

## **DESCRIPCION DEL PRODUCTO Y CALCULO DEL GRADO DE ECONOMIAS DE ESCALA EN TRANSPORTE**

**Sergio R. Jara Díaz**  
Universidad de Chile  
Casilla 228-3, Santiago, Chile

**Cristián E. Cortés C.**  
SECTRA  
Ahumada 48, piso 5, Santiago, Chile

### **RESUMEN**

El análisis de estructura industrial de las actividades de transporte se basa principalmente en la estimación de funciones de costo, que relacionan gasto con producción, precios de factores e insumos fijos. Como el producto es un vector de flujos con gran cantidad de componentes, en el trabajo empírico se usa actualmente descripciones agregadas que reflejan el producto en forma sintética.

Este trabajo es una extensión del enfoque desarrollado por Jara Díaz (1993), donde se muestra que el uso de descripciones agregadas (aparentemente vectoriales) del vector de producto, puede generar interpretaciones ambiguas cuando se aplican propiedades de la teoría de multiproducción directamente, en particular en el cálculo del grado de economías de escala. La importancia de estudiar el cálculo de este indicador, es que de aquí se obtienen comúnmente conclusiones de estructura industrial óptima y de políticas de transporte en general, que eventualmente podrían modificarse.

El enfoque anterior permite recuperar una medida consistente del grado de economías de escala, aplicando un cierto método analítico a cada componente agregada de producto, del cual se puede determinar en forma independiente (en la mayoría de los casos) el peso que cada componente tiene en el cálculo del grado de economías de escala.

En primer término, se resume el método analítico desarrollado por Jara Díaz (1993). Luego, se aplica este método sobre cada componente agregada utilizada en la literatura en los últimos años, incluyendo atributos, características operativas, y en general cualquier descriptor que de alguna manera se relacione con el vector real de producto. Luego, se entrega un resumen del peso de cada componente en el correcto cálculo del grado de economías de escala. Finalmente, se discute el impacto de este tipo de análisis sobre el estudio de estructura industrial y se sugiere extensiones al estudio de economías de diversidad.



## 1. INTRODUCCION

El análisis de estructura industrial de las actividades de transporte se basa fundamentalmente en la estimación de funciones de costo, que relacionan gasto con producción, precios de factores e insumos fijos. La descripción del producto, en términos estrictos, presenta enormes dificultades debido a que es un vector de flujos  $Y \in R^n$  con una gran cantidad de componentes, si se considera su dimensión espacial, temporal y por tipo de carga (ver Jara Díaz 1982a,b).

En la literatura, por lo tanto, se estiman, obligadamente, funciones de costo a partir del uso de descripciones agregadas del vector real, de donde se obtienen conclusiones de política y estructura industrial, basándose normalmente en el cálculo del grado de economías de escala ( $S$ ), que como es sabido puede ser calculado como el inverso de la suma de las elasticidades del costo con respecto al producto.

Hasta 1978, la forma de trabajar se basó en el uso de índices escalares, con la excepción de estudios de ferrocarriles que distinguían ton-km de pas-km (ver Keeler, 1974). Sin embargo, Spady y Friedlaender (1978) iniciaron un nuevo período en este sentido, mostrando que las conclusiones de estructura industrial óptima dependían de la forma en que se usaba el producto. De ahí en adelante, se extendió el uso de indicadores de producto, de atributos asociados y de características operativas como argumentos de la función de costo, con el objetivo de disminuir ambigüedades en la especificación y mejorar la estimación. Así, se comenzaron a estimar funciones de costo con muchas variables relacionadas con el vector de producto, aunque finalmente a algunas se les daba otro carácter.

En los últimos años, se ha notado una creciente preocupación por el correcto cálculo del grado de economías de escala cuando la función de costo es especificada en términos de componentes de producto interrelacionado (o características de producto). Originalmente Caves et al. (1985) argumentaron que algunas elasticidades pueden ser incluidas o no en el cálculo, dependiendo de la forma como éste se expande. Luego, Gagné (1990), Ying (1992) y Xu. et al. (1994) han investigado el impacto de la interrelación entre indicadores de producto en el cálculo de  $S$ ; en estos últimos, la idea principal fue escoger uno de ellos como medida genérica de producto y reconocer que su elasticidad costo depende de la elasticidad del resto de los indicadores también.

