

## INCORPORACION DE INTERACCIONES ENTRE ATRIBUTOS EN MODELOS DE PREFERENCIAS DECLARADAS

Daniela Roncagliolo y Juan de Dios Ortúzar

Departamento de Ingeniería de Transporte

Pontificia Universidad Católica de Chile

Vicuña Mackenna 4860, Macul, Santiago, Chile

Tel/Fax: (562)-6864818; e-mail: jos@ing.puc.cl

### RESUMEN

Comúnmente, el estudio de los comportamientos de las personas a través de modelos de Preferencias Declaradas (PD) ha buscado la simplificación de los diseños experimentales a través de la estimación de funciones de utilidad sin interacciones entre los atributos. Este trabajo se basa en una tesis cuyo objetivo era estudiar la incorporación de interacciones entre atributos en la modelación con PD y cuantificar las diferencias, tanto de mejoras en la estimación como de mayores costos asociados en relación a la modelación tradicional. Se desarrollaron dos experimentos de PD, uno que sólo consideraba los efectos principales de los atributos y otro que incorporaba al análisis las interacciones entre ellos. La encuesta fue del tipo escalamiento y se aplicó a alumnos usuarios de automóvil del Campus San Joaquín de la Pontificia Universidad Católica de Chile, quienes debían escoger entre viajar solos en auto o participar en un sistema de auto compartido (turno). Para efectos del análisis se estimó un modelo con sólo efectos principales en base al enfoque de tasa de gasto de Jara-Díaz y Farah (1987). Además, se realizó una estimación con interacciones a partir de la muestra correspondiente, proponiendo una especificación que aprovechara las particulares características de los modos estudiados (auto y turno). Esta dio como resultado interacciones bastante más significativas que lo sugerido en la literatura. Por último, con los mejores modelos obtenidos se realizó una comparación de las predicciones arrojadas por las distintas especificaciones de las funciones de utilidad. Se encontró que si bien existían diferencias entre las predicciones de ambos enfoques, la magnitud de estas variaciones no era siempre alta. También se pudo constatar que la técnica de estimación mediante diseños de bloques permitía estimar modelos con interacciones a costo similar a modelos que sólo consideran efectos principales.

### 1. INTRODUCCION

Los experimentos de preferencias declaradas (PD) usualmente han considerado diseños que sólo incorporan los efectos principales de cada atributo, debido a que en situaciones donde las interacciones son despreciables se puede obtener mediciones precisas de las preferencias en base

a la influencia independiente de cada atributo. Sin embargo, Kocur *et al* (1982) expresan que es necesario considerar que un elemento clave en muchos procesos de elección de transporte puede ser precisamente la interacción entre las variables que influencian el comportamiento.

El problema es que al diseñar una encuesta con el objetivo de incorporar interacciones al análisis se aumenta la precisión del modelo a costa de la presentación de un número elevado de opciones, empeorando así la tasa de respuesta si se decidiera presentarlas todas de una vez a un encuestado. Ahora, a pesar de que existen opciones para reducir el número de opciones a presentar, comúnmente se ha preferido una menor precisión en pro de diseños más simples que faciliten el trabajo del encuestado y del encuestador, y por lo tanto usualmente no se especifican interacciones en los modelos a estimar.

Esta práctica se ha sustentado, al menos implícitamente, en el trabajo de Louvière (1988) quien sostiene que las interacciones tienen generalmente mucho menor importancia que los factores independientes. No obstante, hay que considerar que, ya que el conjunto de efectos principales e interacciones establece la forma funcional de las utilidades, la incorporación de estas últimas puede influir en el diseño de políticas o servicios que envuelvan la consideración de múltiples atributos en el pronóstico del comportamiento.

Por lo tanto, el objetivo de este trabajo era intentar evaluar el efecto de la precisión obtenida en la estimación de modelos incluyendo interacciones versus modelos que no las consideren; además, en el caso de encontrar interacciones significativas se debía medir el aporte de éstas tanto a las funciones de utilidad como a la calidad de las predicciones.

Para alcanzar los objetivos del estudio se siguió todos los pasos necesarios para obtener un diseño experimental capaz de incorporar interacciones a la modelación, y paralelamente otro que sólo considerara los efectos principales. Para esto se diseñó un experimento de escalamiento con dos modos (auto y turno) y se aplicó a alumnos del Campus San Joaquín de la Pontificia Universidad Católica de Chile. El resto del trabajo está organizado como sigue: en la segunda sección se presentan someramente algunos aspectos teóricos relacionados con la especificación de los modelos de elección discreta, que constituyen la base del enfoque PD. En la sección 3 se discute el diseño del experimento y en la sección 4 se analizan las muestras recolectadas. La sección 5 presenta en detalle la modelación efectuada y en la sección 6 se resumen nuestras principales conclusiones.

## 2. MODELOS DE ELECCION DISCRETA: ASPECTOS TEORICOS Y ESPECIFICACION

### 2.1. Interacciones y efectos principales

La mayoría de las potenciales formas funcionales de la utilidad individual en modelos de elección discreta pueden ser transformadas (al menos a través de aproximaciones de series) a formas lineales, aditivas en los coeficientes, básicamente del tipo:

$$V = \theta_0 + \theta_1 X_1 + \theta_2 X_1^2 + \theta_3 X_2 + \theta_4 X_1 X_2 + \theta_5 X_1 X_2^3 + \theta_6 X_1 X_2 X_3 + \dots \quad (1)$$

en que  $X_i$  son variables explicativas y  $\theta_i$  parámetros a ser estimados.

Esta función contiene términos lineales ( $\theta_1X_1$  y  $\theta_2X_2$ ), no-lineales ( $\theta_3X_1^2$ ), interacciones compartiendo efectos lineales ( $\theta_4X_1X_2$  y  $\theta_6X_1X_2X_3$ ) e interacciones generales ( $\theta_5X_1X_2^3$ ). En la práctica, sólo se ha estimado los efectos de interacciones entre dos atributos y se ha ignorado las interacciones de tres atributos y las que incorporan efectos no lineales por ser consideradas insignificantes.

Los efectos principales se pueden definir como la respuesta de pasar de un nivel de una variable a siguiente, cuando el resto de las variables no cambia (*ceteris paribus*); en general, a dichos efectos se les atribuye la mayor parte de la variación en las elecciones (Louvière, 1988). Sin embargo, existen casos en que pueden existir, además de efectos aditivos de los atributos, ciertas interacciones significativas entre ellos. Estas pueden ser descritas como los efectos de dos o más atributos que, actuando conjuntamente, tienen una influencia diferente a la correspondiente a la suma de los efectos individuales de cada atributo.

