NUMERO DE PUNTOS SERVIDOS Y ECONOMIAS DE DIVERSIDAD ESPACIAL EN FUNCIONES DE COSTO EN TRANSPORTE AEREO

Sergio Jara-Díaz, Cristián Cortés, Freddy Ponce
Universidad de Chile, Depto. de Ingeniería Civil
Casilla 228-3, Santiago, Chile
Fono: 6894206 Fax: 6718788 E-mail: jaradiaz@cec.uchile.cl

RESUMEN

El uso de descriptores agregados de producto en la estimación de funciones de costo en transporte, ha dificultado el análisis de estructura industrial a partir del cálculo de indicadores como el grado de economías de escala. En trabajos anteriores, los autores han estudiado el problema a través de explicitar la relación que existe entre cada agregado y el vector de flujos que realmente representa el producto. En este artículo se demuestra que el descriptor "número de puntos servidos" (*PS*), frecuentemente usado en transporte aéreo, no está relacionado con el análisis de escala sino con el de diversidad (scope), y se deduce un método general para calcular el grado de economías de diversidad a partir de los resultados obtenidos econométricamente con especificaciones que incluyan *PS*. El método se usa para el caso particular de una función translog y se ilustra cualitativamente en un caso de transporte aéreo.

1. INTRODUCCION

El producto de la actividad de las empresas de transporte es un conjunto de movimientos de cosas y personas en un gran número de períodos y entre muchos puntos del espacio. El carácter multiproductivo de esta actividad, no es fácilmente capturado por descripciones agregadas como las usualmente utilizadas en la estimación de funciones de costo, lo que dificulta el análisis de estructura industrial basado precisamente en indicadores calculados a partir de estas funciones. En trabajos anteriores (Jara-Díaz, 1993; Jara-Díaz y Cortés, 1996) hemos mostrado que, al relacionar analíticamente los descriptores agregados con las componentes originales del vector de producto, es posible calcular sin ambigüedad el grado de economías de escala a partir de los resultados econométricos obtenidos.

Algunos de estos descriptores, sin embargo, tienen una relación muy particular con el vector de flujos. Uno de ellos es el número de puntos servidos, de uso frecuente en el análisis de la industria de transporte aéreo mediante funciones de costo. En esta actividad, los estudios de estructura industrial han experimentado un significativo desarrollo en la última década, dado que desde 1980 este mercado se ha desregulado y por lo tanto ha sufrido cambios relevantes en sus formas de definir el tamaño y estructura de las redes de operación de las distintas empresas. Por esta razón, es común encontrar la variable "número de puntos servidos", *PS*, que entrega información acerca del tamaño de la red en servicio. Esta variable fue introducida por Caves *et al* (1984); a partir de aquí , es posible encontrar un gran número de estudios que introducen este indicador como una variable más en la especificación de la función de costo (Dionne y Gagné, 1988; Gillen *et al*, 1990; Oum y Zhang, 1991; Windle, 1991).

Como PS es considerado un descriptor de red, se ha usado en el cálculo del grado de economías de escala con un tratamiento semejante al que se da en la literatura a los factores ligados a las vías, es decir, aquel que distingue los conceptos de escala y densidad. Como se mostrará luego, la variación de *PS* no debe ser asociada al concepto de escala sino al de diversidad (scope). El objetivo de este artículo es, precisamente, mostrar cómo es posible obtener indicadores de economías de diversidad a partir de funciones de costo con producto agregado que incluyan PS entre sus argumentos.

En la sección siguiente se sintetiza los principales conceptos de multiproducción en el contexto de las actividades de transporte, para luego mostrar la relación entre *PS* y el vector de producto. A continuación se deduce un método para calcular el grado de economías de diversidad considerando conocidos los resultados de funciones de costo como las existentes en la literatura. Luego de sintetizar una aplicación, se entregan las principales conclusiones.

2. ESCALA Y DIVERSIDAD EN EMPRESAS DE TRANSPORTE

A pesar de que una definición estricta del producto es un vector cuyas componentes son los flujos de diversos productos en diversos pares origen-destino en distintos períodos (Jara-Díaz, 1982 a,b), en lo que sigue enfatizaremos sólo la componente espacial, es decir, consideraremos como el producto de una empresa de transporte en una cierta unidad de tiempo (semana, mes, año), a un vector $Y = \{y_i\}$, donde y_i representa el flujo total movilizado en el par origen - destino i-ésimo de la red servida por la empresa.

El concepto de escala está relacionado con la conveniencia o inconveniencia económica, de expandir en forma equiproporcional todas las componentes del vector producto, ante una expansión también equiproporcional de todos los insumos uitlizados en el proceso de producción. Por otra parte, el concepto de diversidad (scope) tiene relación con el análisis económico de expandir la producción, pero esta vez, agregando nuevas componentes a la línea de producción y no incrementando el nivel de cada una de ellas.

