1989). "Value of time sensitivity to model specification". **Transportation Research 23B(2)**, 151-158.

Gaudry, M.J.I. and Wills, M.J. (1978). "Estimating the Functional Form of Travel Demand Models". **Transportation Research**, 12(4), pp. 257-289.

Hensher, D.A. and Johnson, L.W. (1981). "Applied Discrete-Choice Modelling". **Croom Helm, London**.

Jara-Díaz, S.R. (1990). "Valor subjetivo del tiempo y utilidad marginal del ingreso en modelos de partición modal". **Apuntes de Ingeniería** 39, 41-49.

Ortúzar, J. de D. (1982). "Fundamentals of discrete multimodal choice modelling". **Transport Reviews** 2(1), 47-78.