Sin embargo, usualmente sólo se consideran los efectos principales (Louvière, 1988):

1. Los efectos principales explicarían la mayor parte de la varianza de los datos, correspondiendo a un 80% o más.
2. Interacciones de dos atributos reportarían la siguiente proporción de explicación de la varianza, pero ésta raramente excedería 3%-6%.
3. Las interacciones de tres atributos aportarían proporciones de explicación aún menores, las que en pocas ocasiones superarían un 2-3% (usualmente 0,5%-1%), y
4. Términos de orden mayor explicarían sólo una minúscula proporción de la varianza.

Es importante destacar que si los términos de interacción son efectivamente insignificantes, se puede obtener medidas precisas de las preferencias considerando sólo los efectos individuales de cada atributo. Pero si las interacciones son significativas, sus efectos en un diseño fraccional factorial se atribuirán a los efectos principales, obteniéndose resultados erróneos. En ese caso, se dice que los efectos principales están “confundidos” con los efectos de las interacciones. Por otra parte, en casos que incorporen interacciones al análisis, podría suceder que sus efectos (incluso de no-linealidades) sean dominantes, por sobre los efectos principales, llegándose a “perder” algunos efectos lineales, u obteniendo parámetros contrarios a la intuición para ellos.

La especificación de las interacciones de interés, tal como de los atributos y sus niveles, determinará el diseño experimental. Por lo tanto, al momento de diseñar un experimento, si bien en algunas instancias puede ser posible considerar todas las variables importantes e interacciones manteniendo la encuesta de un tamaño razonable, se debe tener en cuenta que en general la inclusión de interacciones al análisis implicará un crecimiento exponencial del número de opciones a presentar. Ahora bien, cuando se tiene experimentos muy largos, la solución más común para reducir el número de opciones a presentar es el uso de diseños factoriales fraccionales, porque permiten al modelador un número apreciable de atributos y niveles, usando un sólo diseño experimental. Pero, esto obviamente asume que la influencia de todas las interacciones entre atributos sobre las respuestas es despreciable.

Un mejor enfoque en este caso consiste en dividir el conjunto de situaciones de elección planteadas en sub-experimentos separados; de esta forma, un diseño largo puede ser aplicado, en dos o más partes, a muestras separadas (uso de bloques) y posteriormente al agrupar las respuestas de los distintos grupos es posible estimar los efectos de las interacciones. En este caso, para asegurar que las respuestas de distintos grupos sean compatibles, cada muestra debe tener un tamaño suficiente como para asegurar la representatividad de las características socioeconómicas. Para esto se ha sugerido un mínimo de 30 respuestas por grupo (ver Kocur *et al.* 1982).

## 2.2. Modelo de tasa de gasto

El modelo de tasa de gasto fue introducido por Jara-Díaz y Farah (1987) como una alternativa al de tasa salarial de Train y McFadden (1978), en el cual el costo de una alternativa ( $C_i$ ) aparece dividido por el ingreso percibido por el individuo por unidad de tiempo (en este modelo el individuo decide cuántas horas trabajar). El modelo de tasa de gasto supone que el individuo cuenta con un ingreso fijo por concepto de su trabajo, no pudiendo escoger el número de horas para realizarlo; así, la tasa de gasto ( $g$ ) se define como la razón entre el ingreso y el tiempo libre disponible para gastarlo, en contraposición a la tasa salarial que se aproxima normalmente por el ingreso sobre el número de horas trabajadas (ver la discusión en Jara-Díaz y Ortúzar, 1989).

A partir del planteamiento del problema de elección individual, realizando una expansión de segundo orden de la función de utilidad indirecta condicional y reordenando términos se llega a (Jara-Díaz, 1990):

$$\begin{aligned}\bar{U}_i &= -\gamma \left[ 1 - \frac{\gamma-1}{2} \cdot PI - \frac{\beta}{2} \cdot PT \right] \frac{C_i}{g} - \beta \left[ 1 - \frac{\gamma}{2} \cdot PI + \frac{1-\beta}{2} \cdot PT \right] t_i \\ \bar{U}_i &= -\gamma \cdot \alpha_c \cdot \frac{C_i}{g} - \beta \cdot \alpha_t \cdot t_i\end{aligned}\quad (2)$$

En que  $\bar{U}_i$  es la utilidad indirecta condicional del modo  $i$ ,  $t_i$  es el tiempo de viaje en el modo  $i$ ,  $PI$  es la proporción del ingreso usada en transporte y  $PT$  es la proporción del tiempo libre asignada a viajar;  $\alpha_c$  y  $\alpha_t$  representan las expresiones en paréntesis cuadrado, ambas positivas por consistencia microeconómica. De esto se desprende que si tanto  $PI$  como  $PT$  son despreciables, la importancia del costo y tiempo en la elección modal queda directamente valorada por los parámetros de "gusto" o preferencia directa ( $\gamma$  y  $\beta$ ).

De la interpretación de los coeficientes, Jara-Díaz (1990) postula la necesidad de estratificar por  $PT$  y  $PI$  cuando la muestra usada tiene gran varianza de estos términos, para evitar problemas de sesgo en los coeficientes estimados. En casos en que el tiempo libre es muy homogéneo la estratificación puede ser realizada según tiempo de viaje; análogamente, la estratificación por ingreso incorpora la heterogeneidad eventual de  $PI$  en la muestra, si los costos de transporte no son muy variables entre los individuos.

### 3. DISEÑO DEL EXPERIMENTO

#### 3.1. Definición del tema de interés

Para alcanzar los objetivos del estudio fue necesario, en primer lugar, definir un tema interesante sobre el cual basar el análisis de la modelación con PD. Para ello el universo considerado fue el de los estudiantes del Campus San Joaquín de la Pontificia Universidad Católica de Chile. Frente a las opciones de transporte con que cuentan estos alumnos, se decidió estudiar el efecto de las interacciones que puedan estar presentes en un experimento de PD sobre auto v/s auto compartido (turno) por diversos motivos:

- a) No existen referencias sobre estudios de las preferencias por hacer turno de los estudiantes del Campus, lo cual hace atractivo el tema al aportar información al respecto que podría ser útil para estudios posteriores.
- b) Al realizar la revisión bibliográfica sobre el tema de interacciones entre atributos en experimentos de PD, se encontró continuas referencias a la interacción entre frecuencia y costo o frecuencia y tiempo de viaje, en la modelación de funciones de utilidad para transporte público y ninguna referencia a otro modo de transporte (ver Kocur *et al*, 1982; Norman y Louvière, 1974).
- c) Podría existir una analogía entre la frecuencia que implica un tiempo de espera en un paradero de transporte público y el tiempo de espera asociado a compartir el viaje con un grupo, lo cual implicaría una posible presencia de interacciones entre este tiempo y el costo o tiempo de viaje.

