

COMPARACION DE ESTRUCTURAS DE LINEAS EN TRANSPORTE PÚBLICO PROGRAMADO: ¿DIRECTAS O EN CORREDORES?

Sergio R. Jara-Díaz y Antonio Gschwender
Universidad de Chile, Dpto. de Ingeniería Civil
Casilla 228-3, Santiago, Chile
Fono: 6894206 Fax: 6718788 E-mail: jaradiaz@cec.uchile.cl

RESUMEN

Un servicio de transporte público está compuesto por una serie de líneas que se interconectan de alguna forma para generar un servicio que permita a los usuarios ir desde cualquier origen a cualquier destino dentro del área servida. La forma en que se diseñan estas líneas tiene implicancia sobre el uso de recursos, incluyendo los tiempos de acceso, de espera y de viaje de los usuarios, y sobre la necesidad de que éstos realicen transbordos. En este trabajo se extiende el enfoque microeconómico de Jansson (1980) para un corredor aislado, al análisis de dos tipos de estructura de líneas que, desde el punto de vista de los usuarios, difieren en cuanto a los requerimientos de transbordos y tiempos de espera y viaje. Con este enfoque extendido se desarrolla y aplica, a dos ejemplos sencillos, un método que permite comparar estas estructuras desde la perspectiva de la minimización del gasto total de recursos (de usuarios y operadores) en una red, para un flujo de pasajeros dado. El método requiere repartir la flota entre las líneas en una primera etapa, y luego optimizar su tamaño. La función de costo así obtenida resulta de la misma forma que la del corredor aislado, pero incorporando parámetros asociados directamente a la estructura de líneas, lo que permite una interesante comparación para decidir la mejor estructura.

1. INTRODUCCION

Tanto para efectos de diseño e inversión como para la determinación de tarifas óptimas en transporte público es de gran importancia que el análisis económico se realice desde la perspectiva del sistema en su conjunto. Esto implica la necesidad de considerar dos aspectos: primero, que los insumos necesarios para el servicio provienen no sólo de los operadores (vehículos, terminales, combustible, etc.) sino también de los usuarios, quienes aportan su tiempo; segundo, que los servicios de transporte público cubren áreas (una ciudad, una región, etc.), por lo que el análisis debe considerar una red y no sólo un corredor aislado (Jansson, 1979). El primero de estos aspectos se encuentra bastante estudiado en la literatura (Mohring, 1972; Turvey y Mohring, 1975; Jansson, 1980; Kraus, 1991; Jara-Díaz y Gschwender, 1997; entre otros), al contrario del segundo, cuya comprensión dista mucho de ser acabada, siendo las áreas más exploradas las relacionadas con la asignación a redes (por ejemplo De Cea *et al.*, 1993) o la determinación de un espaciamiento óptimo entre líneas paralelas equiespaciadas, considerando un área que es cruzada en un solo sentido (Kocur y Hendrickson, 1982; Chang y Schonfeld, 1991).

En este trabajo se intenta avanzar en el análisis microeconómico de los servicios de transporte público desde una perspectiva de red, considerando a usuarios y operadores. La falta de un marco más estricto para el análisis global de los servicios de transporte público impide muchas veces poder pronunciarse adecuadamente con respecto a las formas de ofrecerlos. No es extraño, por ejemplo, escuchar opiniones acerca de que en Santiago los buses tienen demasiadas líneas, lo que produciría congestión en algunas áreas y confusión en los usuarios debido a que por un lugar cualquiera pasan buses que se dirigen a muchas zonas distintas. Esto, sin embargo, permite que los viajes se realicen con menos transbordos que si las líneas de buses tuvieran una estructura tipo corredores (como en el metro). Por otra parte, estudios sobre servicios integrados bus-metro han mostrado las ventajas que la complementación física tendría, tanto para usuarios como para operadores (Jara-Díaz y Tudela, 1991, 1993). ¿Será esto extensible a servicios optimizados en red?

En el capítulo siguiente se presenta dos tipos de estructura de líneas que, desde el punto de vista de los usuarios, difieren en cuanto a los requerimientos de transbordos y tiempos de espera y viaje. Luego, se explica un método que permite comparar estas estructuras desde la perspectiva de la minimización del gasto total de recursos (de usuarios y operadores) en una red, para un flujo de pasajeros dado. Este método es aplicado a dos ejemplos sencillos en el capítulo 4, para finalizar con algunos comentarios y conclusiones.