En este trabajo se aplica sobre todo descriptor agregado el método desarrollado por Jara Díaz (1993), el cual permite interpretar sin ninguna ambigüedad la participación de cada elasticidad costo agregada en el cálculo del grado de economías de escala.

## 2. CALCULO DEL GRADO DE ECONOMIAS DE ESCALA A PARTIR DE FUNCIONES DE COSTO MULTIPRODUCTO

El uso de un vector de producto agregado  $\tilde{Y} \in R^m$  y un vector de atributos  $Q \in R^p$ , con  $(m+p \ll n)$ , para describir el producto de transporte, no significa que  $(\tilde{Y}, Q)$  reemplace



conceptualmente a  $Y$ . Cualquier función estimada  $\tilde{C}(\tilde{Y}, Q)$  puede verse como una representación implícita de la función de costo verdadera  $C(Y)$ . En otras palabras, si  $\tilde{y}_1, \tilde{y}_2, \dots, \tilde{y}_m, q_1, q_2, \dots, q_p$  representa el vector de producto sintético,  $\tilde{C}(\tilde{Y}, Q)$  puede aceptarse como una buena aproximación implícita  $\hat{C}(Y)$  de la verdadera función de costo  $C(Y)$ , es decir  $\hat{C}(Y) \equiv \tilde{C}[\tilde{Y}(Y), Q(Y)]$ .

Luego, bajo el supuesto de que  $\tilde{C}(\tilde{Y}, Q)$  es la mejor estimación econométrica del proceso de minimización de gasto, entonces  $\hat{C}(Y)$  debería permitir recuperar las propiedades microeconómicas de  $C(Y)$  a partir de  $\tilde{C}(\tilde{Y}, Q)$ . En particular, las elasticidades costo con respecto a las componentes básicas  $y_i$  se pueden obtener como

$$\hat{\eta}_i = \frac{\partial \hat{C}}{\partial y_i} \frac{y_i}{C} = \frac{y_i}{C} \left( \sum_{j=1}^m \frac{\partial \tilde{C}}{\partial \tilde{y}_j} \frac{\partial \tilde{y}_j}{\partial y_i} + \sum_{k=1}^p \frac{\partial \tilde{C}}{\partial q_k} \frac{\partial q_k}{\partial y_i} \right) \quad (1)$$

o bien

$$\hat{\eta}_i = \sum_{j=1}^m \frac{\partial \tilde{y}_j}{\partial y_i} \frac{y_i}{\tilde{y}_j} \frac{\partial \tilde{C}}{\partial \tilde{y}_j} \frac{\tilde{y}_j}{C} + \sum_{k=1}^p \frac{\partial q_k}{\partial y_i} \frac{y_i}{q_k} \frac{\partial \tilde{C}}{\partial q_k} \frac{q_k}{C}$$

$$\hat{\eta}_i = \sum_{j=1}^m \varepsilon_{ji} \tilde{\eta}_j + \sum_{k=1}^p \varepsilon_{ki}^q \eta_k^q \quad (2)$$

donde  $\varepsilon_{ji}$  y  $\varepsilon_{ki}^q$  representan las elasticidades de la componente de producto agregada  $\tilde{y}_j$  y del atributo  $q_k$  con respecto a  $y_i$  respectivamente. Analíticamente

$$\varepsilon_{ji} = \frac{\partial \tilde{y}_j}{\partial y_i} \frac{y_i}{\tilde{y}_j} \quad \varepsilon_{ki}^q = \frac{\partial q_k}{\partial y_i} \frac{y_i}{q_k}$$

$$\tilde{\eta}_j = \frac{\partial \tilde{C}}{\partial \tilde{y}_j} \frac{\tilde{y}_j}{C} \quad \eta_k^q = \frac{\partial \tilde{C}}{\partial q_k} \frac{q_k}{C} \quad (3)$$

Entonces, de la definición básica del grado de economías de escala, a partir de las elasticidades costo desagregadas, y de (3),  $\hat{S}$  puede calcularse en forma consistente como

$$\hat{S} = \left( \sum_i \hat{\eta}_i \right)^{-1} = \left( \sum_{j=1}^m \alpha_j \tilde{\eta}_j + \sum_{k=1}^p \alpha_k^q \eta_k^q \right)^{-1} \quad (4)$$

con

$$\alpha_j = \sum_i \varepsilon_{ji} \quad \alpha_k^q = \sum_i \varepsilon_{ki}^q \quad (5)$$

Notar que cada "elasticidad agregada" está ponderada por un término, calculado explícitamente en (3), que involucra toda elasticidad, de cada componente de producto agregada o atributo  $(\tilde{y}_j, q_k)$  con respecto a cada componente desagregada  $y_i$ .