Dentro del grupo de alumnos del Campus, se decidió considerar sólo a aquellos que tuvieran acceso a auto todos los días, aunque en el momento no lo ocuparan, descartándose a los que si bien podrían tener la posibilidad de hacer uso del auto algunos días a la semana (lo cual les permitiría hacer turno) también alternaban este modo con transporte público. Este descarte se debió a que se deseaba evaluar sólo dos alternativas (auto y turno), por lo tanto no se podía incluir a personas que pudieran reemplazar el turno por el uso de un modo distinto al auto. Tampoco se consideró a las personas que no contaban con automóvil aunque pudieran pagar porque un día condujera otra persona (en la forma de colaborar con los gastos, por ejemplo), ya que no tenían la posibilidad de pasar a buscar a otros integrantes el resto de los días.

#### 3.2. Tipo de encuesta

Se optó por un experimento del tipo escalamiento, pues tiene la ventaja de exponer una mayor gama de respuestas posibles ante la elección, evitando por un lado que un individuo se sienta presionado a elegir definitivamente una alternativa, y por otro incorporando la posibilidad de declararse indiferente.

En la encuesta de escalamiento realizada, frente a cada situación de elección planteada se presentó una escala semántica en la cual se ofrecía la posibilidad de declarar las preferencias por auto o turno para realizar el viaje a la Universidad, de la siguiente forma:

1. Siempre Auto
2. Probablemente Auto
3. Me da Igual
4. Probablemente Turno
5. Siempre Turno

### 3.3. Caracterización del experimento

Debido a los satisfactorios resultados de una encuesta piloto respecto a los atributos considerados (Dumit *et al.*, 1996), se decidió que éstos serían los siguientes para cada modo:

- a) Auto
  - i. Tiempo de viaje: considera el tiempo total de viaje (ida más regreso, aunque sólo se presentó al encuestado el valor correspondiente a un sentido).
  - ii. Costo monetario: asociado al consumo de combustible; este valor fue calculado a partir de la información otorgada por el encuestado sobre la distancia a recorrer y el rendimiento de su automóvil. Además, se incluyó, en ciertas ocasiones, un costo de estacionamiento (aunque en la actualidad es gratis en el Campus).
- b) Turno
  - i. Tiempo de viaje: considera el tiempo total de viaje diario, por lo que siempre significaba un aumento en relación al viaje en auto, debido a que la persona que conduce en el turno debe pasar a buscar y a dejar a los distintos participantes a sus hogares.
  - ii. Costo monetario: su valor corresponde al considerado para el modo auto, dividido por el número de participantes, ya que en esta modalidad se comparten los gastos entre los miembros del turno.
  - iii. Tiempo de espera: asociado a compartir el viaje con un grupo; surge por el hecho que el sistema propuesto considera que todo el grupo va y vuelve junto al Campus y esto conlleva la posibilidad de que no todos coincidan en sus horarios de salida. Por esto, en ocasiones se verán afectos a un tiempo de espera desde el fin de sus clases hasta la partida del turno de regreso a las casas. Cabe destacar que este tiempo no se considera como totalmente perdido ya que por ser conocida tanto su duración como el día de ocurrencia, permite su ocupación en diversas actividades planificadas previamente. Se asumió que este tiempo era una variable discreta, dado el horario rígido existente en la universidad y que los individuos sólo se verían afectados por este motivo un máximo de dos veces a la semana.

Para determinar los niveles de variación de los distintos atributos considerados, definidos como diferencias entre los valores de ambas alternativas, se tuvo especial cuidado que fueran realistas, razonables y consistentes con la experiencia cotidiana de los encuestados. En base a lo anterior, se determinó que los niveles para el tiempo de espera fueran absolutos y estuvieran determinados por la posibilidad que los horarios del grupo del turno fueran relativamente similares y no hubiera un gran tiempo de espera. Por este motivo se definieron tres variantes: que los horarios de salida coincidieran totalmente, surgiendo entonces un tiempo de espera nulo; que fuera necesario

esperar 30 minutos debido a que alguien debía hacer algún trámite (por ejemplo sacar fotocopias); y definitivamente tener que esperar un módulo de clases completo (90 min.) para poder regresar todos juntos a sus hogares.

Para la variable costo se consideró cuatro niveles de variación, referidos a los costos de viajar en auto manifestados por cada encuestado. Con respecto al tiempo de viaje, se consideró que el grupo integrante del turno debería estar conformado por gente que viviera relativamente cerca, por lo que se definió sólo dos niveles de variación para este atributo: uno consiste en un aumento de 10 minutos con respecto al tiempo de viaje en un sentido del modo auto, y un segundo nivel con un incremento de 20 minutos.

### 3.4. Estructura de la encuesta

Como ya ha sido mencionado, en el experimento que se llevó a cabo se definió tres atributos, de dos, tres y cuatro niveles de variación respectivamente. Así, considerando sólo efectos principales se obtiene un diseño factorial fraccional de dieciséis opciones (Plan Maestro N°5, columnas 1,7,25; ver Kocur *et al*, 1982). De todos modos es importante notar que, a pesar de ser reconocido el uso de diseños factoriales fraccionales para la reducción de opciones a presentar, se pierde cierta eficiencia estadística al hacer uso de ellos (Hensher, 1994). Para tomar en cuenta todas las interacciones posibles (tres de dos atributos y una de tres) se debiera ocupar un diseño factorial  $2^2 \cdot 3^1 \cdot 4^1$  lo que implica 24 situaciones.

Las interacciones consideradas fueron las siguientes: costo v/s tiempo de viaje, costo v/s tiempo de espera y tiempo de viaje v/s tiempo de espera; se decidió despreciar el efecto de la interacción entre los tres atributos ya que en pruebas piloto resultó insignificante y muy correlacionada con otros términos.

La experiencia de la encuesta piloto (Dumit *et al*, 1996) indicó que presentar experimentos de dieciséis opciones agotaba y confundía a los encuestados, perdiéndose mucha información debido al gran número de inconsistencias. Según Carson *et al* (1994) el efecto de la fatiga hace que los encuestados simplifiquen sus elecciones, focalizándose en sólo un pequeño conjunto de atributos, o simplemente respondiendo aleatoriamente. Por lo tanto, para ambos experimentos se consideró el uso de bloques de ocho alternativas (ver Permain *et al*, 1991).

