MODELACION DINAMICA DE DEMANDA POR TRANSPORTE DE CARGA COMO UN PROCESO STARMA-POISSON

Rodrigo A. Garrido
Pontificia Universidad Católica de Chile, Santiago, Chile
Tel. (56-2) 552-4054, Fax: (56-2) 553-0281Correo electrónico: rgarrido@ing.puc.cl.

RESUMEN

Este artículo presenta un modelo econométrico para la predicción de demanda por transporte de carga. Se asume que la demanda es un proceso estocástico con interacción espacial y temporal. El supuesto básico es que la tasa de generación de demanda por transporte de carga sigue un proceso de Poisson cuyo parámetro puede ser estimado a través de un modelo espacio-temporal autoregresivo con promedios móviles. El modelo es comparado con las técnicas estándar de estimación dinámica en términos de su calidad predictiva sobre una muestra de simulación. Los resultados de la comparación indican que el modelo propuesto no sólo presenta menores errores predictivos que su contraparte, sino también es más parsimonioso.

1. INTRODUCCION

El objetivo de este artículo es presentar una estructura de modelación para la demanda por transporte de carga (DTC) y también mostrar el efecto de ignorar la interacción espacial en la especificación de un modelo. El problema de predicción de DTC se define como sigue. Varios centros de actividad están distribuidos en una región acotada en la cual los habitantes intercambian bienes y servicios. Los actores que realizan este intercambio son consumidores (destinatarios finales), productores (origen de la carga) y transportistas (porteadores). Un acuerdo productor-transportista consiste en recoger una carga durante un cierto intervalo de tiempo para ser enviado a un cierto destino dentro de otro intervalo temporal. La ubicación de consumidores y productores se asume fija y conocida por el (los) transportista(s); a esta ubicación se le denominará *sitio*. El día laboral es dividido en T intervalos no necesariamente de igual duración. El problema consiste en determinar la probabilidad de generación de una carga en un sitio de origen durante un cierto intervalo temporal.

La DTC es considerada un proceso estocástico bidimensional: en tiempo y espacio. El proceso subyacente a la generación de carga durante el día laboral (y por ende la solicitud de servicios) se asume como un proceso puntual de Poisson al interior de cada intervalo (es decir,. el proceso no tiene memoria y la generación de carga en un sitio en un instante dado es independiente de la generación de carga en otro sitio en otro instante dentro del mismo intervalo). Cada sitio a cada intervalo temporal tiene una tasa de generación (solicitud de servicios por unidad de tiempo) que depende de la historia de generación de carga en el sitio en cuestión así como también de la historia de generación en otros sitios en la región. La relación dinámica entre las tasas de generación se asume lineal en un proceso STARMA (Space and Time AutoRegressive Moving Average).

La metodología aplicada en este trabajo consiste en realizar una comparación entre la forma estándar de modelar procesos dinámicos y el enfoque STARMA. La comparación entre ambos métodos se basa en un ejercicio de simulación que mide la importancia de considerar aspectos espaciales además de los temporales en el proceso de modelación.

La relevancia de considerar interacciones espaciales entre sitios es analizada a través de una comparación de la "verdadera" distribución de probabilidades de la DTC y dos modelos alternativos: uno puramente dinámico (ARMA) y otro espacio-temporal STARMA, ambos calibrados con un conjunto de datos simulados a partir de un proceso espacio-temporal considerado como la verdadera distribución. El capítulo siguiente introduce el modelo STARMA.

2. LA ESTRUCTURA STARMA DE LA TASA DE GENERACION DE DTC

La forma general del modelo STARMA es como sigue (ver Pfeifer y Deutsch, 1980a y b):

$$\lambda_{it} = \sum_{k=1}^{p}\sum_{r=0}^{L_k} \alpha_{kr} \sum_{j=1}^{N} w_{ij}^{(r)} \lambda_{jt-k} + \sum_{k=1}^{q}\sum_{r=0}^{M_k} \beta_{kr} \sum_{j=1}^{N} w_{ij}^{(r)} \varepsilon_{jt-k} + \varepsilon_{it} \tag{1}$$

donde:

λ_{it} : Tasa de generación en el sitio i durante el intervalo t.