El resultado sintetizado por las expresiones (4) y (5) muestra que, potencialmente, todos los argumentos en  $\tilde{C}$  que son construcciones implícitas de  $Y$ , pueden ser una contribución al cálculo de  $\hat{S}$ . La ecuación (4) es una forma analíticamente consistente de calcular el grado de economías de escala a partir de cualquier función de costo de transporte que incluya argumentos que puedan ser formalmente representados como función de las componentes del vector de producto básico. En otras palabras, si es posible encontrar  $\tilde{y}_j = f_j(Y)$  y  $q_k = g_k(Y)$ , para todas las variables que representan funciones analíticas implícitas del vector de producto verdadero  $Y$  en  $\tilde{C}$ , entonces los ponderadores  $\alpha_j, \alpha_k^q$  pueden ser calculados de (5). Los ponderadores de estas elasticidades dependen básicamente de las funciones  $f_j$  o  $g_k$ .

La forma explícita en que cada agregado debe ser considerado en el cálculo del grado de economías de escala es el tema que se estudiará en la siguiente sección.



### 3. PONDERADORES DE ELASTICIDADES AGREGADAS: EJEMPLOS SELECCIONADOS

#### 3.1 ETAPAS DE APLICACIÓN DE LA METODOLOGÍA

En esta sección se aplica el método analítico derivado anteriormente. Para esto, se encuentra explícitamente las relaciones internas entre  $\tilde{y}_j$  y  $q_k$  con  $Y$ , y luego se calculan los pesos que multiplican a cada correspondiente elasticidad. Analíticamente

$$\tilde{y}_j = f_j(Y) \Rightarrow \alpha_j = \sum_i^n \frac{\partial f_j}{\partial y_i} \frac{y_i}{\tilde{y}_j} \quad (6)$$

$$q_k = g_k(Y) \Rightarrow \alpha_k^q = \sum_i^n \frac{\partial g_k}{\partial y_i} \frac{y_i}{q_k}$$

En los puntos 3.2 y 3.3, se desarrolla casos simples (agregados y atributos) en los cuales el peso asociado a cada elasticidad agregada puede ser calculado independientemente de cualquier otra. A continuación, en 3.4, se analizará casos complejos (agregados y atributos) donde los pesos relativos están interrelacionados. En esta etapa, se usará una especificación del vector  $Y$  que recoge sólo su dimensión espacial, como un vector de flujos O-D  $y_i$ , cuyos resultados se pueden extrapolar fácilmente a cualquier dimensión.

#### 3.2 CASOS SIMPLES (AGREGADOS)

##### a) Flujo total

El flujo total  $\tilde{y}_T$  está relacionado directamente con el vector de flujo básico, de donde se puede mostrar que el ponderador asociado a su elasticidad costo agregada es directo. Analíticamente:

$$\tilde{y}_T = \sum_i y_i = f_T(Y) \Rightarrow \alpha_T = \sum_i \frac{\partial f_T}{\partial y_i} \frac{y_i}{\tilde{y}_T} = 1 \quad (7)$$

Esto significa que la elasticidad costo con respecto al total de toneladas o pasajeros (si fue incluida en la especificación de  $\tilde{C}(\tilde{Y}, Q)$ ), debería ser tomada en cuenta con su valor estimado completo  $\tilde{\eta}_T$ .

### b) Flujo por distancia

Aquí se estudia el descriptor agregado más usado en la literatura; se trata del total de ton-km. o pas-km,  $\tilde{y}_{TK}$ . La relación explícita y el ponderador asociado en este caso es bastante directo también, es decir

$$\tilde{y}_{TK} = \sum_i y_i d_i = f_{TK}(Y) \Rightarrow \alpha_{TK} = \sum_i \frac{\partial f_{TK}}{\partial y_i} \frac{y_i}{\tilde{y}_{TK}} = 1. \quad (8)$$

Este resultado revela que  $\tilde{\eta}_{TK}$  contribuye completamente al cálculo de  $S$ , si  $\tilde{y}_{TK}$  ha sido incluido en  $\tilde{C}(\tilde{Y}, Q)$ .