Según lo anterior, la aplicación del concepto de escala en su versión multiproducto en transporte admite sólo una interpretación precisa: existe economías de escala si un aumento en la misma proporción de los flujos en todos los pares origen - destino, provoca un aumento del costo total de producción en una menor proporción. Debemos enfatizar que estamos hablando del costo en un sentido microeconómico, es decir, aquel que supone un óptimo de los recursos. Por otra parte, el concepto de economías de diversidad (scope) está relacionado con la conveniencia de producir el vector Y con una sola empresa en vez de particionar la producción en dos subconjuntos ortogonales. En el caso de transporte, esto implica ventajas de producir todos los flujos en Y con una sola empresa y no provocar una especialización espacial, dejando una parte de los pares origen - destino servidos por una empresa de transporte y el resto por otra.

Analíticamente, el grado de economías de escala (S) se calcula a partir de la estimación de la función de costo como el inverso de la suma de las elasticidades producto. Si S resulta ser mayor, igual o menor que uno, significa que existen retornos crecientes, constantes o decrecientes a escala respectivamente. Por otra parte, el grado de Economías de Diversidad (ED) se calcula como:

$$ED_R(Y) = \frac{\left[C(Y_R) + C(Y_{M-R}) - C(Y)\right]}{C(Y)} \tag{1}$$

donde Y_R es un vector con componentes y_i nulas, para todo i no perteneciente a R, y de componentes y_j al mismo nivel que en Y, para todo j en R.

Para ilustrar estos conceptos, en la Figura 1 se muestra una red de tres puntos y seis pares origen-destino. Si en esta red existe economías de escala hasta el punto Y de producción, esto significa que no es conveniente producir Y con más de una empresa si estas empresas producen α_i de Y, tal que $\Sigma\, \alpha_i = 1$. La existencia de economías de diversidad para una partición dada de Y, tiene otra interpretación. Veamos por ejemplo la partición, $(y_1, y_2, y_3, y_4, 0, 0), (0, 0, 0, 0, y_5, y_6)$; en este caso, la existencia de economías de diversidad con respecto a esta partición indica la conveniencia de servir los seis pares con una empresa en vez de hacerlo con dos empresas A y B según lo que se muestra en la Figura 2.

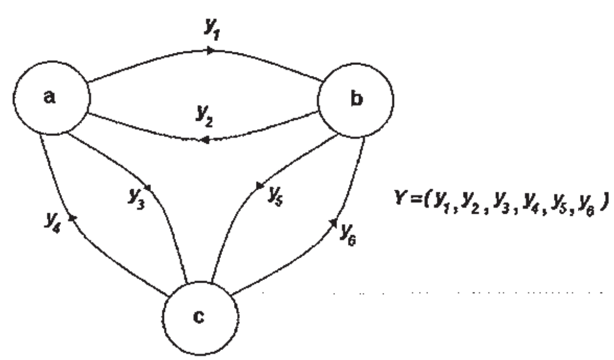

FIGURA 1 : Red simple de transporte.

Dado que las redes (conjunto de pares origen - destino) asociadas a sistemas reales de transporte son de dimensiones mucho mayores que la mostrada en el ejemplo, en la estimación de funciones de costo se ha utilizado descriptores agregados de producto $\tilde{y}_j$, de donde se obtienen funciones del tipo $\tilde{C}(\tilde{Y})$, lo que genera dificultades en el cálculo, uso e interpretación de indicadores relevantes como S. Hemos demostrado que, si es posible revelar la relación analítica entre cada descriptor agregado $\tilde{y}_j$ y las componentes de Y, entonces es posible calcular S correctamente a partir de los resultados estimados con esos agregados, calculando unos coeficientes que multiplican las elasticidades costo agregadas (Jara-Díaz y Cortés, 1996). El descriptor PS genera un problema diferente.

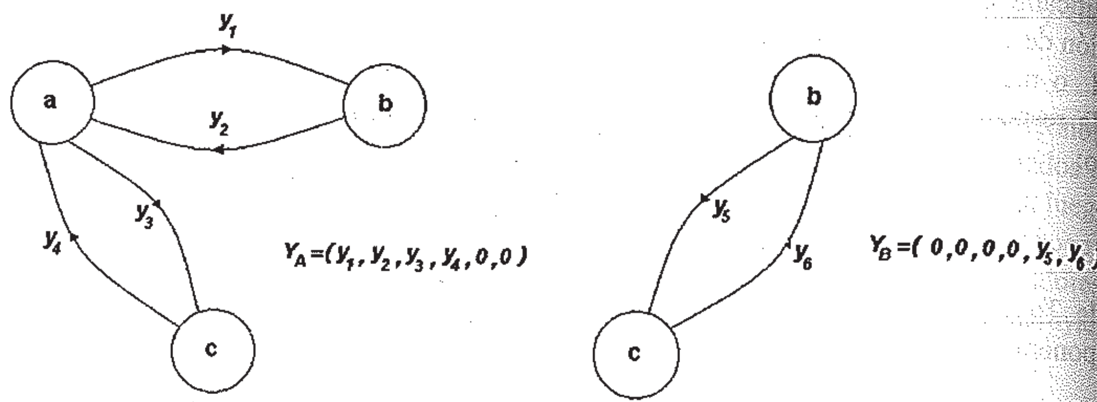

FIGURA 2 : Partición ortogonal de Y.