La encuesta fue diseñada para su ejecución mediante microcomputadores aprovechando el paquete computacional ALASTAIR, diseñado por la empresa consultora británica Steer Davies Gleave (SDG, 1995). Este paquete permite almacenar directamente tanto la información socioeconómica y contextual de viaje del entrevistado, obtenida a través de un cuestionario desplegado en pantalla, como la referente a sus respuestas a las opciones de PD, que son expuestas de forma aleatoria.

### 3.5. Simulación

El objetivo de la simulación es determinar si el diseño de un experimento de PD es adecuado en términos de la selección del valor de los atributos y sus niveles de variación. Para este efecto fue

necesario generar una población ficticia de individuos, que se comportara de acuerdo al paradigma de elección supuesto, enfrentarlos a escoger entre auto y turno aplicándoles el diseño experimental propuesto, con el objetivo de luego estimar un modelo con estos datos y verificar si se recuperaba los parámetros supuestos al generar la muestra.

El proceso de simulación se realizó en base al diseño que sólo consideraba los efectos principales, generando, por lo tanto, para cada individuo diecisésis pseudo-individuos; en este caso no fue necesario incorporar el uso de bloques ya que naturalmente estos individuos ficticios no se fatigan.

La simulación consiste en calcular la utilidad representativa de cada pseudo-individuo (haciendo uso de los parámetros escogidos y de sus valores contextuales generados), y luego agregar un error estocástico tal como se postula en la teoría de la utilidad aleatoria (ver Ortúzar y Willumsen, 1994). Posteriormente se supone que el modo que resulte con mayor utilidad es el elegido por el pseudo-individuo. Debido a que el experimento no es del tipo elección, sino que de escalamiento, se buscó obtener en la simulación respuestas tales como las que se obtendría al tomar la encuesta en la práctica. Para este efecto, se decidió que cada pseudo-individuo realizara varias veces su elección, de la forma antes descrita, y luego se calculó una probabilidad de elección (como promedio de todas las elecciones). El número de veces a realizar la elección discreta fue determinado a través de un proceso iterativo, en el cual se fue aumentando las veces que el pseudo-individuo escogía entre un modo y otro. Luego se comparó la probabilidad de elección que se obtenía en cada etapa del proceso, y esto se repitió hasta alcanzar un cierto grado de convergencia en que las probabilidades calculadas en una iteración y la siguiente se asemejaban lo suficiente.

Aceptando un cierto margen de recuperación, se llegó a la conclusión que para calcular la probabilidad de elección en forma satisfactoria era necesario realizar mil iteraciones.

Una vez determinado lo anterior, se realizó la simulación, cuyo resultado indicó que las diferencias porcentuales entre los parámetros usados en la generación y los estimados (en valor absoluto) eran todas menores al 10%, exceptuando la relacionada con la variable Tiempo de Espera que tenía una diferencia de 14,81%. Sin embargo, debido a que se contaba con bastante variabilidad en los niveles de dicho atributo y a que posibles alteraciones podían disminuir el realismo de la situación planteada (lo cual no es recomendable desde el punto de vista de la confiabilidad de las respuestas), se decidió ignorar la magnitud de esta diferencia porcentual ya que no implicaba que el atributo fuera percibido como menos importante que el resto, lo que sí podría invalidar el experimento.

#### 4. ANALISIS DE LAS MUESTRAS

En la literatura se postula que un tamaño muestral adecuado en experimentos de PD es de 90 individuos por estrato (Ortúzar y Willumsen, 1994). Tomando en cuenta esta recomendación se logró realizar 113 encuestas del experimento que no contemplaba interacciones, la que será llamada Muestra N°1 y 226 encuestas en el caso que las consideraba (Muestra N°2). Sin embargo,

luego de eliminar observaciones inconsistentes mediante los procedimientos usuales la Muestra N°1 se redujo a 790 observaciones y la Muestra N°2 a 1.640.

Como parte del análisis de ambas muestras se examinó ciertas características generales de los individuos tales como nivel de ingreso, sexo, qué modo ocupaban en la actualidad, tiempo libre y tasa de gasto (ver Tablas 1 y 2). El tiempo libre (TL) se definió como el tiempo total disponible (24 horas) menos las horas comprometidas en dormir, trabajar (si corresponde) y estudiar, esto es, sin descontar el tiempo gastado en efectuar los viajes realizados en el periodo. Como ya se señaló la tasa de gasto (g) es igual a la razón entre el ingreso y el tiempo libre. Estas dos últimas variables son analizadas a la luz del *modelo de tasa de gasto* introducido por Jara-Díaz y Farah (1987).

Tabla 1  
Características Generales de los Individuos

Variable	Muestra N°1		Muestra N°2	
	Media	$\sigma$	Media	$\sigma$
Ingreso (\$/mes)	70.270	54.655	82.021	40.569
Tasa de gasto (\$/hr)	299	280	354	341
Tiempo Libre (hr-sem.)	62,7	7,4	61,0	6,0

Entre las diferencias que pueden observarse entre ambas muestras destaca que la segunda muestra está compuesta por individuos con mayor ingreso promedio (y también mayor tasa de gasto, ya que el tiempo libre es muy similar); en la Tabla 2 se puede ver además que también comprende más usuarios de automóvil que la Muestra N°1. Los restantes aspectos, son bastante similares en ambas muestras.

Tabla 2  
Modo Usado y Sexo de los Encuestados

	Sexo		Modo Actual	
	Mujer	Hombre	Auto	Turno
Muestra N°1	53,8%	46,2%	60,0%	40,0%
Muestra N°2	55,9%	44,1%	70,2%	29,8%

Entonces, dadas las recomendaciones de Jara-Díaz (1990) mencionadas en el capítulo 2, se analizó la variabilidad de la proporción del tiempo libre ocupada en viajar (PT) y la proporción del ingreso usada para el mismo efecto (PI). En el cálculo de estos factores se hizo uso de la mejor información disponible sobre las actitudes de viaje de los individuos al momento de ser encuestados. En el caso de PT, por ejemplo, como tiempo de viaje sólo fue incluido el correspondiente al del viaje en el vehículo, esto es sin considerar el de espera, ya que éste último

era conocido de antemano y, por lo tanto, podía ser planificado para ser usado en otras actividades de las personas, no quedando del todo comprometido por conceptos de transporte. Los resultados del cálculo y análisis de estas variables para la Muestra N°1 se presentan en la Tabla 3. Los valores correspondientes a la Muestra N°2 no presentaron variaciones de importancia en estos factores; además, como esta muestra se utilizó precisamente para estimar modelos con efectos de segundo orden, una estratificación no sería necesaria en este caso (Jara-Díaz, 1990).