### c) Producto agregado

En algunos casos, el producto es descrito como la suma ponderada de medidas de flujo por distancia específicas a pasajeros y carga (pas-km y ton-km). Así, este indicador agregado toma la forma

$$\tilde{y}_{AGR} = f_{AGR}(Y) = \gamma \sum_i y_i^t d_i + \delta \sum_i y_i^p d_i \quad (9)$$

Por lo tanto, las elasticidades deben ser incluidas derivando con respecto a cada tipo de producto y a cada flujo O-D. Analíticamente, con respecto a  $y_i^t$  (ton)

$$\varepsilon_{AGRI}^t = \frac{\partial f_{AGR}}{\partial y_i^t} \frac{y_i^t}{\tilde{y}_{AGR}} = \frac{\gamma y_i^t d_i}{\gamma \sum_i y_i^t d_i + \delta \sum_i y_i^p d_i} \quad (10)$$

y, con respecto a  $y_i^p$  (pas)

$$\varepsilon_{AGRI}^p = \frac{\partial f_{AGR}}{\partial y_i^p} \frac{y_i^p}{\tilde{y}_{AGR}} = \frac{\delta y_i^p d_i}{\gamma \sum_i y_i^t d_i + \delta \sum_i y_i^p d_i} \quad (11)$$

Así, el valor de  $\alpha_{AGR}$  es

$$\alpha_{AGR} = \sum_{i,l} \varepsilon_{AGRi}^l + \sum_{i,p} \varepsilon_{AGRi}^p = 1 \quad (12)$$

En este caso, las elasticidad costo agregada  $\tilde{\eta}_{AGR}$  contribuye completamente al cálculo de  $S$ , si este descriptor ha sido incluido en la especificación de la función de costo estimada.

### 3.3 CASOS SIMPLES (ATRIBUTOS)

#### a) Distancia media

Como parte de la especificación de la función de costo estimada, se incluye en forma complementaria a los agregados ya discutidos, ciertos indicadores explicativos de los anteriores llamados comúnmente atributos o bien características de producto. Como ya se ha mencionado, si éstos son funciones de  $Y$ , deberían ser examinados bajo este enfoque en cada caso. Un atributo bastante usado es la distancia media, tratado en la literatura tanto como indicador de producto, como característica técnica (ver Caves et al., 1985; Ying, 1990). Como notación,  $q_{DM}$  representará este atributo. Entonces, analíticamente

$$q_{DM} = \frac{\sum_l y_l d_l}{\sum_l y_l} = g_{DM}(Y) \Rightarrow \alpha_{DM}^q = \sum_i \frac{\partial g_{DM}}{\partial y_i} \frac{y_i}{q_{DM}} \quad (13)$$

$$\alpha_{DM}^q = \sum_i \left( \frac{d_i \sum_l y_l - \sum_l y_l d_l}{\sum_l y_l^2} \right) \frac{y_i}{\sum_l y_l d_l} \sum_l y_l \quad (14)$$

$$\therefore \alpha_{DM}^q = \sum_i \left( \frac{d_i y_i}{\sum_l y_l d_l} - \frac{y_i}{\sum_l y_l} \right) = 1 - 1 = 0 \quad (15)$$

En este caso, la conclusión es que la elasticidad costo respecto a la distancia media nunca debería ser incluida en el cálculo de  $S$ .

**b) Porcentaje de tráfico en camiones incompletos**

En su análisis de la industria de camiones, algunos autores hacen una distinción entre tráfico de camiones cargados a capacidad (TL), y tráfico de camiones a menos de la capacidad (LTL). El porcentaje de tráfico LTL, es usado como un argumento de  $\tilde{C}$ . Aquí, la función  $g_{TL}$  es algo más compleja, ya que requiere identificar para cada par O-D aquellos flujos en tráfico LTL, que se denotarán  $y_i^{LTL}$  de aquí en adelante. Entonces

$$q_{TL} = g_{TL}(Y) = \frac{\sum_i y_i^{LTL}}{\sum_i y_i} \Rightarrow \alpha_{TL}^q = \sum_i \frac{\partial g_{TL}}{\partial y_i} \frac{y_i}{q_{TL}} \tag{16}$$