La literatura sobre transporte aéreo muestra que PS ha sido utilizado sólo para distinguir entre economías de densidad (el inverso de la suma de las elasticidades costo sin considerar PS) y de escala, que incluye la elasticidad costo - PS en el cálculo. Como mostramos a continuación, esto es un error. En efecto, no es posible interpretar la variación $\partial\tilde{C}/\partial PS$ como el efecto sobre $\tilde{C}$ de algún cambio proporcional en Y. Lo que está detrás de una variación unitaria en PS es el aumento del número de pares origen - destino. Es decir, si una empresa sirve todos los pares O-D determinados por PS puntos contenidos en un conjunto M, la dimensión del vector Y es de $PS(PS-1)$. Si PS aumenta en uno, el número posible de pares aumenta en 2PS. Basta mirar la red simple de la Figura 1 y constatar que $PS = 3$ genera 6 pares origen - destino, en tanto que un nuevo punto servido conduce a 12 pares origen - destino, 6 más que antes, como se muestra en la Figura 3. En síntesis, la variación $\partial\tilde{C}/\partial PS$ refleja el aumento del número de productos y no una variación proporcional de Y. Por lo tanto, $\partial\tilde{C}/\partial PS$ está relacionado con diversidad y no con escala.

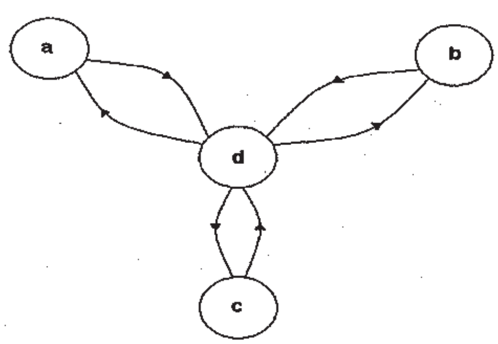

FIGURA 3 : Cambio en el número de pares O - D.

Nuestro principal objetivo será encontrar una expresión para determinar el grado de economías de diversidad espacial (*ED*), considerando una especificación de la función de costo que incluya el descriptor *PS* y a partir de la manipulación de las elasticidades costo introducidas en la definición del grado de economías de escala (*S*). Este análisis puede extenderse a otros modos de transporte donde se utilizan otros indicadores de las características de la red.

3. FORMULACION DEL PROBLEMA

Consideremos una empresa A de transporte aéreo que atiende sólo N puntos de una red de M puntos, y sirve todos los pares O-D posibles entre los N puntos, es decir, $N(N-1)$, tal como se muestra en la Figura 4..

$$\begin{array}{c} Y_A = (\, y_1, y_2, \ldots, y_{N(N-1)},\ 0, 0, \ldots\ldots\ldots, 0) \\ \downarrow \quad \downarrow \qquad \downarrow \qquad\qquad\quad \downarrow \\ (1)(2)\ldots\ .N(N\text{-}1)\ldots\ldots\ldots\ .(M)(M\text{-}1) \end{array} \tag{2}$$

donde:

Y_A: representa el vector de producto de la empresa A.
y_k: representa el flujo en el par O-D k-ésimo.

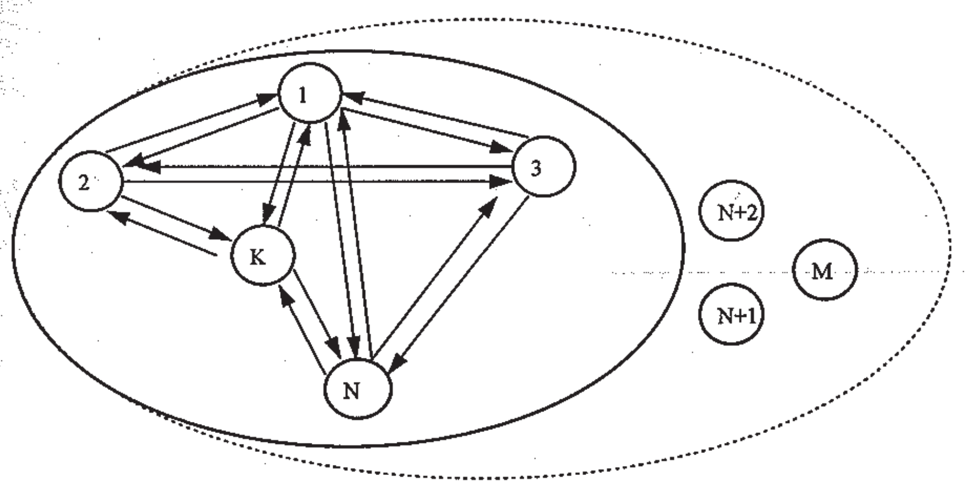

FIGURA 4 : Puntos servidos por la Empresa *A*

Nótese que Y_A tiene $(M-N)(M+N-1)$ componentes nulas. Supongamos ahora que existe una empresa B de similares características, **que sirve el resto de los pares O-D del sistema,** asociados a los puntos servidos restantes, que en adelante denotaremos Q, de forma tal que $Q = M - N$. Los pares O-D servidos por B son exactamente $Q(Q+2N-1)$, y provienen de