2. ESTRUCTURAS DE LÍNEAS EN TRANSPORTE PUBLICO

Una de las características más positivas del sistema de buses de Santiago es su gran cobertura. En particular es interesante el hecho de que permite viajar entre muchos pares origen-destino sin necesidad de hacer transbordo. Esto se debe a que por cada corredor circulan muchos recorridos que llevan a distintos destinos. Por el contrario, en el caso del metro de Santiago (al igual que muchos otros servicios de buses o trenes en otros lugares) todos los vehículos que utilizan un corredor hacen el mismo recorrido. Por este motivo, si un pasajero desea ir a un lugar que no es alcanzado por ese corredor debe realizar un transbordo, es decir, debe cambiar de vehículo en alguna intersección de

corredores. Cabe preguntarse, ¿sería mejor que las líneas de buses fueran, en este sentido, como las de metro?

Dado un conjunto de pares origen-destino a ser conectados mediante un servicio de transporte público, es posible diseñar muchas estructuras de líneas diferentes. Un caso extremo sería unir cada par origen-destino a través de una línea, lo que permitiría que todos los viajes se realicen sin necesidad de hacer transbordos. Esto llevaría a una red muy densa, en la que la distancia total recorrida por las distintas líneas sería muy grande. El extremo opuesto sería minimizar la longitud total de las líneas, permitiendo que pueda viajarse entre cualquier par origen-destino realizando transbordos entre los corredores.

Llamaremos **líneas directas** a una estructura de recorridos en la cual hay al menos una línea que une cada par origen-destino, es decir, un sistema en el cual no es necesario realizar transbordos. Esto no significa que haya como mínimo igual número de líneas que de pares origen-destino, pues cada recorrido permite unir muchos pares origen-destino. Por otra parte, llamaremos **líneas en corredores** a una estructura de recorridos en que se minimiza la longitud total de las líneas. Esto significa que se busca habilitar la menor cantidad de kilómetros de corredores que permitan unir todos los pares origen-destino a través de viajes directos o con transbordos.

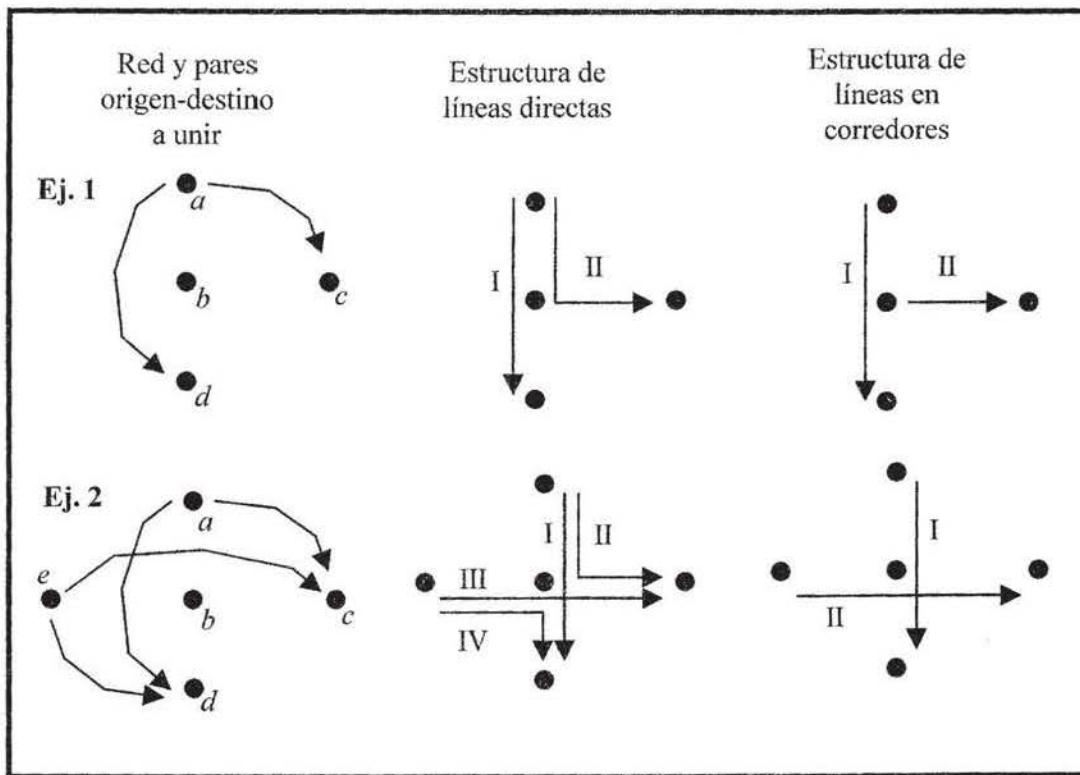


Figura 1: Ejemplos de estructuras de líneas.

Las dos estructuras de líneas recién definidas son casos extremos. En la práctica se darán en general situaciones intermedias, las cuales pueden acercarse a una u otra de las estructuras anteriores. Por ejemplo, la estructura de líneas de los buses de Santiago es cercana a una estructura de líneas directas, aunque existen muchos pares origen-destino que no se encuentran unidos y que requieren por lo tanto de transbordos.