En este caso, las derivadas en  $\alpha_{TL}^q$  dependen si  $y_i$  es TL o LTL. Así,

$$\alpha_{TL}^q = \sum_{LTL} \frac{\partial g_{TL}}{\partial y_i^{LTL}} \frac{y_i^{LTL}}{q_{TL}} + \sum_{TL} \frac{\partial g_{TL}}{\partial y_i^{TL}} \frac{y_i^{TL}}{q_{TL}} \tag{17}$$

de donde

$$\alpha_{TL}^q = \sum_{LTL} \frac{\sum_i y_i - \sum_i y_i^{LTL}}{\sum_i y_i} \frac{y_i^{LTL}}{\sum_i y_i^{LTL}} + \sum_{TL} \frac{y_i^{TL}}{\sum_i y_i} \tag{18}$$

$$\alpha_{TL}^q = \sum_{LTL} \left( \frac{y_i^{LTL}}{\sum_i y_i^{LTL}} - \frac{y_i^{LTL}}{\sum_i y_i} \right) - \sum_{TL} \frac{y_i^{TL}}{\sum_i y_i} = 1 - \frac{1}{\sum_i y_i} \left( \sum_{LTL} y_i^{LTL} + \sum_{TL} y_i^{TL} \right) = 0 \tag{19}$$

Del resultado anterior, se concluye que la elasticidad costo con respecto al porcentaje de tráfico LTL tampoco debería ser usada para calcular  $S$ .

Hasta aquí, se podría afirmar que las respuestas (en términos de ponderadores) son muy claras: contribución completa (ponderador igual a uno) o contribución nula (ponderador igual a cero) de las elasticidades costo agregadas al cálculo del grado de economías de escala. Además, cada resultado pareciera depender de la naturaleza intuitiva de cada descriptor, en el sentido de si se trata de un descriptor de producto (que debiera ser incorporado) o de un atributo (que no debiera considerarse). Sin embargo, existen casos que requieren de supuestos adicionales. En la siguiente sección se presentan algunos agregados de este tipo.

### 3.4 CASOS COMPLEJOS (PRODUCTOS Y ATRIBUTOS)

#### a) Tamaño medio de cargamento

El tamaño medio de cargamento, que se denotará por  $q_{AS}$ , ha sido usado como atributo asociado al vector de producto en muchos trabajos relacionados con el estudio de la industria de camiones. Así, si  $N$  (que sería potencialmente función del vector  $Y$ ) es el total de cargamentos en un período, entonces

$$q_{AS} = \frac{\sum y_i}{N(Y)} = g_{AS}(Y) \Rightarrow \alpha_{AS}^q = \sum_i \frac{\partial g_{AS}}{\partial y_i} \frac{y_i}{q_{AS}} \quad (20)$$

de donde

$$\alpha_{AS} = \sum_i \frac{y_i}{q_{AS}} \left( \frac{N - \frac{\partial N}{\partial y_i} \sum_i y_i}{N^2} \right) = 1 - \sum_i \eta_{Ni} \quad (21)$$

en que  $\eta_{Ni}$  es la elasticidad de  $N(Y)$  con respecto al flujo  $y_i$ . Esta relación muestra claramente que la participación del tamaño medio de cargamento en el cálculo de  $S$  está relacionada con la participación de  $N$ .

#### b) Número de cargamentos

El número de cargamentos  $N$  también es usado con frecuencia en la industria de camiones para representar cierta dimensión del producto. Si se postula una relación general entre  $N$  y el flujo total, del tipo

$$N(Y) = \beta \left( \sum_i y_i \right)^\theta, \quad (22)$$

entonces

$$\alpha_N = \sum_i \frac{\partial N}{\partial y_i} \frac{y_i}{N} = \sum_i \frac{\theta N}{\sum_i y_i} \frac{y_i}{N} = \theta \quad (23)$$

En general, entonces, la elasticidad costo con respecto al tamaño medio de cargamento debe estar ponderada por  $(1-\theta)$  en el cálculo de  $S$ . Si  $q_{AS}$  y  $N$  fuesen usados simultáneamente en la especificación de  $(\tilde{Y}, Q)$ , el valor de  $\theta$  utilizado en el cálculo de  $S$  al ponderar las correspondientes elasticidades, debiese ser el mismo por consistencia. Lo anterior justificaría una regresión específica de  $N$  en función del flujo total, con el fin de estimar  $\theta$ .