ε_{it} : Error estocástico asociado al sitio i durante el intervalo t, tal que:

$$E\left[\varepsilon_{it}\varepsilon_{jt+s}\right] = \begin{cases} \sigma^2 & i = j,\ s = 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$E[\cdot]$: Función valor esperado.

p : Orden de la parte de autoregresión.

q : Orden de la parte de promedios móviles.

L_k : Orden espacial del k-ésimo término autorregresivo.

M_k: Orden espacial del k-ésimo término de promedios móviles.

N : Numero de sitios.

α_{kr}, β_{kr}: Parámetros.

$w_{ij}^{(r)}$: Componente de la matriz de contiguidad $W^{(r)}$ tal que:

$$\mathbf{W}^{(r)} = \left\{\mathbf{w}_{ij}^{(r)}\right\}$$

$$\mathbf{w}_{ij}^{(r)} = \begin{cases} \mathbf{1} \iff \mathbf{i,j} \quad \textbf{vecinos de orden r} \\ \mathbf{0} \qquad \qquad \textbf{en otro caso} \end{cases}$$

La expresión (1) es conocida como STARMA $\left(p_{L_1,L_2,\ldots,L_p}, q_{M_1,M_2,\ldots,M_q}\right.$.

2.1. Predicción con el modelo STARMA

El principal objetivo de estos modelos es predecir el valor futuro de la tasa de generación dada la información recolectada hasta un cierto intervalo dado. Definamos:

$e_{t,s}$: Error de predicción s intervalos hacia el futuro.

$f_{t,s}$: Predicción de λ s intervalos hacia el futuro.

La función de predicción más utilizada es la predicción lineal óptima (PLO), la cual minimiza una cierta función de pérdida (o costo) $C(e_{t,s})$, condicionada en la información recolectada hasta el intervalo de tiempo t. Se puede demostrar (ver por ejemplo Granger y Newbold, 1977) que la PLO de una función de perdida cuadrática (es decir,., según criterio de mínimos cuadrados) es la *esperanza condicional* de λ:

$$f_{t,s} = E_t(\lambda_{t+s}) \tag{2}$$

donde $E_t(\cdot)$ representa la función de valor esperado condicional. Por lo tanto, la PLO del modelo STARMA es:

$$f_{it,s} = \sum_{k=1}^{p}\sum_{r=0}^{L_k} \alpha_{kr} \sum_{j=1}^{N} w_{ij}^{(r)} E_t\left(\lambda_{jt+s-k}\right) + \sum_{k=1}^{q}\sum_{r=0}^{M_k} \beta_{kr} \sum_{j=1}^{N} w_{ij}^{(r)} E_t\left(\varepsilon_{jt+s-k}\right. \tag{3}$$

donde la esperanza condicional toma los siguientes valores:

$$E_t\left(\lambda_{jt+s-k}\right) = \begin{cases} f_{t,s-k} & \forall\ s-k > 0 \\ \lambda_{jt+s-k} & \forall\ s-k \le 0 \end{cases} \tag{4}$$

$$E_t\left(\varepsilon_{jt+s-k}\right) = \begin{cases} 0 & \forall\ s-k > 0 \\ e_{jt+s-k} & \forall\ s-k \le 0 \end{cases} \tag{5}$$

3. EL SUPUESTO DE POISSON

El objetivo es estimar P_{it} , es decir,. la probabilidad de que un cargamento sea generado en el sitio i durante el intervalo t. Para estimar esta probabilidad asumiremos lo siguiente: durante cualquier intervalo t la generación de DTC sigue un proceso puntual de Poisson con parámetro λ_{it}. Por lo tanto, la probabilidad de que un cargamento (al menos) se genere en el sitio i durante el intervalo t es:

$$P_{it} = 1 - e^{(\lambda_{it}\tau)} \tag{6}$$

donde τ es la duración del intervalo.

4. METODOLOGIA

Para evaluar el posible error de especificación que se comete al ignorar la interacción espacial entre la generación de DTC entre los distintos sitios, una serie de probabilidades que siguen el modelo de Poisson con tasa de generación STARMA fue simulada y luego comparada con dos series de probabilidades, una de ellas de acuerdo a un proceso de Poisson con tasa de llegada puramente dinámica (ARMA) y la otra con una tasa de llegada espacio-temporal (STARMA), ambas calibradas en base a la serie simulada. Para hacer esta comparación se escogió una región cuadrada dividida en 9 celdas de idénticas características, las cuales interactúan con sus vecinos de primer orden (es decir,., aquellas celdas que comparten un borde no nulo).