**Tabla 3**  
**PI y PT en Muestra N°1**

	Media	$\sigma$	Coeficiente de variación (CV)
PI	0,1864	0,1384	0,7422
PT	0,0821	0,0404	0,4928

Dentro de la Muestra N°1 la variable PT no presenta una gran varianza, pero este no es el caso de PI que, si bien no presenta un coeficiente de variación superior a uno, puede considerarse con una varianza suficiente como para que valga la pena estratificar la muestra según esta variable. Sin embargo, debido a que el tamaño muestral no es lo suficientemente grande, se decidió crear sólo dos estratos para no dejar alguno con muy pocas observaciones.

Entonces, la estratificación realizada determinó los siguientes segmentos dentro de la Muestra N°1 completa, cuyas principales características se presentan en la Tabla 4:

- Estrato 1: contiene individuos con PI menor a 0,20 y está compuesto por 68 individuos y 522 observaciones.
- Estrato 2: contiene individuos con PI mayor o igual a 0,20 y está conformado por 38 individuos y 268 observaciones.

**Tabla 4**  
**Características Generales de los Estratos**

	Estrato 1	Estrato 2
Ingreso promedio mensual (\$/mes)	82.979	49.534
Tasa de gasto promedio (\$/hr)	341,98	199,18

## 5. MODELACION

### 5.1. Modelo sin interacciones

El proceso de calibración sin interacciones se llevó a cabo originalmente utilizando los datos de la Muestra N°1. La estimación se realizó mediante el modelo probit ordinal, debido a que éste no requiere dar una interpretación *a priori* de la escala semántica presentada a los encuestados en un ejercicio de escalamiento (Ortúzar y Garrido, 1994). También se realizaron estimaciones con otros métodos, como regresión lineal múltiple (RLM) y logit binario, con el objetivo de comparar las distintas metodologías, encontrándose que los resultados de las estimaciones con logit binario (en general más pobres debido a la pérdida de información que este método involucra, ver Ortúzar y Garrido, 1994) eran consecuentes con otros estudios realizados.

Sin embargo, contrario a lo esperado y a lo obtenido en otros estudios, la mayoría de los parámetros obtenidos con probit ordinal resultaron estadísticamente menos significativos, aunque de un orden de magnitud bastante similar, que en el caso de RLM. En el caso de la constante (que sería positivo que fuera menos significativa por cuanto implicaría un mayor poder explicativo de las variables independientes) el efecto fue el contrario lo que es un resultado totalmente diferente a los obtenidos por, por ejemplo, Bianchi y Ortúzar (1995) y Ortúzar y Garrido (1994).

Las variables consideradas en la modelación fueron las siguientes:

- Tvia : Tiempo de viaje semanal (min-semana).
- CostG: Costo monetario del viaje semanal dividido por la tasa de gasto (1/min-semana); incorpora gasto por bencina y estacionamiento (\$-semana).
- Tesp : Tiempo de espera semanal del modo turno (min-semana).
- Sexo : Variable muda que vale 1 para mujeres y 0 para hombres.
- Mod: Variable muda del tipo inercial, que vale 1 si la persona realiza actualmente su viaje en turno y 0 si lo hace en auto.

Los mejores modelos sin interacciones estimados con ambas muestras se presentan en la Tabla 5. El modelo MOD1 corresponde a la calibración realizada con la Muestra N°1 y no considera las variables Sexo y Mod ya que se obtuvieron parámetros poco significativos para ellos. No obstante, en el caso del modelo MOD2 que fue calibrado con los datos de la Muestra N°2, se obtuvo estimadores significativos al 95% para todas las variables. Para este caso, a pesar de que PI no presentaba alta variabilidad, se realizó la misma estratificación usada en la Muestra N°1.

Es importante destacar que la diferencia entre ambas muestras no es únicamente de tamaño muestral sino que, además, hay alternativas (determinadas por combinaciones de niveles de variación de los atributos) que no se encuentran presentes en la Muestra N°1, ya que esta última corresponde a un diseño fraccional factorial. Por esto se decidió extraer de la Muestra N°2 los pseudo-individuos correspondientes a las alternativas de un diseño fraccional factorial, y estimar un modelo similar sin interacciones (MOD3). Como se puede ver, los resultados no son significativamente distintos de MOD2, pero sí lo son de MOD1, lo cual corrobora que las diferencias entre las calibraciones deben

atribuirse al tamaño muestral y a las diferencias entre los individuos entrevistados en cada caso y no al diseño fraccional factorial.

**Tabla 5**  
**Parámetros Estimados para Modelos Sin Interacciones**

Atributos (test t)	MOD1	MOD2	MOD3
Constante Modal	1,10712 (8,34)	0,74194 (6,04)	0,99141 (6,60)
Tvia	-0,00285 (-3,57)	-0,00478 (-8,45)	0,00472 (-6,83)
Tesp	-0,00744 (-12,07)	-0,01069 (-26,04)	-0,01011 (-17,84)
CostG <sub>1</sub>	-0,13015 (-13,44)	-0,14372 (-14,76)	-0,15451 (-15,29)
CostG <sub>2</sub>	-0,08696 (-14,11)	-0,11992 (-19,38)	-0,12309 (-15,97)
Sexo	-----	0,14299 (2,52)	0,17482 (2,52)
Mod	-----	0,26522 (3,87)	0,32573 (4,10)
VST <sub>1</sub> (\$/min)	7,50	13,05	11,28
VST <sub>2</sub> (\$/min)	6,54	11,98	10,65
R <sup>2</sup>	0,41361	0,51821	0,49050
Nº datos	790	1.640	1.093

## 5.2. Modelo con interacciones

Es importante notar que este experimento es bastante particular, en el sentido que se trata de dos modos íntimamente relacionados. Por ejemplo, los valores de los atributos del modo auto dependen, entre otros factores, de la distancia a recorrer, precio de la bencina y tráfico al que se enfrenta el conductor. Sin embargo, los factores que determinan el valor de los atributos del modo turno son los mismos del modo auto, pero afectados por el número de participantes y por la similitud de sus horarios de salida de clases. Por lo tanto, el tiempo de viaje del turno será siempre mayor que el del auto, y el costo siempre será, a su vez, una proporción del costo incurrido por viajar en auto.

Cabe mencionar que en primer lugar se calibró un modelo que incorporaba interacciones netamente multiplicativas, como se menciona en la literatura, esto es, del tipo CostG\*Tvia, CostG\*Tesp, etc. Sin embargo, esta especificación produjo problemas en relación a los valores subjetivos del tiempo (VST) y con los test de bondad de ajuste; estos últimos indicaban que el modelo con interacciones (y, por lo tanto, con más variables explicativas) no presentaba un mejor ajuste a los datos que el que no las consideraba. Debido a estos resultados diferentes a lo esperado

y a las particulares características del experimento con que se trabajó, se prefirió estudiar en mayor detalle la especificación de estas variables combinadas. Cabe mencionar que es probable que la especificación poco cuidadosa de términos de interacción en experiencias anteriores sea la causa de la poca importancia asociada a estas variables en la literatura.