### c) Carga promedio

La carga promedio  $q_{AL}$  se define como el total de ton-km sobre el total de vehículos-km, es decir

$$q_{AL} = \frac{\sum_j y_j d_j}{\sum_j v_j d_j} \quad (24)$$

donde  $v_j$  es el número de vehículos por unidad de tiempo circulando en cada par O-D  $j$  (interpretable como la frecuencia de operación). En un sistema simple, la frecuencia queda determinada por el flujo  $y_j$  sobre el tamaño de embarque  $k_j$  (ver Jara Díaz, 1982b). Entonces, para aclarar el problema se puede establecer una relación paramétrica general entre el tamaño de embarque y el flujo como  $k_j = a_j y_j^\gamma$ , donde  $\gamma$  es un parámetro que refleja la forma de operación de la firma. La relación anterior se justifica considerando que la firma en estudio se adapta en alguna forma a los incrementos de flujo. Un valor cero del parámetro  $\gamma$  significa que el tamaño de embarque permanece constante, y que los incrementos de flujo se ajustan solamente por los aumentos en la frecuencia; si  $\gamma$  vale uno, entonces la frecuencia permanece constante y los incrementos en el flujo se traducen sólo en aumentos del tamaño de embarque. Casos intermedios se reflejan en valores de  $\gamma$  entre 0 y 1. Finalmente, la función que relaciona  $q_{AL}$  con el vector de producto básico puede encontrarse explícitamente como

$$g_{AL}(Y) = \frac{\sum_j y_j d_j}{\sum_j \alpha_j^{\gamma} y_j^{1-\gamma} d_j} \quad (25)$$

Entonces, la elasticidad de  $q_{AL}$  con respecto al flujo  $i$  vale

$$\varepsilon_{ALi}^q = \frac{\partial g_{AL}}{\partial y_i} \frac{y_i}{q_{AL}} = \frac{d_i y_i}{\sum_j y_j d_j} - (1-\gamma) \frac{v_i d_i}{\sum_j v_j d_j} \quad ; \quad (26)$$

de donde, el ponderador  $\alpha_{AL}^q$  de la elasticidad agregada  $\eta_{AL}^q$  para el cálculo de  $S$ , se obtiene sumando la expresión (26) sobre todo  $i$ . Es decir

$$\alpha_{AL}^q = \sum_i \varepsilon_{ALi}^q = 1 - (1-\gamma) = \gamma \quad . \quad (27)$$

Este resultado muestra que el ponderador asociado a este indicador depende exclusivamente de la forma de operación de la firma representada por  $\gamma$ , por lo tanto, si  $\alpha_{AL}^q = 1$ , el ajuste ante incrementos del flujo se refleja sólo en el tamaño; si  $\alpha_{AL}^q = 0$  el ajuste es sólo por frecuencia; y si  $0 < \alpha_{AL}^q < 1$  existe una adaptación que combina ambos factores. Nuevamente, la relación entre tamaño medio de embarque y flujo, puede analizarse vía alguna regresión econométrica, con el fin de estimar  $\gamma$ .

#### d) Vehículos por distancia

El indicador veh-km  $\tilde{y}_{VK}$ , asociado más a la oferta de transporte que al flujo, puede expresarse como

$$\tilde{y}_{VK} = f_{VK}(Y) = \sum_i v_i d_i \quad (28)$$

y, por lo tanto, debe ser analizado en conjunto con  $q_{AL}$ . Siguiendo el mismo procedimiento,

$$\alpha_{VK} = \frac{\partial f_{VK}}{\partial y_i} \frac{y_i}{\tilde{y}_{VK}} = \sum_i \left[ (1-\gamma) \frac{v_i d_i}{\sum_j v_j d_j} \right] = 1-\gamma \quad (29)$$

### 3.5 SÍNTESIS

En esta sección se ha aplicado el método descrito en el punto 2 para examinar nueve de las muchas dimensiones usadas en la literatura para describir cada producto de transporte y sus atributos. Se ha mostrado como aplicar el método, y cual es la importancia de la función que relaciona cada agregado con el vector de producto básico. Se ha probado que a las elasticidades costo asociadas a cada agregado, se les debe asignar un ponderador en el cálculo de  $S$ ; los ejemplos presentados muestran que este peso puede ser uno, cero, o bien tomar un valor intermedio. En los dos primeros casos, el valor del ponderador es independiente de la presencia de otros índices de producto en la especificación; sin embargo, en el desarrollo de los llamados casos complejos, se ha establecido una relación analítica no ambigua entre ponderadores que depende sólo de la forma de operación de la firma correspondiente. Los resultados se resumen en la tabla 1.