La tasa de generación se definió como STARMA(1_1, 1_1) , generado para la siguiente región:

1	2	3
4	5	6
7	8	9

$$\lambda_t = \alpha W \lambda_{t-1} + \beta W \varepsilon_{t-1} + c + \varepsilon_t \tag{7}$$

donde **c** es un vector constante y todos los demás términos fueron ya definidos. Notar que el parámetro α refleja la correlación espacial entre las tasas de generación (a mayor valor de α mayor interacción de cada sitio con sus vecinos) y el parámetro β refleja la correlación espacial de los términos de error, es decir, en qué magnitud interactúan los "inobservables" en cada sitio con el resto de sus vecinos. Obviamente, en un caso práctico de modelación (aquí sólo estamos interesados en simulación) estos parámetros deberán ser estimados en base a información muestral.

La expresión (7) fue simulada 110 veces y a partir de sus valores se estimaron series de tiempo ARMA y series STARMA para los 9 sitios. Subsecuentemente, series de predicciones fueron calculadas con ambas especificaciones. Finalmente, las dos series de predicciones fueron reemplazadas en (6) para obtener probabilidades y luego compararlas con la serie simulada originalmente.

4.1. El Proceso de Simulación

Los parámetros de la expresión (7) fueron: $\alpha = \beta$, $c = 3.1$, $\varepsilon \sim N(0,1)$. El propósito de la constante es evitar tasas de generación negativas. El parámetro espacial α fue variado entre 0.1 y 0.9 para cubrir un amplio rango de dependencia espacial.
Por lo tanto, las probabilidades comparadas fueron:

i) Proceso simulado:

$$P_{it}^{0} = 1 - e^{-\lambda_{it}} \tag{8}$$

ii) Proceso STARMA:

$$P_{it}^{1} = 1 - e^{-\left(\alpha \sum_{j=1}^{9} w_{ij} \lambda_{jt-1} + \alpha \sum_{j=1}^{9} w_{ij} \varepsilon_{jt-1} + 3.1\right)} \tag{9}$$

iii) Proceso ARMA:

$$P_{it}^{2} = 1 - e^{-\left(\sum_{j=1}^{9} \phi_j \lambda_{it-j} + \sum_{j=1}^{9} \varphi_j \varepsilon_{it-j} + \varphi_0\right)} \tag{10}$$

4.2. Estimación de los modelos de series de tiempo

Cada sitio de la región de 3x3 cuenta con 110 valores generados por la simulación (expresión 7), de los cuales solo los primeros 100 fueron utilizados en la calibración de (ii) y (iii) y el resto fue dejado fuera de la estimación para poder realizar una medición de la bondad predictiva en ámbos casos. La estimación de las series de tiempo se realizo de acuerdo a la metodología de Box-Jenkins (Box y Jenkins, 1970). El software utilizado para la identificación, estimación y diagnóstico fue RATS (Doan, 1992).

4.3. La comparación

La series P^1 y P^2 fueron comparadas con las probabilidades reales P^0 de acuerdo al índice:

$$E_{it}^{k} = \frac{\left|P_{it}^{k} - P_{it}^{0}\right|}{P_{it}^{0}} * 100, \qquad k = 1,2; \quad i = 1,\ldots,9; \quad t = 1,\ldots,10 \tag{11}$$

Este índice es también una serie espacio-temporal, por lo tanto la media, desviación estándar, máximos y mínimos fueron calculados para realizar la comparación.

5. RESULTADOS DE LA SIMULACION

La metodología puede ser dividida en cuatro etapas: simulación, estimación, predicción y comparación. Algunos resultados resumidos serán presentados como descripción de las primeras tres etapas e información más detallada acerca de la comparación será proporcionada.

5.1. Datos de simulación

Un total de 81 series de 110 observaciones cada una fueron generadas; una serie para cada uno de los nueve sitios y nueve variaciones para cada sitio (el parámetro espacial α fue variado entre 0.1 y 0.9). La media de la tasa de generación vario entre 3.5 cuando $\alpha = 0.1$ y 41.5 cuando $\alpha =$ 0.9; y la desviación estándar vario desde 0.35 a 4.1 para el mismo rango de α.