Debido a esto, se examinó qué efectos podía tener en la elección el crecimiento de alguna de las variables, como tiempo de viaje o costo del modo turno, encontrándose que no necesariamente implicaba una disminución de la probabilidad de escoger este modo, ya que también importaba la relación que guarda este crecimiento con los atributos del modo auto. Un ejemplo de los análisis realizados es el correspondiente a la interacción  $Tesp^*CostG$ . Si se fija el costo de viaje del modo turno, se puede ver que ante mayores tiempos de espera menor es la probabilidad de escoger dicho modo, por lo que su signo debiera ser negativo dentro de la función de utilidad del turno. Por otra parte, si se fija el valor del tiempo de espera, en por ejemplo 30 minutos, y se asume que el costo del turno es la mitad del correspondiente al auto se observa lo siguiente: cuando el costo del turno es de \$500 diarios (o sea, costo del auto = \$1.000/día) debiera ser menos probable escoger este modo que en el caso de \$700/día (con \$1.400 diarios en auto) ya que el ahorro en el primer caso (\$500) es menor que en último caso; por lo tanto, el parámetro correspondiente debiera ser mayor que cero (ya que  $30*500$  es menor que  $30*700$ ).

Por este motivo se estudió en detalle la mejor forma de modelar las interacciones, para interpretar lo que se espera que debiera suceder en materia de probabilidades de elección, según los cambios de las variables explicativas, y para que, además, fuera posible predecir sus signos de antemano. En un principio se pensó incluir, de manera multiplicativa o divisoria, interacciones de las diferencias entre los atributos de ambos modos, ya que con esto parecía posible incluir el efecto de relatividad que tienen los atributos de ambos modos. Sin embargo, al incluir interacciones de esta manera se mantiene la característica de las funciones lineales (estiman iguales probabilidades con iguales diferencias de un atributo) aunque la proporción sea distinta.

Entonces, se escogió relacionar los atributos de ambos modos a través de la división de ellos, ya que se sabe cómo se comporta esta razón. Siguiendo con este razonamiento, para la determinación de los signos esperados de los parámetros correspondientes a las interacciones se analizó los efectos de factores por partes. Así, la variable  $Tesp^t$  (que sólo corresponde al modo turno) debe aportar de forma negativa a la función de utilidad del turno; la razón  $Tvia^a/Tvia^t$  (que es menor a uno, ya que el tiempo de viaje en turno siempre es mayor que el del auto) hará más atractivo al modo turno mientras mayor sea, por cuanto significa que existe menor diferencia entre los tiempos de viaje de ambos modos, aportando de forma positiva a su utilidad. Por último, la fracción  $C^t/C^a$  (también menor a uno) será más beneficioso para el turno a medida que sea más pequeña, lo que implica que existe un mayor porcentaje de ahorro con el modo turno, por lo que debería ser de signo negativo en la utilidad del modo turno.

Así, para la estimación del modelo con interacciones se ocuparon las mismas variables del modelo que no incorpora este efecto, y se incluyó las interacciones definidas como:

-ViaCo: interacción entre las proporciones de tiempo de viaje y costos en ambos modos. Se espera que su parámetro sea menor que cero si se incluye en el modo auto.

$$ViaCo = \frac{\frac{Tvia^a}{Tvia^t}}{\frac{C^t}{C^a}} = \frac{Tvia^a}{Tvia^t} \cdot \frac{C^a}{C^t} \quad (3)$$

-EsVia: interacción entre las variables tiempo de espera del turno y la proporción de los tiempos de viaje. En este caso se espera que el parámetro a estimar resulte negativo para el modo turno.

$$EsVia = \frac{\frac{Tesp^t}{Tvia^a}}{\frac{Tvia^t}{Tvia^a}} = Tesp^t \cdot \frac{Tvia^t}{Tvia^a} \quad (4)$$

-EsCo: interacción entre el tiempo de espera del modo turno y la proporción de los costos de ambos modos. También se espera que su parámetro sea menor que cero para el turno.

$$EsCo = \frac{\frac{Tesp^t}{C^t}}{\frac{C^t}{C^a}} = Tesp^t \cdot \frac{C^a}{C^t} \quad (5)$$

Dadas las interacciones antes descritas y las variables explicativas usadas en la modelación sin interacciones, las funciones de utilidad a estimar son las presentadas en la ecuación (6). Las interacciones EsVia y EsCo, por incluir al tiempo de espera que sólo pertenece al modo turno, se incluyeron en la función de utilidad de dicho modo. En el caso de ViaCo, por tratarse de una interacción con efectos cruzados, o sea un atributo de un modo tiene influencia en la utilidad de otro, se decidió incluirla sólo en una de las funciones de utilidad, en este caso la correspondiente al auto. Por otro lado, la variable del costo dividido por la tasa de gasto (CostG) no fue estratificada según PI ya que la incorporación de efectos de segundo orden (interacciones) y la poca variabilidad de dicho índice hacían innecesaria una segmentación en este caso.

$$\begin{aligned} V_{auto} &= \theta_0 + \theta_1 \cdot Tvia^a + \theta_2 \cdot CostG^a + \theta_4 \cdot Sexo + \theta_6 \cdot ViaCo \\ V_{turno} &= \theta_1 \cdot Tvia^t + \theta_2 \cdot CostG^t + \theta_3 \cdot Tesp^t + \theta_5 \cdot Mod + \theta_7 \cdot EsVia + \theta_8 \cdot EsCo \end{aligned} \quad (6)$$

El mejor modelo encontrado al incorporar los efectos de las interacciones es MOD4 que se presenta en la Tabla 6, y el cual también fue calibrado a través de probit ordinal. Todos los estimadores correspondientes a las interacciones tienen signo correcto y son significativamente distintos de cero al 95% de confianza. Además, puede notarse que la variable Tesp no fue considerada porque se obtuvo un parámetro poco significativo. Sin embargo, no significa que el tiempo de espera no tenga influencia, ya que aparece en forma de interacción y no en forma aislada.

Como se puede ver, este modelo es superior a MOD2 (su equivalente sin interacciones) en el test general de ajuste, pero lógicamente (ya que se estiman más parámetros con los mismos datos) estima en forma menos precisa cada variable. Las excepciones son la constante y la variable inercial.

que son más fuertes tanto en magnitud como en precisión, lo que es un resultado no sólo indeseable sino que difícil de interpretar.