La principal ventaja de una estructura de líneas directas es que, al no ser necesaria la realización de transbordos, sólo existe tiempo de espera en el paradero de origen donde, sin embargo, el pasajero debe esperar el vehículo que le sirva, pues no todos realizan el mismo recorrido. La estructura de líneas en corredores, en cambio, permite que todos los vehículos que circulan por el corredor sirvan igualmente a los pasajeros, pero produce tiempos extra de espera en los transbordos.

En la figura 1 se muestra dos ejemplos muy sencillos de redes (en las que se requiere unir ciertos pares origen-destino) y la forma de hacerlo con estructuras de líneas directas y en corredores. En ambos ejemplos tiene sentido preguntarse, para una demanda total conocida, cuál es la estructura más adecuada considerando todos los recursos. Para resolver este problema, se diseñó un método que descansa en el enfoque de Jansson (1980) para un corredor aislado.

3. METODO DE COMPARACION

El método consiste en comparar el costo total (operadores y usuarios) de cada estructura de líneas **para una red dada y flujos conocidos de pasajeros en determinados pares origen-destino**. En los modelos de corredores aislados (Mohring, 1972; Jansson, 1980) se optimiza la función de gasto total directamente sobre el número de vehículos (B). Ahora, por tratarse de una red, es necesario repartir primero el total de vehículos entre las líneas con algún criterio de optimalidad, para después optimizar B y encontrar la función de costo total que permite la comparación. El método se divide entonces en **dos etapas, que deben ser resueltas para cada estructura de líneas**. Se asume que las distintas estructuras de líneas cubren el mismo espacio y por lo tanto no afectan el tiempo de acceso de los pasajeros, por lo que en el costo de los usuarios sólo se incluyen los tiempos de espera y viaje.

En la **primera etapa** se considera dado un número B de vehículos que debe ser repartido en cantidades B_i entre las diferentes líneas. Para esto se determinan los tiempos de espera (t_{ej}) y viaje (t_{vj}) asociados a cada par origen-destino j , en función del número de vehículos que se asignará a cada línea y otros parámetros del problema, es decir,

$$t_{ej} = t_{ej}(\bar{B}) \quad , \quad t_{vj} = t_{vj}(\bar{B}) \quad , \quad (1)$$

donde \bar{B} es el vector de flotas B_i . A partir de (1) es posible calcular los tiempos promedio (sobre todos los pares origen-destino) de espera y viaje en función de los B_i y otros parámetros

$$\bar{t}_e = \frac{\sum_j t_{ej}(\bar{B})Y_j}{Y} = \bar{t}_e(\bar{B}) \quad , \quad \bar{t}_v = \frac{\sum_j t_{vj}(\bar{B})Y_j}{Y} = \bar{t}_v(\bar{B}) \quad , \quad (2)$$

donde Y_j es el flujo de pasajeros por hora en el par j e Y es la suma, sobre todos los pares origen-destino, de los Y_j . Luego, teniendo en cuenta la restricción $B = \sum_i B_i$, se minimiza sobre los B_i la función de gasto total

$$G_T = cB + P_e \bar{t}_e(\bar{B})Y + P_v \bar{t}_v(\bar{B})Y \quad , \quad (3)$$

en donde c representa el costo por vehículo-hora (para el operador) de tener un vehículo más en el servicio, y P_e y P_v son los precios sociales de los tiempos de espera y viaje respectivamente. Como B es exógeno en esta etapa, el primer término del lado derecho (el gasto de los operadores) no influye en la minimización, de la cual se obtiene el número óptimo de vehículos para cada línea dados B y otros parámetros:

$$B_i^* = B_i^*(B) \quad , \quad (4)$$

Reemplazando (4) en (2) se obtiene los tiempos promedio óptimos de espera y viaje en función de B

$$\bar{t}_e^* = t_e[B^*(B)] = \bar{t}_e^*(B) \quad , \quad \bar{t}_v^* = t_v[B^*(B)] = \bar{t}_v^*(B) \quad . \quad (5)$$

La **segunda etapa** consiste en minimizar sobre B la función de gasto total que resulta de reemplazar las ecuaciones (5) en (3), es decir,

$$G_T = cB + P_e \bar{t}_e^*(B)Y + P_v \bar{t}_v^*(B)Y \quad , \quad (6)$$

lo que conduce a obtener el número óptimo de vehículos para el servicio $B^*(c, P_e, P_v, Y)$. Al reemplazarlo en (6), se obtiene la función de costo total para cada estructura de líneas,

$$C_T = cB^*(c, P_e, P_v, Y) + P_e \bar{t}_e^*[B^*(c, P_e, P_v, Y)]Y + P_v \bar{t}_v^*[B^*(c, P_e, P_v, Y)]Y = C_T(c, P_e, P_v, Y) \quad , \quad (7)$$

con las que es posible determinar cuál requiere una menor utilización de recursos.