### 4. ANALISIS EMPIRICO

En términos del trabajo empírico, el método desarrollado resuelve una importante pregunta que ha sido planteada recientemente en la literatura, donde se trata de descubrir cuáles elasticidades agregadas deben considerarse en el cálculo del grado de economías de escala y cuáles no (ver Gagné, 1990; Ying, 1992; Xu et al., 1994). En términos generales, existen dos problemas detectados comúnmente y que han sido discutidos en este trabajo: considerar agregados que no deben incorporarse bajo ningún motivo (su ponderador vale cero), y por otra parte, no reconocer interrelación entre agregados en la especificación.

Muy brevemente, en el artículo de Ying (1990) para la industria de camiones, el autor usa en su especificación de la función de costo el producto ton-km (TK), y como atributos la distancia media (DM), el porcentaje de tráfico LTL (LTL), el tamaño medio de cargamento (AS), la carga promedio (AL) y un seguro unitario. El autor calcula el grado de economías de escala sólo a partir de la elasticidad asociada a TK, y obtiene  $\tilde{S} = 1.073$ . Sin embargo existe una relación de AS con el número de cargamentos, y de AL con el total de vehículos-kilómetro. Como estos indicadores no se incorporan en la especificación, es razonable suponer expansiones de AS y de AL solamente, por lo cual el cálculo correcto debe incluir ambas elasticidades, obteniéndose  $\hat{S} = 1.310$ , modificando el resultado del autor.

Otro caso útil como ejemplo es Caves et al.(1985), donde se presenta otro caso discutido. La especificación en términos de producto y atributos incluye ton-km (TK), pas-km (PK), distancia media para carga (DMT) y distancia media para pasajeros (DMP). Si bien los autores presenta varias formas de calcular el grado de economías de escala, postulan finalmente que la manera correcta de calcular  $S$  debe incorporar de alguna forma las elasticidades costo asociadas a ambas

medidas de distancia media (DMT y DMP), lo cual es analíticamente inconsistente bajo este enfoque (ver 3.3 parte a).

## 5. SINTESIS, DISCUSION Y CONCLUSIONES

Cada sistema de transporte tiene una función de costo oculta  $C(Y)$  que representa el mínimo gasto para generar un vector de flujo dado  $Y$ . Las funciones de costo que se estiman en la literatura  $\tilde{C}$  incluyen argumentos que son funciones potenciales de  $Y$ , y que fueron llamados genéricamente  $\tilde{y}_j(Y)$  (si se trata de componentes de producto agregadas) o bien  $q_k(Y)$  (si se trata de cualidades o atributos asociados). Por lo tanto,  $\tilde{C}(\tilde{Y}, Q)$  es una representación implícita de  $C(Y)$ ; si cada  $\tilde{y}_j(Y)$  (o  $q_k(Y)$ ) puede ser escrito explícitamente, entonces  $\tilde{C}[\tilde{Y}(Y), Q(Y)]$  es tratable en términos de  $Y$ .

Una estimación del grado de economías de escala puede ser calculada correctamente de  $\hat{C}(Y)$ , obteniendo las elasticidades con respecto a cada componente de producto real  $y_i$ . De este cálculo es posible determinar ponderadores de las elasticidades de  $\tilde{C}$  con respecto a cada descriptor agregado, las cuales pueden valer 0, 1, o un valor indeterminado, que depende de la forma de operación de cada firma. La clave de este desarrollo está en la correcta definición del vector de producto real, con dimensiones espacial, temporal y por tipo de carga, y la interpretación de los agregados como función de este producto básico.

En base al método desarrollado en el punto 2 se ha calculado la participación de prácticamente todos los agregados utilizados en la literatura, en el cálculo del grado de economías de escala. El método anterior es analíticamente consistente suponiendo que la función de costo estimada es una buena representación de la función de costo verdadera, y que por lo tanto es posible aplicar ciertas propiedades microeconómicas a nivel de las componentes básicas de producto. El principal resultado de este trabajo es establecer un método analítico no ambiguo, para decidir como considerar cada componente del vector de producto agregado (o atributos) en el cálculo del grado de economías de escala. El método anterior puede aplicarse sobre cada componente agregada (incluyendo características de producto) sólo si ella puede expresarse como función del producto básico  $Y$ .