- Todos los flujos que se generan entre los Q puntos que sirve la empresa B.
- Todo flujo con origen en cualquiera de los Q puntos anteriores y destino entre los N puntos originales.
- Todo flujo con origen en cualquiera de los N puntos originales y destino en alguno de los Q puntos complementarios.

Gráficamente:

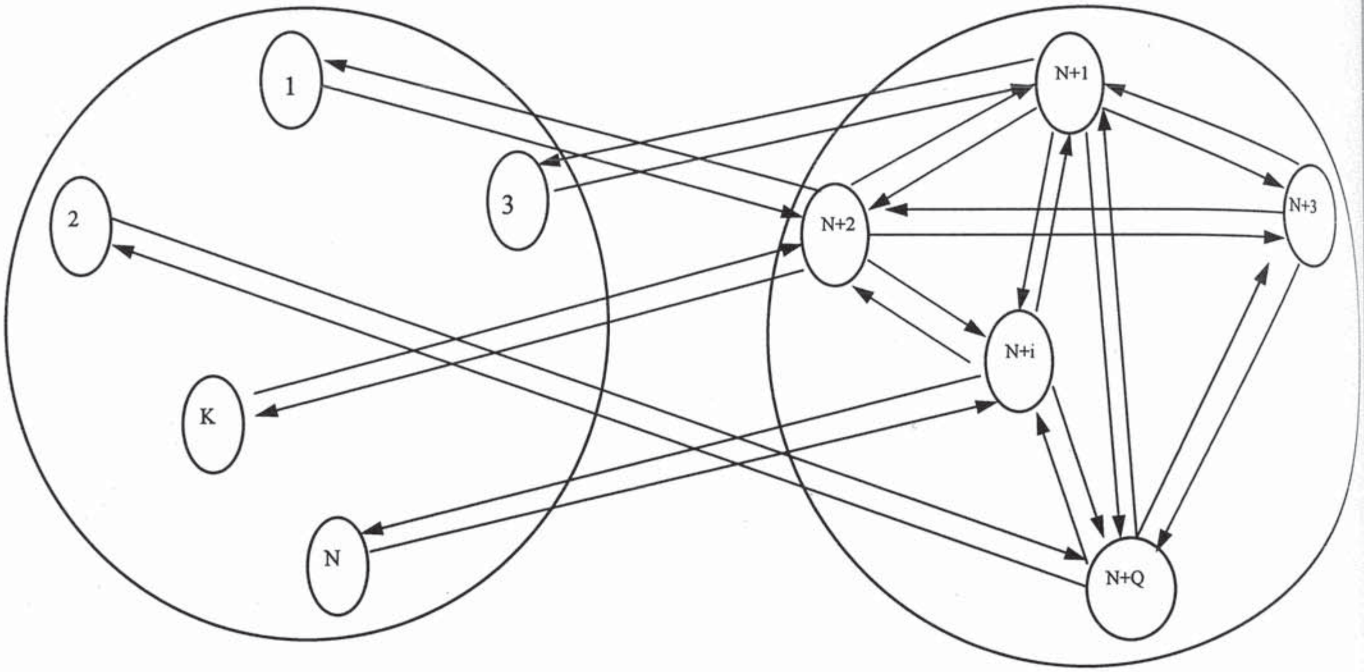

FIGURA 5 : Vector de Flujos servidos por la empresa *B*

Nuevamente, tomando en cuenta sólo la dimensión espacial del vector de producto básico de la empresa *B,* y de la situación descrita en la Figura 5, se genera un vector de $Q(Q+2N-1)$ componentes distintas de cero[1], es decir

$$\begin{array}{cccccccc} Y_B = (& 0\ , & 0\ , & \ldots, 0, & y_{N(N-1)+1}, & \ldots, & y_{(N+Q)(N+Q-1)} &) \\ & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & \\ & (1) & (2) & \ldots & N(N-1)+1 & \ldots & (M)(M-1) & \end{array} \tag{3}$$

Como tercera componente del análisis de diversidad que desarrollaremos, consideremos una empresa de similares características a las anteriores (empresa *C*), sirviendo todos los pares O-D del sistema compuesto por M puntos servidos, de donde se genera un vector de flujos Y_C, especificado como

[1] El número de pares O-D servidos por la empresa B, será el resultado de la diferencia entre los pares O-D generados por M puntos, es decir $(N+Q)(N+Q-1)$, y los pares O-D de la interacción entre N puntos, o sea $N(N-1)$. Como resultado la diferencia es $(N+Q)(N+Q-1) - N(N-1) = Q(Q+2N-1)$.

$$Y_C = (\underset{(1)}{y_1}, \underset{(2)}{y_2}, \dots, y_{N(N-1)}, y_{N(N-1)+1}, \dots, \underset{(M)(M-1)}{y_{(N+Q)(N+Q-1)}}) \tag{4}$$

De esta manera, los vectores Y_A e Y_B representan una partición ortogonal de Y_C.