4. APPLICACION DEL METODO

4.1. Primera etapa: repartición de la flota

Se mostrará a continuación una aplicación de este método para los dos ejemplos de redes de la figura 1. Para cada uno de los ejemplos se buscará determinar la función de costo total resultante al utilizar una estructura de líneas directas y al ocupar una estructura de líneas en corredores. Se mostrará en detalle el análisis para el ejemplo 1. Para el ejemplo 2 sólo se indicará los resultados, dado que el desarrollo es análogo al del primer ejemplo.

Llamaremos T al tiempo que requiere un vehículo para viajar ida y vuelta entre cada par de nodos consecutivos (sin incluir el tiempo destinado a subida y bajada de pasajeros) y t al tiempo que demora un pasajero en subir al vehículo, el cual se supone idéntico al tiempo que demora en bajar. Implícitamente se asume que las subidas y bajadas son consecutivas (no simultáneas), lo que significa pensar en vehículos de una sola puerta. Por su parte, f_i será la frecuencia de la línea i . En ambos ejemplos el número total de pasajeros que ingresa al servicio por hora es Y , que se reparte por igual entre los pares origen-destino. Así, en el ejemplo 1 habrá $Y/2$ pasajeros por hora en cada par origen-destino, mientras que en el ejemplo 2 habrá $Y/4$.

En la primera etapa se debe repartir B entre las líneas para determinar los tiempos promedio de espera y viaje en función de B . En el caso de la **estructura de líneas directas del ejemplo 1**, el problema es perfectamente simétrico con respecto a las líneas, por lo que la repartición óptima es asignar $B/2$ a cada línea. Para cada una de ellas el tiempo de ciclo queda dado por

$$t_{ci} = 2T + 2t \frac{Y/2}{f_i}, \quad (8)$$

en que $2T$ corresponde al tiempo que demoraría un vehículo en realizar el ciclo sin que suban ni bajen pasajeros. Como en este caso cada línea recibe $Y/2$ pasajeros por hora, el cuociente entre este número de usuarios y la frecuencia de la línea entrega la cantidad de pasajeros que sube (y baja) a cada vehículo durante un ciclo. Este término, multiplicado por $2t$, entrega el tiempo que está detenido en un ciclo cada vehículo para permitir que los pasajeros suban y bajen.

En general se tiene que la frecuencia es igual a la razón entre el número de vehículos y el tiempo de ciclo. Como en este caso en cada línea hay $B/2$ vehículos, usando (8) se tiene que

$$f_i = \frac{B/2}{2T + 2t \frac{Y/2}{f_i}}. \quad (9)$$

Despejando la frecuencia de esta ecuación se obtiene

$$f_i = f_l = f_{ll} = \frac{B - 2tY}{4T}. \quad (10)$$

Como las frecuencias son iguales en ambas líneas, los pasajeros en los dos pares origen-destino tendrán igual tiempo medio de espera, el cual se asume igual a la mitad del intervalo entre vehículos (que es el inverso multiplicativo de la frecuencia). El tiempo medio de espera así definido corresponde al tiempo que en promedio esperan los pasajeros desde que llegan al paradero hasta que, luego de subir al vehículo, éste se pone en movimiento. Así, el tiempo de espera promedio para todos los usuarios, en función de B y otros parámetros, es

$$\bar{t}_e^* = \frac{1}{2f_i} = \frac{2T}{B - 2tY} . \quad (11)$$

Por su parte, dado que los tiempos medios de viaje también son iguales para ambos pares origen-destino, el tiempo promedio de viaje para todos los usuarios es

$$\bar{t}_v = T + \frac{t}{2} \frac{Y/2}{f_i} . \quad (12)$$

El primer término corresponde al tiempo que el vehículo está en movimiento, es decir, lo que tarda en viajar entre dos pares de nodos consecutivos. El segundo término es el tiempo medio que debe esperar un pasajero para bajar en el destino (mientras bajan otros). Se asume que en promedio las personas deben esperar para bajar la mitad del tiempo que demoran en bajar todos. No se incluye el tiempo que los pasajeros deben esperar en el vehículo inmediatamente después de subir (mientras suben otros) pues éste ya está considerado en el tiempo de espera. Reemplazando la expresión (10) en (12) se obtiene el tiempo promedio de viaje en función de B y otros parámetros:

$$\bar{t}_v^* = T + \frac{tY}{B - 2tY} . \quad (13)$$

Para la **estructura de líneas en corredores del ejemplo 1** no existe la simetría que permitía repartir trivialmente los vehículos entre las líneas, como puede verse en la figura 1. Los tiempos de ciclo para cada línea son ahora

$$t_{cl} = 2T + 2t \frac{Y}{f_i} , \quad t_{cll} = T + 2t \frac{Y/2}{f_{ll}} , \quad (14)$$

respectivamente. Como la frecuencia es el cuociente entre el número de vehículos y el tiempo de ciclo, de (14) es posible obtener las siguientes expresiones para la frecuencia de cada línea en función del número de vehículos asignado a ella:

$$f_i = \frac{B_i - 2tY}{2T} , \quad f_{ll} = \frac{B_{ll} - tY}{T} . \quad (15)$$