5.2. Estimación y predicción

El método Box-Jenkins fue seguido para calibrar las series de tiempo. Los 81 modelos fueron divididos en 9 grupos, uno por cada valor del parámetro α entre 0.1 y 0.9.

Los resultados indicaron que mientras mayor el valor de α mayor el valor de R^2. Además, un mayor numero de términos autorregresivos se obtuvieron para mayores valores de α. Lo anterior se debe a que la parte autorregresiva del modelo es función de potencias de α, por lo tanto los coeficientes de los *lags* (valores pasados) de λ disminuyen exponencialmente y por ende para valores bajos de α los coeficientes se tornan no significativos luego de unos pocos lags. Los altos índices R^2 se deben a la misma razón, ya que valores de α cercanos a 1.0 producen coeficientes más significativos y por lo tanto un mejor ajuste.

Se llevaron a cabo test de hipótesis para comparar todos los casos (es decir,., los modelos calibrados con los nueve valores de α) en términos de bondad de ajuste. No hubo evidencia estadística (al 95% de confianza) de diferencias en R^2 entre los casos 1 y 6, con un promedio de $R^2=0.25$. Sin embargo, los casos 7,8 y 9 presentaron diferencias significativas al 95% de confianza. No hubo evidencia de autocorrelación en los residuos. De hecho, los estadísticos de Durbin Watson no indicaron correlación serial en ninguno de los casos.

5.3 Comparación de los errores de predicción

Por razones de espacio se han omitido las tablas de resultados y solo se presenta una explicación de sus valores para efectos de la comparación.

Se predijeron 10 periodos futuros tanto para los modelos ARMA como para los STARMA. EL porcentaje de error E^k (expresión 11) fue calculado para cada modelo y luego comparado en términos de error medio y desviación estándar.

Se probaron diferencias entre los valores medios de E^k sobre los diez periodos predichos para cada uno de los nueve casos espaciales (diferentes valores de α). Para los casos 1 a 4 ($\alpha = 0.1$ a $\alpha = 0.4$) el error medio de predicción de la especificación STARMA fue menor que el de la especificación ARMA solo al 90% de confianza; mientras que para los casos 5 y 6 las diferencias fueron significativas al 95% y para los casos 7 a 9 las diferencias fueron significativas sobre el 99% de confianza en favor de la especificación STARMA.

El promedio de E^k para la especificación STARMA, sobre los 10 periodos predichos fue siempre menor que el correspondiente promedio para la especificación ARMA para los nueve casos espaciales. La desviación estándar de E^k para la especificación STARMA sobre los 10 periodos predichos fue menor que su contrapartida en la especificación ARMA excepto en el caso 9 ($\alpha = 0.9$) donde ambas especificaciones presentaron una desviación estándar no significativamente distinta al 95% de confianza.

Los valores mínimos de E^k para los diferentes casos espaciales fueron calculados para los 10 periodos de predicción. La especificación STARMA supero a su contraparte ARMA en todos los casos (es decir,. sus valores mínimos fueron siempre menores que los correspondientes a ARMA).

6. CONCLUSIONES FINALES

Una nueva herramienta de modelación de la DTC ha sido presentada y analizada obteniéndose resultados positivos en términos de su bondad de ajuste, eficiencia y calidad predictiva. Esta herramienta hace posible el análisis de las interacciones tanto espaciales como temporales que tienen lugar en el sistema de transporte de carga donde generalmente hay fuertes correlaciones espaciales en la generación de demanda.

La especificación propuesta fue comparada con la especificación estándar en casos de predicción: un modelo de series de tiempo ARMA. Esta comparación fue favorable a la especificación STARMA en términos de error medio, desviación estándar y valores mínimos de error.

Aún cuando la simulación no pretende (ni puede) demostrar la superioridad de la especificación STARMA sobre otras aproximaciones tradicionales, provee de una estimación gruesa de las posibles ventajas que se podrían obtener al utilizar este tipo de herramienta. Alternativamente la simulación deja en evidencia los posibles peligros de ignorar la componente espacial en sistemás que presentan correlación entre los sitios en que la información es recolectada. Quedo en evidencia que el error introducido al ignorar la componente espacial se torna más critico mientras mayor es el grado de autocorrelación entre los sitios.