Durante el desarrollo de esta sección, hemos distinguido entre número de puntos servidos (*PS*) y pares O-D (en adelante OD) asociados a cada especificación del vector de flujo. La asociación entre firmas, puntos servidos y OD está sintetizada en la Tabla 1.

TABLA 1
Síntesis de operación de las firmas *A*, *B* y *C*

VECTOR	*PS*	ODi	ESPECIFICACIÓN DE *Y*
Y_A	N	$N(N-1)$	$Y_A=(y_1,y_2,\dots,y_{N(N-1)}, 0, 0, \dots\dots\dots\dots, 0)$
Y_B	$N+Q$	$Q(Q+2N-1)$	$Y_B=(0,0,\dots, 0, y_{N(N-1)+1},\dots\dots\dots, y_{(N+Q)(N+Q-1)})$
Y_C	$N+Q$	$(N+Q)(N+Q-1)$	$Y_C=(y_1,y_2,\dots,y_{N(N-1)},y_{N(N-1)+1},\dots\dots, y_{(N+Q)(N+Q-1)})$

Fuente: Elaboración propia

De la Tabla 1, podemos notar que los vectores Y_B e Y_C, servidos por las firmas *B* y *C* respectivamente según nuestra formulación, están asociados al mismo número de puntos servidos pero a distintos conjuntos de pares origen - destino.

Esta formulación permite asociar la descripción de *PS* con el concepto de diversidad espacial. En el punto siguiente desarrollaremos una expresión explícita para calcular el grado de economías de diversidad espacial, en función de las elasticidades costo-*PS* calculadas en la literatura.

4. CALCULO DE ECONOMIAS DE DIVERSIDAD ESPACIAL : DESARROLLO METODOLOGICO

La elasticidad costo-*PS*, utilizada en la literatura para calcular el grado de economías de escala, puede aproximarse por diferencias discretas, entre los estados 0 y 1, como

$$\eta_{PS} = \frac{\partial \widetilde{C}}{PS} \frac{PS}{\widetilde{C}} \approx \frac{\Delta \widetilde{C}}{\Delta PS} \frac{PS^0}{\widetilde{C}^0} \tag{5}$$

Como hicimos notar, existen diversas alternativas de servicio para un mismo número de puntos servidos *PS* , lo cual podría generar valores distintos para $\widetilde{C}$ y η_{PS} en cada caso, dependiendo del número de pares origen - destino servidos. En nuestra formulación, la variación de *PS* implícita en la elasticidad costo-*PS*, podría corresponder a un cambio de servicios de transporte de *A* a *B* o de *A* a *C*, y en ambos casos la variación en el número de puntos servidos sería la misma. Sin embargo, ambas variaciones involucran vectores *Y* distintos, lo que se traduce en componentes agregadas distintas.

Definiremos entonces dos valores para η_{PS}, pero ambos referidos a un aumento de *PS*, desde *N* puntos iniciales a *M* puntos finales. Además, reconocemos en la definición de estas elasticidades que $\widetilde{C}$ es una función implícita del producto básico *Y*. Analíticamente:

$$\eta_{PS}^{A\to C} = \frac{\widetilde{C}(\widetilde{Y}(Y_C)) - \widetilde{C}(\widetilde{Y}(Y_A))}{N+Q-N} \frac{N}{\widetilde{C}(\widetilde{Y}(Y_A))} \tag{6}$$

$$\eta_{PS}^{A\to B} = \frac{\widetilde{C}(\widetilde{Y}(Y_B)) - \widetilde{C}(\widetilde{Y}(Y_A))}{N+Q-N} \frac{N}{\widetilde{C}(\widetilde{Y}(Y_A))} \tag{7}$$

El primer valor, $\eta_{PS}^{A\to C}$, se refiere a un estado inicial sirviendo el total de flujos posibles entre los *N* puntos originales, y un estado final con el total de flujos posibles entre los *M* o *(N+Q)* puntos del sistema en servicio. En cambio, $\eta_{PS}^{A\to B}$, se refiere a un estado inicial con todos los posibles flujos para *N* puntos en servicio, y un estado final en el cual se sirve sólo el complemento de los flujos anteriores en el sistema de *M* puntos.