Tabla 6  
Parámetros Estimados para Modelo Con Interacciones

Atributos (test t)	MOD4
Constante Modal	1,68808 (10,17)
Tvia	-0,00343 (-5,30)
CostG	-0,06930 (-7,83)
Sexo	0,11372 (1,98)
Mod	0,41113 (6,61)
ViaCo	-0,73763 (-10,73)
EsVia	-0,01038 (-8,04)
EsCo	-0,00157 (-4,92)
R <sup>2</sup>	0,54134
Nº datos	1.640

Para la estimación de valores subjetivos del tiempo (VST) en este caso se debió deducir las ecuaciones correspondientes, llegando a que:

$$\begin{aligned}
 VST_{auto} &= \frac{\theta_1}{\theta_2/g} \\
 VST_{turno} &= \frac{\partial U_{turno} / \partial Tvia_i}{\partial U_{turno} / \partial C_i} = \frac{\theta_1 - \theta_6 \cdot \frac{Tvia^a \cdot C^a}{(Tvia^t)^2 \cdot C^t} - \theta_7 \cdot \frac{Tesp^t \cdot Tvia^a}{(Tvia^t)^2}}{\theta_2 / g - \theta_6 \cdot \frac{Tvia^a \cdot C^a}{Tvia^t \cdot (C^t)^2} - \theta_8 \cdot \frac{Tesp^t \cdot C^a}{(C^t)^2}} \quad (7)
 \end{aligned}$$

Con esto se obtuvo los siguientes VST por modo:  $VST_{auto}=16,37$  \$/min,  $VST_{turno}=6,67$  \$/min, que parecen consistentes, no sólo en magnitud relativa, sino que en comparación a estudios anteriores (ver por ejemplo, Ortúzar, 1994).

### 5.3. Discusión

En relación con los valores subjetivos del tiempo (VST), no se pudo realizar una comparación muy exhaustiva ya que el modelo sin interacciones arroja VST según estratos, y el modelo con interacciones lo hace según modos. De todos modos, puede observarse que el VST del modo de turno obtenido con MOD4 se mantiene en el rango de los obtenidos con MOD1. Sin embargo, el correspondiente al modo auto difiere bastante, tanto del correspondiente al turno como de los obtenidos con el modelo sin interacciones. No obstante los intervalos de confianza son amplios en cada caso y contienen a todos los valores.

Debido a que la modelación con interacciones arrojó parámetros significativos para este tipo de efectos (que incluyen más de una variable), se realizaron pruebas para medir su importancia relativa. Para esto se calculó el aporte de cada variable explicativa a su respectiva función de utilidad, calibrando parámetros de las variables estandarizadas. Los cálculos arrojaron que las interacciones aportan de modo importante al valor de la función de utilidad, siendo la de mayor relevancia ViaCo, como se puede ver en la Tabla 7.

**Tabla 7**  
**Importancia Relativa de los Atributos en las Funciones de Utilidad**

ATRIBUTO	SIN INTERACCIONES	CON INTERACCIONES
Constante Modal	1,0869	1,7107
Tvia	-0,1425	-0,1540
Tesp	-0,4943	-0,2712
CostG	-0,65321 / -0,70012	-0,3288
Sexo	-----	0,0547
Mod	-----	-0,1870
ViaCo	-----	-0,4989
EsVia	-----	-0,3195
EsCo	-----	-0,2603

1 Para el estrato de bajo PI.

2 Para el estrato de alto PI.

También se calcularon las elasticidades para la probabilidad de escoger auto ante cambios en los atributos, demostrándose que en este aspecto también las interacciones tenían un efecto nada despreciable (ver Roncagliolo, 1997).

## COMPARACION DE LA CAPACIDAD PREDICTIVA DE LOS MODELOS

Se realizaron predicciones de la variación en la demanda por auto ante cambios en el número de participantes y de las variables explicativas: costo del viaje (primero incluyendo costo de estacionamiento y luego variando el precio del combustible), tiempo de viaje (suponiendo cambios en el nivel de congestión) y tiempo de espera. Se pudo concluir que todas las situaciones que tendían a hacer decrecer la demanda por auto fueron sobreestimadas por el modelo sin interacciones. En cambio, ante escenarios que hacían más favorable el uso del auto, el modelo sin interacciones subestimó las variaciones de la demanda de este modo. Sin embargo, ante variaciones en el número de participantes en el turno, que tiende a decrecer la demanda de auto, el modelo sin interacciones subestimó los efectos de esta política.

Otro comportamiento observado es que a medida que se incrementaba el cambio de las condiciones de la situación base, mayores eran las diferencias entre las predicciones realizadas por ambos modelos, produciéndose esta clara divergencia tanto para los casos en que el modelo sin interacciones subestimaba los efectos como cuando los sobrepredecía.

Una de las diferencias más notorias entre las predicciones de ambos modelos se produjo en el caso del número de participantes sobre la demanda por auto (ver Figura 1), cuyos efectos fueron analizados debido a la alta relación que existe entre las variables del turno y las del auto, que depende, básicamente, del número de participantes del turno. Para esto, se tomó en cuenta las características del modo auto de todos los individuos de la muestra, se les propuso turnos con un número de integrantes que iba desde dos (esto es se hace turno dos días a la semana y el resto de los días viaja en auto solo) hasta cinco personas. Es importante notar que los individuos viajan a la Universidad entre tres y cinco días a la semana, por lo tanto, el aumento del número de participantes en algunos casos estaba claramente acotado. Se tomó como base la proposición de dos participantes en el turno y se calculó las variaciones de la demanda por auto con respecto a ella.

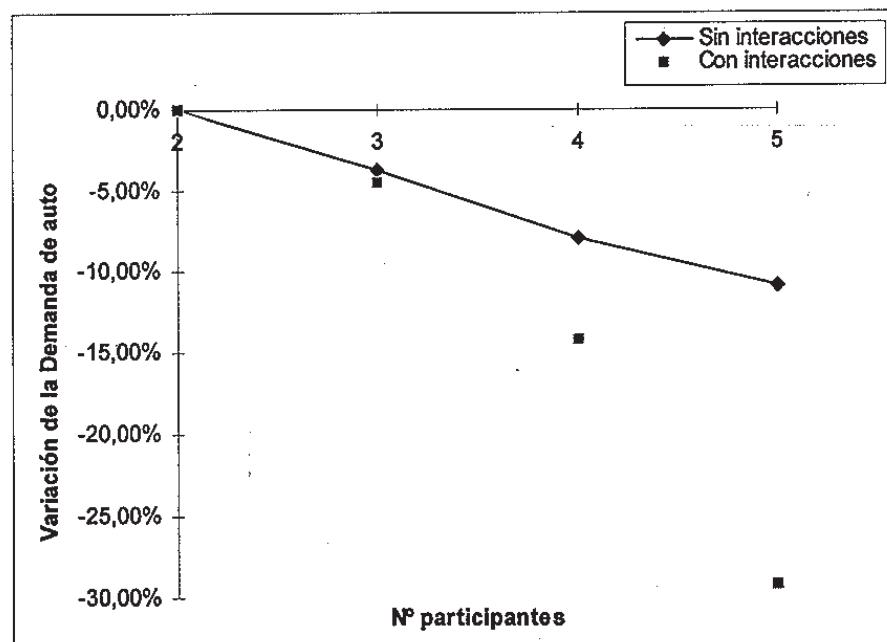


Figura 1 : Variación de la Demanda de Auto en Relación al Número de Participantes