Para cada par origen-destino ($a-d$ y $a-c$) los tiempos medios de espera son

$$t_{v(a-d)} = \frac{1}{2f_1} , \quad t_{v(a-c)} = \frac{1}{2f_1} + \frac{1}{2f_{II}} . \quad (16)$$

Para los viajes entre a y c es necesario realizar transbordo en b , razón por la cual aparece un segundo término en el tiempo de espera. Como ambos pares origen-destino tienen igual número de pasajeros, el tiempo promedio de espera en función de las frecuencias es

$$\bar{t}_e = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{f_1} + \frac{1}{2f_{II}} \right] . \quad (17)$$

Los tiempos medios de viaje para cada par origen-destino son, por su parte,

$$\begin{aligned} t_{v(a-d)} &= T + t \frac{Y/2}{f_1} + \frac{t}{2} \frac{Y/2}{f_1} = T + \frac{3tY}{4f_1} , \\ t_{v(a-c)} &= T + \frac{t}{2} \frac{Y/2}{f_1} + \frac{t}{2} \frac{Y/2}{f_{II}} = T + \frac{tY}{4} \left[\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_{II}} \right] . \end{aligned} \quad (18)$$

En ambos casos el tercer término de la expresión central corresponde al tiempo que en promedio los pasajeros deben permanecer en el vehículo, una vez que se detiene en el destino, antes de bajar. El segundo término de estas expresiones representa el tiempo que los pasajeros deben permanecer en el vehículo (detenido) durante el transbordo en b . Para los que viajan entre a y d esto corresponde a todo el tiempo que ocupan los otros pasajeros (los que van a c) en bajar, pues ellos continúan en el mismo vehículo. Para los que se dirigen a c , en cambio, es sólo la mitad (tiempo medio esperado) pues ellos están descendiendo del vehículo en ese punto. El tiempo promedio de viaje es

$$\bar{t}_v = \frac{1}{2} \left[2T + \frac{tY}{f_1} + \frac{tY}{4f_{II}} \right] . \quad (19)$$

Reemplazando (15) en (17) y (19) se obtiene los tiempos promedio de espera y viaje en función del número de vehículos asignado a cada línea. Como $B_{II} = B - B_1$ se llega a los tiempos promedio sólo en función de B_1 :

$$\begin{aligned}\bar{t}_e &= \frac{1}{2} \left[\frac{2T}{B_1 - 2tY} + \frac{T}{2(B - B_1 - tY)} \right], \\ \bar{t}_v &= \frac{1}{2} \left[2T + \frac{2TtY}{B_1 - 2tY} + \frac{TtY}{4(B - B_1 - tY)} \right].\end{aligned}\quad (20)$$

Para repartir B entre ambas líneas se reemplaza estas expresiones en la función de gasto (3), la cual se minimiza sobre B_1 , de donde se obtiene

$$B_1^* = \frac{\sqrt{\frac{P_e}{P_v} + tY}}{\frac{1}{2} \sqrt{\frac{P_e}{P_v} + \frac{tY}{2}} + \sqrt{\frac{P_e}{P_v} + tY}} B + \frac{tY \left[\sqrt{\frac{P_e}{P_v} + \frac{tY}{2}} - \sqrt{\frac{P_e}{P_v} + tY} \right]}{\frac{1}{2} \sqrt{\frac{P_e}{P_v} + \frac{tY}{2}} + \sqrt{\frac{P_e}{P_v} + tY}} = \alpha B + \gamma, \quad (21)$$

en que los parámetros α y γ dependen de la razón entre los precios sociales del tiempo de espera y de viaje y del producto entre t e Y . Puede apreciarse fácilmente en la ecuación (21) que, independientemente de los precios del tiempo, cuando el producto tY tiende a cero, α tiende a $2/3$ y γ tiende a cero. En el **apéndice** se presenta algunos ejemplos numéricos que muestran que los cálculos exactos difieren muy poco de la aproximación

$$B_1^* \approx \frac{2}{3} B, \quad B_1^* \approx \frac{1}{3} B, \quad (22)$$

la cual permite simplificar enormemente la resolución del problema. Reemplazando estos valores en (20) se obtiene los tiempos promedio de espera y viaje en función de B :

$$\bar{t}_e^* = \frac{\frac{3}{2}T}{\frac{2}{3}B - 2tY}, \quad \bar{t}_v^* = T + \frac{\frac{5}{4}TtY}{\frac{2}{3}B - 2tY}. \quad (23)$$