Despejando $\widetilde{C}(\widetilde{Y}(Y_A))$ y $\widetilde{C}(\widetilde{Y}(Y_B))$ de (6) y (7) respectivamente, se obtiene

$$\widetilde{C}(\widetilde{Y}(Y_A)) = \frac{N}{Q\,\eta_{PS}^{A\to C} + N}\,\widetilde{C}(\widetilde{Y}(Y_C)) \tag{8}$$

$$\widetilde{C}(\widetilde{Y}(Y_B)) = \frac{N + Q\,\eta_{PS}^{A\to B}}{N + Q\,\eta_{PS}^{A\to C}}\,\widetilde{C}(\widetilde{Y}(Y_C)) \tag{9}$$

A partir de (8) y (9), es posible encontrar una expresión para el grado de economías de diversidad *ED*, definido en (1), como función de las elasticidades costo-*PS*, dada la definición del producto real de la Tabla 1, aceptando que $\widetilde{C}$ es una buena aproximación de la función de costo real *C*. En este caso, Y_A e Y_B claramente son complementos de una partición ortogonal de Y_C, por lo tanto

$$ED(Y_A) = ED(Y_B) = \frac{\left[\widetilde{C}(\widetilde{Y}(Y_A)) + \widetilde{C}(\widetilde{Y}(Y_B)) - \widetilde{C}(\widetilde{Y}(Y_C))\right]}{\widetilde{C}(\widetilde{Y}(Y_T))} \tag{10}$$

luego

$$ED(Y_A) = ED(Y_B) = \frac{N + Q\,\eta_{PS}^{A\to B} - \eta_{PS}^{A\to C}}{N + Q\,\eta_{PS}^{A\to C}} \tag{11}$$

Si el valor de (11) es positivo, es conveniente tener una sola empresa atendiendo los M puntos de la red. En caso contrario, es mejor desde una óptica económica tener dos empresas, atendiendo por separado los N y los Q puntos adicionales.

Es así como, a partir de este desarrollo analíticamente consistente desde una visión desagregada, es posible analizar la conveniencia, en términos económicos, de atender una determinada estructura de red por una o más empresas, a partir de los mismos elementos que se utilizan para los cálculos tradicionales de economías de escala y densidad.

La expresión (11) para *ED*, obtenida a partir de las definiciones de elasticidades costo aproximadas a diferencias discretas, muestra que este indicador multiproducto puede ser estimado conociendo el número de puntos que sirve la empresa en estudio, las elasticidades costo con respecto a *PS*, la forma funcional para $\widetilde{C}$ y su especificación. Como en la mayoría de los trabajos empíricos en transporte aéreo es común el uso de formas funcionales translog para especificar la función de costo, en la siguiente sección se analiza *ED* calculado a partir de formas funcionales de este tipo y agregaciones de producto típicas de este modo de transporte.

5. CALCULO DEL GRADO DE ECONOMIAS DE DIVERSIDAD A PARTIR DE UNA FORMA FUNCIONAL TRANSLOG PARA $\widetilde{C}$

Si la forma funcional usada para representar la función de costo con producto agregado es una típica translog multiproducto (en transporte aéreo, Caves *et al*, 1984; Gillen *et al*,1990; Windle, 1991; entre otros), es posible encontrar una expresión explícita de la ecuación (11).

Supongamos sólo por simplicidad, que la función de costo translog está especificada en términos de un vector de producto agregado $\widetilde{Y} \in R^m$ y de un vector de precios de factores $W \in R^n$.

Analíticamente:

$$Ln\widetilde{C} = \alpha_o + \sum_{i=1}^{m} \alpha_i \, Ln\left(\frac{\widetilde{y}_i}{\widetilde{y}_i^0}\right) + \sum_{j=1}^{n} \beta_j \, Ln\left(\frac{w_j}{w_j^0}\right) + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{m} \delta_{ij} \, Ln\left(\frac{\widetilde{y}_i}{\widetilde{y}_i^0}\right) Ln\left(\frac{\widetilde{y}_i}{\widetilde{y}_i^0}\right) + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \gamma_{ij} \, Ln\left(\frac{w_i}{w_i^0}\right) Ln\left(\frac{w_j}{w_j^0}\right) + \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} \rho_{ij} \, Ln\left(\frac{\widetilde{y}_i}{\widetilde{y}_i^0}\right) Ln\left(\frac{w_j}{w_j^0}\right) \quad (12)$$

donde:

$\widetilde{y}_i$: representa la componente i-ésima de producto agregada, uno de los cuales es PS.
w_j: representa el precio del factor j-ésimo.

$\widetilde{y}_i^0, w_j^0$: es la observación en torno a la cual se desplaza la función de costos[2].
$\alpha_i, \beta_i, \delta_i, \gamma_i, \rho_i$: coeficientes estimados.

Si se usa una forma funcional translog para la función de costo, es posible demostrar que las elasticidades costo en cualquier punto se pueden calcular como

$$\widetilde{\eta}_i = \frac{\partial \widetilde{C}}{\partial \widetilde{y}_i}\frac{\widetilde{y}_i}{\widetilde{C}} = \frac{\partial Ln\,\widetilde{C}}{\partial Ln\,\widetilde{y}_i} \qquad \eta_{PS} = \frac{\partial \widetilde{C}}{PS}\frac{PS}{\widetilde{C}} = \frac{\partial Ln\,\widetilde{C}}{\partial Ln\,PS} \tag{13}$$

En adelante no consideraremos los términos asociados a precios de factores, debido a que todos los cálculos que realicemos los haremos en torno a W^0, por lo cual estos términos se anularán al evaluar las expresiones correspondientes.