Ciertos aspectos que deberían estudiarse en el futuro, dicen relación con el tratamiento analítico de componentes agregadas cuyas elasticidades no corresponden a un análisis de escala. En efecto, descriptores de la forma y tamaño de la red parecen estar más relacionados con el estudio de economías de diversidad, ya que la expansión del tamaño de la red significa expandir potencialmente los pares O-D, lo que significa agregar nuevas componentes a la línea de producción.

## AGRADECIMIENTOS

Esta investigación ha sido parcialmente financiada por FONDECYT, Proyecto 1950737.

## REFERENCIAS

Caves, D.W., L.R. Christensen, M.W. Thretaway, and R.J. Windle, 1985, Network effects and the measurement of returns to scale and density for U.S. railroads, in A.F. Daughety. ed., **Analytical Studies in Transport Economics**, (Cambridge University Press, New York).

Gagné, R., 1990, On the relevant elasticity estimates for cost structure analyses of the trucking industry, **The Review of Economics and Statistics** 72, 160-164.

Harmatuck, D.J., 1991, Economies of scale and scope in the motor carrier industry. **Journal of Transport Economics and Policy** 25, 135-151.

Jara-Díaz, S.R., 1982a, The estimation of transport cost functions: a methodological review. **Transport Reviews** 2, 257-278.

Jara-Díaz, S.R., 1982b, Transportation product, transportation function and cost functions. **Transportation Science** 16, 522-539.

Jara-Díaz, S.R., 1993, Detección de errores analíticos en funciones de costo con producto pseudo vectorial, **Apuntes de Ingeniería**, 50, 77-84.

Keeler, T.E., 1974, Railroads costs, returns to scale and excess capacity, **The Review of Economics and Statistics** 56, 201-208.

Spady, R.H., and A.F. Friedlaender, 1978, Hedonic cost functions for the regulated trucking industry, **Bell J. Economics** 9, 159-179.

Xu, K., R. Windle, C. Grimm and T. Corsi, 1994, Re-evaluating Returns of Scale in Transport, **Journal of Transport Economics and Policy** September, 275-286.

Ying, John S., 1990, The inefficiency of regulating a competitive industry: productivity gains in trucking following reform. **The Review of Economics and Statistics** 72, 191-201.

Ying, John S., 1992, On calculating cost elasticities. **The Logistics and Transportation Review** 28, 231-235.



TABLA I  
Síntesis del método analítico

<b>Agregado</b> $\tilde{y}_j$ $q_k$	$\tilde{y}_j = f_j(Y)$ $q_k = g_k(Y)$	$\alpha_j = \sum_i^n \varepsilon_{ji}$ $\alpha_k = \sum_i^n \varepsilon_{ji}^q$
<b>Flujo Total</b>	$\tilde{y}_T = \sum_r y_r$	<b>1</b>
<b>Flujo por distancia</b>	$\tilde{y}_{TK} = \sum_r y_r d_r$	<b>1</b>
<b>Producto agregado</b>	$\tilde{y}_{AGR} = \gamma \sum_r y_r^d d_r + \delta \sum_r y_r^p d_r$	<b>1</b>
<b>Distancia media</b>	$q_{DM} = \frac{\sum_r y_r d_r}{\sum_r y_r}$	<b>0</b>
<b>Porcentaje de cargamento incompleto</b>	$q_{TL} = \frac{\sum_r y_r^{LTL}}{\sum_r y_r}$	<b>0</b>
<b>Número de cargamentos</b>	$N = N(Y)$	$\theta \in [0..1]$
<b>Tamaño medio de cargamento</b>	$q_{AS} = \frac{\sum_r y_r}{N}$	$1-\theta \in [0..1]$
<b>Carga promedio</b>	$q_{AL} = \frac{\sum_r y_r d_r}{\sum_r v_r d_r}$	$\gamma \in [0..1]$
<b>Vehículos por distancia</b>	$\tilde{y}_{VK} = \sum_r v_r d_r$	$1-\gamma \in [0..1]$