En el **ejemplo 2**, ambas estructuras de líneas generan sistemas completamente simétricos, por lo que la repartición de los vehículos entre las líneas es directa. Siguiendo procedimientos similares a los anteriores se obtiene para la **estructura de líneas directas**

$$\bar{t}_e^* = \frac{4T}{B - 2tY}, \quad \bar{t}_v^* = T + \frac{TtY}{B - 2tY}, \quad (24)$$

y para la **estructura de líneas en corredores**

$$\bar{t}_e^* = \frac{2T}{\frac{2}{3}B - 2tY} , \quad \bar{t}_v^* = T + \frac{\frac{3}{2}TtY}{\frac{2}{3}B - 2tY} . \quad (25)$$

Observando los resultados en las ecuaciones (11), (13), (23), (24) y (25), se concluye que en todos los casos vistos es posible escribir

$$\bar{t}_e^* = \frac{\varphi_e T}{\delta B - 2tY} , \quad \bar{t}_v^* = T + \frac{\varphi_v TtY}{\delta B - 2tY} , \quad (26)$$

donde los parámetros δ , φ_e y φ_v tienen, para cada caso, los valores que se muestran en la tabla 1.

Tabla 1. Valores de los parámetros de la estructura de líneas.

Ejemplo	Líneas	δ	φ_e	φ_v	$1 / \delta$	φ_e / δ	φ_v / δ
1	directas	1	2	1	1	2	1
1	en corredores	2/3	3/2	5/4	1,5	2,25	1,875
2	directas	1	4	1	1	4	1
2	en corredores	2/3	2	3/2	1,5	3	2,25

4.2. Segunda etapa: optimización de B y comparación de costos totales

Dada la forma general que se encontró en la primera etapa para escribir los tiempos promedio de espera y viaje en estos ejemplos, reemplazando (26) en (6) la función de gasto puede escribirse en todos los casos como

$$G_r = cB + P_e \frac{\varphi_e T}{\delta B - 2tY} Y + P_v \left[T + \frac{\varphi_v TtY}{\delta B - 2tY} \right] Y . \quad (27)$$

Minimizando esta ecuación con respecto a B , se obtiene el número de vehículos que produce el menor uso de recursos (de usuarios y operadores), el que **resulta dependiente de los parámetros de la estructura de líneas**:

$$B^* = 2tY \frac{1}{\delta} + \sqrt{\frac{TY}{c} \left(P_e \frac{\varphi_e}{\delta} + P_v \frac{\varphi_v}{\delta} tY \right)} . \quad (28)$$

Al reemplazar esta expresión en la función de gasto (27) se obtiene la función de costo

$$C_T = 2ctY \frac{1}{\delta} + 2\sqrt{cTY \left(P_e \frac{\Phi_e}{\delta} + P_v \frac{\Phi_v}{\delta} tY \right)} + P_v tY , \quad (29)$$

que es válida para todos los casos vistos anteriormente, y que resulta de la misma forma que en el análisis de Jansson (1980) para un corredor aislado (ver Gschwender, 1999).

Al comparar los costos totales de dos estructuras de líneas, el último término de la función (29), que corresponde al costo del tiempo de viaje “en movimiento” se cancela. Los otros dos términos dependen de $1/\delta$ y los cuocientes Φ_e/δ y Φ_v/δ , cuyos valores se muestran en la tabla 1. En el caso del **ejemplo 1**, estos tres términos son menores para la estructura de líneas directas, las que resultan más convenientes para esa red y esa estructura de flujos. Para el **ejemplo 2**, en cambio, $1/\delta$ y Φ_v/δ son menores para las líneas directas, mientras que Φ_e/δ es menor para las líneas en corredores. En este caso es necesario conocer los valores del resto de los parámetros para determinar qué estructura de líneas es mejor.

Para un análisis general de ambos ejemplos, conviene hacer notar que el primer término de la ecuación (29) es prácticamente despreciable frente al segundo (ver **apéndice**). Esto significa que el término que domina para efectos de comparación es el que contiene la raíz cuadrada. La condición que debe cumplirse, en cualquiera de los ejemplos, **para que las líneas directas sean más convenientes que las líneas en corredores** es

$$2\sqrt{cTY \left(P_e \frac{\Phi_e^D}{\delta^D} + P_v \frac{\Phi_v^D}{\delta^D} tY \right)} < 2\sqrt{cTY \left(P_e \frac{\Phi_e^C}{\delta^C} + P_v \frac{\Phi_v^C}{\delta^C} tY \right)} , \quad (30)$$

donde los superíndices D y C significan líneas directas y líneas en corredores, respectivamente. Simplificando y elevando al cuadrado, la condición se convierte en

$$P_e \left(\frac{\Phi_e^D}{\delta^D} - \frac{\Phi_e^C}{\delta^C} \right) < P_v tY \left(\frac{\Phi_v^C}{\delta^C} - \frac{\Phi_v^D}{\delta^D} \right) . \quad (31)$$