Luego, de la expresión (12), podemos encontrar la elasticidad costo-*PS*, a partir de una función translog en torno al punto 0, como

$$\eta_{PS} = \alpha_{PS} + \delta_{PS\,PS}\, Ln\left(\frac{PS}{PS^0}\right) + \sum_{k\neq PS}\delta_{k\,PS}\, Ln\left(\frac{\widetilde{y}_k}{\widetilde{y}_k^0}\right) \tag{14}$$

A partir de (14) podemos calcular $\eta_{PS}^{A\to B}$ y $\eta_{PS}^{A\to C}$, lo cual requiere conocer de manera explícita la forma funcional de las componentes agregadas de producto como función del vector producto básico, es decir

$$\eta_{PS}^{A\to B} = \alpha_{PS} + \delta_{PS\,PS}\, Ln\left(\frac{PS(Y_C)}{PS^0}\right) + \sum_{k\neq PS}\delta_{k\,PS}\, Ln\left(\frac{\widetilde{y}_k(Y_C)}{\widetilde{y}_k^0}\right) \tag{15}$$

$$\eta_{PS}^{A\to C} = \alpha_{PS} + \delta_{PS\,PS}\, Ln\left(\frac{PS(Y_B)}{PS^0}\right) + \sum_{k\neq PS}\delta_{k\,PS}\, Ln\left(\frac{\widetilde{y}_k(Y_B)}{\widetilde{y}_k^0}\right) \tag{16}$$

Reemplazando estos valores en (11), simplificando términos, y recordando que $PS(Y_B) = PS(Y_C) = M = N+Q$, se obtiene finalmente una expresión para el grado de economías de diversidad *ED*.

$$ED(Y_A) = ED(Y_B) = \frac{N+Q\displaystyle\sum_{k\neq PS}\delta_{k\,PS}\, Ln\left(\frac{\widetilde{y}_k(Y_B)}{\widetilde{y}_k(Y_C)}\right)}{N+Q\left(\alpha_{PS} + \delta_{PS\,PS}\, Ln\left(\frac{N+Q}{PS^0}\right) + \displaystyle\sum_{k\neq PS}\delta_{k\,PS}\, Ln\left(\frac{\widetilde{y}_k(Y_C)}{\widetilde{y}_k^0}\right)\right)} \tag{17}$$

[2] Comúnmente se usa la media de las observaciones.

La expresión (17) representa el grado de economías de diversidad (*ED*) cuando la función de costo con producto agregado es representada por una forma funcional translog. Esta expresión es válida para una partición ortogonal específica de Y y para un nivel de producto cualquiera Y^1, que no tiene por que coincidir con el punto de desviación $\widetilde{Y}^0$.

Cabe destacar que la función de costo normalmente se estima a partir de un set de datos que proviene de varias empresas. Sin embargo, la función de costo estimada debiera explicar por sí sola el comportamiento de cada firma específica. Luego, la expresión (17) requiere evaluar cada variable considerada en un vector de flujos cualquiera representativo de una o más empresas. Es decir

$$ED(Y_A^1) = ED(Y_B^1) = \frac{N + Q \sum_{k \neq PS} \delta_{kPS} \, Ln\left(\dfrac{\widetilde{y}_k(Y_B^1)}{\widetilde{y}_k(Y_C^1)}\right)}{N + Q\left(\alpha_{PS} + \delta_{PSPS} \, Ln\left(\dfrac{N+Q}{PS^0}\right) + \sum_{k \neq PS} \delta_{kPS} \, Ln\left(\dfrac{\widetilde{y}_k(Y_C^1)}{\widetilde{y}_k^0}\right)\right)} \qquad (18)$$

La expresión (18) puede ser interpretada como una buena aproximación del grado de economías de diversidad para una cierta partición del vector real de producto al nivel Y^1, cuando $\widetilde{C}$ es representada por una translog y desviada en torno a $\widetilde{Y}^0$. Ahora bien, como la función de costo estimada es directamente función del vector agregado $\widetilde{Y}$, este último necesariamente debe interpretarse como función del producto básico (ver Jara-Díaz y Cortés, 1996) para encontrar una expresión internamente consistente de *ED*.

En síntesis, hemos encontrado una expresión para calcular el grado de economías de diversidad *ED* cuando la forma funcional para la función de costo es una translog con *PS* como parte de la especificación. Esta expresión depende sólo de los coeficientes estimados y del valor de cada agregado $\widetilde{y}_j$ evaluado en Y_B e Y_C, lo que necesariamente requiere conocer cada función de agregación implícita $f_j(Y)$ para toda componente j (Jara Díaz y Cortés, 1996).