A fin de cuantificar las diferencias en las predicciones de ambos modelos, se analizó un caso particular. A partir de una aproximación a muy grandes rasgos, ya que no existe información actualizada y detallada al respecto, se puede postular que el número de viajes de alumnos en automóvil al Campus es de 3.894 durante el transcurso de un día (sin considerar la puesta en marcha del Metro, cuyos efectos reales aún no se conocen). Cuando se proponen turnos de dos participantes, la partición modal que arroja el modelo sin interacciones es de 3.037 individuos en auto y 857 que realizan turno, lo que se traduce en aproximadamente 3.466 vehículos de alumnos ingresando por día; por su parte, el modelo con interacciones predice que 3.492 alumnos realizarían su viaje en vehículo al Campus (3.090 en auto y 804 haciendo turno). Como puede verse, a este nivel no existen grandes diferencias entre ambos modelos.

Ahora, examinando el caso extremo, esto es si se postula un sistema de cinco participantes (o, en su defecto, de igual número de días que los que van a la Universidad), el modelo sin interacciones predice que 2.706 alumnos viajarían en auto y 1.188 en turno, lo que implica 2.944 vehículos aproximadamente. En cambio, el modelo con interacciones indicaría que sólo 2.185 alumnos viajarían en auto, con 1.709 haciendo turno, con lo cual 2.527 vehículos de alumnos entrarían al Campus San Joaquín durante un día, arrojando una diferencia nada despreciable de 417 vehículos menos dentro del recinto.

## 7. CONCLUSIONES

La primera conclusión importante de este trabajo es que a pesar de ser poco consideradas al momento de diseñar experimentos, la inclusión de interacciones en la modelación con Preferencias Declaradas puede resultar bastante significativa ya que, en principio permite interpretar de manera más correcta el comportamiento de los individuos. Además, se ha constatado que la inclusión de estos efectos conjuntos, de ser significativos, pueden incluso hacer que los efectos aislados de alguno de ellos resulten poco significativos.

No obstante, también puede concluirse que la incorporación de interacciones entre atributos no puede especificarse aleatoriamente, sino que debe estar directamente relacionada con el marco definido en el estudio. Por ejemplo, se constató que el uso de efectos netamente multiplicativos, como se presenta usualmente en la literatura, podía conducir a especificaciones incorrectas al momento de estimar las funciones de utilidad.

Por otro lado, también es importante aclarar que si bien los efectos de las interacciones resultaron significativos en el desarrollo de este estudio, las predicciones realizadas con los dos modelos estimados (con y sin interacciones) no resultaron muy diferentes en todos los casos. Sin embargo, para pruebas en que las predicciones sí son bastante distintas, éstas diferencias tienden a diverger a medida que se proponen cambios más significativos en las políticas o situaciones examinadas, lo cual podría modificar de forma importante decisiones futuras, dependiendo de qué modelo se ocupe.

También es necesario considerar que el hecho de que en el estudio realizado las interacciones encontradas hayan sido relevantes, con un aporte significativo a las funciones de utilidad, no necesariamente asegura que en otros experimentos los resultados sean similares. Por lo tanto, una especificación lineal no siempre es una mala opción; de hecho, según Louvière y Kocur (1983), investigaciones sobre especificaciones estrictamente aditivas en estudios sobre juicios humanos han demostrado que éstas capturan relaciones de los datos bastante bien, aunque se sepa que la especificación correcta no es la aditiva.

Finalmente, bajo el supuesto de que el uso de bloques no obliga a aumentar considerablemente el tamaño muestral (ya que en la literatura no hay referencias), es importante señalar que el problema de costo asociado a las interacciones y, por ende, una razón favorita para desecharlas *a priori*, es en realidad prácticamente irrelevante ya que con un diseño de bloques se logran excelentes resultados a un costo sólo marginalmente mayor. Esto presupone que la subdivisión de los experimentos (haciendo uso de diseños de bloques) no implique una cantidad menor a 30 respuestas por grupo, que es el mínimo propuesto por Kocur *et al*, 1982.

## REFERENCIAS

- Bianchi, R. y J. de D. Ortúzar (1995) Modelo de tarificación horaria para el Metro de Santiago. *Apuntes de Ingeniería* 18, 1-14.
- Carson, R.T., J.J. Louviere, D.A. Anderson, P. Arabie, D.S. Bunch, D.A. Hensher, R.M. Johnson, W.F. Kuhfeld, D. Steinberg, J. Swait, H. Timmermans y J.B. Wiley (1994) Experimental analysis of choice. *Marketing Letters* 5, 351-368.
- Dumit, P., D. Roncagliolo y D. Ulloa (1996) Incorporación de Interacciones en Modelos de Preferencias Declaradas. Informe final: Seminario de Ingeniería de Transporte, Departamento de Ingeniería de Transporte, Pontificia Universidad Católica de Chile, Santiago (no publicado).
- Hensher, D.A. (1994) Stated preference analysis of travel choices: the state of practice. *Transportation* 21, 107-133.
- Jara-Díaz, S. (1990) Valor Subjetivo del tiempo y utilidad marginal del ingreso en modelos de partición modal. *Apuntes de Ingeniería* 39, 41-50.
- Jara-Díaz, S.R. y M. Farah (1987) Transport demand and user's benefits with fixed income: the goods/leisure trade off revisited. *Transportation Research* 21B, 165-170.
- Jara-Díaz, S.R. y J. de D. Ortúzar (1989) Introducing the expenditure rate in the estimation of mode choice models. *Journal of Transport Economics and Policy* XXIII (3), 293-308.
- Kocur, G.T., T. Adler, W. Hyman y B. Aunet (1982) Guide to Forecasting Travel Demand with Direct Utility Assessment. Report N° UMTA-NH-11-0001-82, Urban Mass Transportation Administration, U.S. Departement of Transportation, Washington, D.C.