Al dividir ahora por el término entre paréntesis de la izquierda, la desigualdad cambiará de sentido si éste es negativo, o se mantendrá si este término es positivo. Así, la condición para que las líneas directas sean más convenientes que las líneas en corredores resulta ser

$$\frac{P_e}{P_v tY} < \left(\frac{\Phi_v^C}{\delta^C} - \frac{\Phi_v^D}{\delta^D} \right) \left/ \left(\frac{\Phi_e^D}{\delta^D} - \frac{\Phi_e^C}{\delta^C} \right) \right. \quad \text{si } \frac{\Phi_e^D}{\delta^D} - \frac{\Phi_e^C}{\delta^C} > 0 , \quad (32)$$

$$\frac{P_e}{P_v t Y} > \left(\frac{\varphi_v^C - \varphi_v^D}{\delta^C} \right) \left/ \left(\frac{\varphi_e^D - \varphi_e^C}{\delta^D} \right) \right. \quad \text{si} \quad \frac{\varphi_e^D - \varphi_e^C}{\delta^D} - \frac{\varphi_v^C - \varphi_v^D}{\delta^C} < 0 \quad . \quad (33)$$

Para el ejemplo 1 puede verse en la tabla 1 que la razón entre φ_e y δ es mayor para las líneas en corredores, por lo que vale la condición (33); si se reemplaza los valores de todos los cuocientes de los parámetros en el lado derecho de ésta, se obtiene un valor negativo, que siempre será menor que $P_e/P_v t Y$ (que es positivo), lo que corrobora el resultado de que en este ejemplo es más conveniente una estructura de líneas directas.

Por el contrario, en el ejemplo 2 es válida la condición (32), ya que φ_e/δ es mayor en las líneas directas. Al reemplazar los cuocientes de los parámetros de la mano derecha se obtiene 1,25, valor que puede ser mayor o menor que el término del lado izquierdo. En este ejemplo será mayor la probabilidad de que convenga más la estructura de líneas directas mientras mayores sean Y o t , y mientras menor sea la razón entre P_e y P_v . Cabe señalar que un análisis similar puede hacerse con respecto al tamaño de flota óptimo (ecuación 28), lo que arroja las mismas conclusiones.

5. ANALISIS Y CONCLUSIONES

En este trabajo se intentó avanzar en el análisis microeconómico de los servicios de transporte público desde una perspectiva de red, considerando a usuarios y operadores. Para ello se identificó y definió dos tipos de estructura de líneas: directas y en corredores, las cuales presentan distintos tipos de ventajas y limitaciones. Se desarrolló un método de comparación que se basa en determinar qué estructura de líneas requiere menor cantidad de recursos totales. Este método se aplicó a dos ejemplos sencillos pudiéndose determinar una condición general que permite pronunciarse acerca de qué estructura de líneas es más adecuada en función de algunos de los parámetros del problema, en particular de aquellos que representan la estructura de líneas. Esta condición muestra que el volumen de pasajeros, la razón entre los precios del tiempo de espera y viaje, y el sistema o procedimiento de subida y bajada de los pasajeros, son factores relevantes para decidir la mejor estructura en un caso; en el otro, la estructura de líneas directas resulta siempre superior.

La principal ventaja de una estructura de líneas directas es que evita los transbordos, disminuyendo los tiempos de espera. Por otra parte, los transbordos aumentan el tiempo de viaje de quienes circulan en los vehículos desde (o hacia) los cuales otros pasajeros realizan transbordos. Sin embargo, la ausencia de transbordos tiene otras ventajas como el evitar eventuales caminatas, cambios de temperatura, etc. En general, puede decirse que los transbordos implican una "molestia" que va más allá de los tiempos cuantificables. Por su parte, una estructura de líneas en corredores permite que el pasajero tome el primer vehículo que pase, sin necesidad de comprobar si éste corresponde al recorrido que él esperaba. Si el número total de vehículos en el servicio fuese el mismo para ambas estructuras de líneas, esto sería una gran ventaja pues generaría tiempos de espera mucho menores. Sin embargo, el número total de vehículos B es un insumo susceptible de ser optimizado en el diseño, y los resultados de la aplicación del método muestran que B^* sí depende de la estructura de líneas. La conclusión general que puede sacarse de la aplicación del método de comparación en los ejemplos sencillos aquí desarrollados, es que no se puede rechazar *a priori* ninguna de las estructuras de líneas.