6. APLICACION DE LA METODOLOGIA

La expresión (18) es aplicable directamente sobre cualquier estudio de estructura industrial donde se haya estimado una función de costo con producto agregado incorporando el número de puntos servidos como parte de la especificación. Sin embargo, de la revisión de la literatura, no es trivial definir las firmas *A* y *B*, con todas sus características de producción. Usualmente, no existe información respecto de la identificación de los puntos servidos por cada firma estudiada, por lo cual no es posible saber cuales se comparten y cuales no.

En Gillen *et al*(1990) por ejemplo, se estiman funciones de costo de largo y corto plazo, utilizando un conjunto de datos en series de tiempo, con información anual de 6 firmas transcontinentales y regionales de Canadá entre los años 1964 y 1980. Como indicadores de producto se usó pas-km (como producto hedónico) y ton-km para servicio por itinerario, y una agregación de ambos en servicio por contrato (charter), además de un vector de atributos asociado a la componente hedónica (factor de carga y largo medio entre paradas).

Hicimos el cálculo para una serie de combinaciones razonables de firmas y todas las posibles superposiciones de puntos servidos, de donde se obtuvo que sistemáticamente $0 < ED < 1$, lo cual significa que es conveniente, desde una óptica económica, coludir los servicios de varias de las seis empresas canadienses (Ponce, 1997).

7. COMENTARIOS Y CONCLUSIONES

El principal objetivo de este trabajo ha sido el desarrollo de una metodología de cálculo del grado de economías de diversidad espacial, a partir de los resultados de la estimación de funciones de costo con producto agregado, que incluyan indicadores de red en su especificación.

La metodología desarrollada está motivada por los estudios empíricos de transporte aéreo, donde se utiliza normalmente el número de puntos servidos (*PS*) de las firmas analizadas como una variable más de la función de costo estimada.

Como resultado, se obtuvo **una expresión para calcular el grado de economías de diversidad (scope)**, a partir de su definición microeconómica estricta, reconociendo dos aspectos fundamentales: que la variación de *PS* implica una variación en el número de pares O-D servidos, y que el vector de producto utilizado en la literatura es función del vector real de producto Y. El desarrollo de la metodología para calcular *ED* se basó en el análisis específico de la elasticidad costo-*PS*, utilizada comúnmente para diferenciar el concepto de densidad y escala.

La expresión es consistente con la definición de *ED*, sin embargo existen ciertas restricciones respecto de la información reportada en la literatura, ya que en general se omite la identificación de los puntos de embarque y desembarque utilizados por cada firma, que no permite evaluarla en forma precisa. Sin embargo es posible encontrar un rango en el cual se mueve el grado de economías de diversidad. En la aplicación resumida aquí, *ED* resulta positiva y nunca supera la unidad en valor absoluto.

Finalmente, debemos notar la expresión resultante es bastante flexible, dado que depende de coeficientes estimados (de valores y signos indeterminados) y de la relación implícita entre componentes agregadas y el vector producto real. El cálculo no tiene un valor predefinido, sin embargo la experiencia sobre un caso específico (Gillen *et al*, 1990), entregó valores razonables en el rango entre 0 y 1 para *ED*.

AGRADECIMIENTOS

Esta investigación ha sido parcialmente financiada por FONDECYT, Proyecto 1950737.

REFERENCIAS

Caves, D., L. Christensen, y M. Tretheway (1984). Economies of Density versus Economies of Scale: Why Trunk and Local Service Airline Costs Differ, **Rand Journal of Economics 15**, 471-489.

Dionne, G. y R. Gagné (1988). Models and Methodologies in the Analysis of Regulation Effects in Airline Markets, **International Journal of Transport Economics 19**, 307-327.

Gillen, D., T. Oum y M. Tretheway (1990). Airline Cost Structure and Policy Implications, **Journal of Transport Economics and Policy 24** (1), 9-34.

Jara-Díaz, S. (1982a). The Estimation of Transport Cost Functions; A Methodological Review, **Transportation Review 2**, 257-278.

Jara Díaz, S. (1982b). Transportation Product, Transportation Function and Cost Functions, **Transportation Science 16**, 522-539.

Jara-Díaz, S. (1993). Detección de Errores Analíticos en Funciones de Costo con Producto Pseudo Vectorial. **Apuntes de Ingeniería 50**, 77-84

Jara-Díaz, S. y C. Cortés (1996). On the Calculation of Scale Economies From Transport Cost Functions. **Journal of Transport Economics and Policy 30**, 157-170.

Oum T. y Y. Zhang (1991). Utilisation of Quasi-Fixed Inputs and Estimation of Cost Functions, **Journal of Transport Economics and Policy 25**, 121-134.

Ponce, F. (1997). Cálculo de Economías de Diversidad a partir de Funciones de Costo con Producto Agregado. Tesis para Optar al Título de Ingeniero Civil y al Grado de Magister en Ciencias de la Ingeniería. Por aparecer.

Windle, R. (1991). The World's Airlines, **Journal of Transport Economics and Policy 25**, 31-49.