El método desarrollado extiende el enfoque que utiliza Jansson (1980), para analizar un corredor aislado, al caso de redes sencillas. Para redes más complejas el enfoque sigue siendo válido, pero puede hacerse necesario el desarrollo de métodos numéricos para la resolución del problema. Dado un conjunto de pares origen-destino a servir, una vez decidida la estructura de líneas a utilizar (directas o en corredores), el diseño detallado de éstas no es único, lo que añade una dimensión adicional a la utilización de este método. Cabe hacer notar que esta dimensión obliga a incorporar el tiempo de acceso en el análisis.

Una debilidad de este método de comparación es que trabaja con la demanda en forma paramétrica, es decir, los flujos de pasajeros se consideran dados. Sería muy interesante analizar qué impacto tiene sobre la demanda la utilización de una u otra estructura de líneas para intentar incluir modelos de demanda en este método. Cobra importancia a ese nivel la estructura tarifaria, pues la respuesta de los usuarios ante la eventual necesidad de transbordos será muy diferente dependiendo de si éste implica el pago de un nuevo pasaje (como actualmente en los buses de Santiago) o no (caso de tarifas integradas). También es relevante en ese análisis la forma física en que se efectúen los transbordos, pues las condiciones ambientales en que se realicen las caminatas y esperas necesarias para el transbordo tendrán influencia sobre la demanda.

AGRADECIMIENTOS

Esta investigación fue parcialmente financiada por FONDECYT (proyecto 1981161).

REFERENCIAS

- Chang, S. K. y Schonfeld, P. M. (1991) Multiple period optimization of bus transit systems. *Transportation Research* **25B**, 453-478.
- De Cea, J.; Fernández, J. E. y Barquín, M. (1993) Optimización de frecuencias en redes de transporte público congestionadas: formulación matemática y algoritmo de solución. **VI Congreso Chileno de Ingeniería de Transporte**, Santiago, Chile, Octubre de 1993.
- Gschwender A. (1999) **Caracterización microeconómica de la operación del transporte público urbano: un análisis crítico**. Tesis de Magister, Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Chile.
- Jansson, J. O. (1979) Marginal cost pricing of scheduled transport services. *Journal of Transport Economics and Policy* **13**, 268-294.
- Jansson, J. O. (1980) A simple bus line model for optimization of service frequency and bus size. *Journal of Transport Economics and Policy* **14**, 53-80.

Jara-Díaz, S. R. y Gschwender, A. (1997) Tarifas óptimas en transporte público programado. **VIII Congreso Chileno de Ingeniería de Transporte**, Santiago, Chile, Noviembre de 1997.

Jara-Díaz, S. R. y Tudela, A. (1991) Un modelo para la negociación en la tarificación de servicios Metro-bus. **Cuadernos de Economía 28**, 329-346.

Jara-Díaz, S. R. y Tudela, A. (1993) Multiobjective pricing of integrated bus-subway services in Santiago, Chile. **Journal of Advanced Transportation 27**, 261-277.

Kocur, G. y Hendrickson, C. (1982) Design of local bus service with demand equilibration. **Transportation Science 16**, 149-170.

Kraus, M. (1991) Discomfort externalities and marginal cost transit fares. **Journal of Urban Economics 29**, 249-259.

Mohring, H. (1972) Optimization and scale economies in urban bus transportation. **American Economic Review 62**, 591-604.

Turvey, R y Mohring, H. (1975) Optimal bus fares. **Journal of Transport Economics and Policy 9**, 319-327.

APENDICE

Cálculo exacto de α y γ en la ecuación (21), con $t = 2,5$ segundos.

Y [pax/hr]	P_e / P_v	α	γ
2.000	3	0,686	-0,079
2.000	1	0,704	-0,154
1.000	3	0,678	-0,023
1.000	1	0,692	-0,052
200	3	0,669	-0,001
200	1	0,674	-0,003

Si $B = 30$ vehículos, el cálculo de B_l con los valores exactos de α y γ difiere de la aproximación con $\alpha = 2/3$ y $\gamma = 0$ en no más de 1 vehículo.

Comparación numérica de los dos primeros términos de la función de costo (29).

T [hr]	Y [pax/hr]	P_v [\$/hr]	P_e [\$/hr]	x [\$/hr]	z [\$/hr]	z/x
3	2.000	2.000	6.000	12.400	1.258.688	102
3	2.000	1.000	3.000	12.400	890.027	72
1,5	1.000	1.000	3.000	6.200	423.585	68
0,5	500	1.000	3.000	3.100	168.383	54
0,5	250	1.000	3.000	1.550	117.426	76
0,2	200	1.000	3.000	1.240	66.239	53

Se consideró $t = 2,5$ segundos, $c = 4.467$ \$/hr (Jara-Díaz y Gschwender, 1997), $\delta = 1$, $\phi_e = 2$ y $\phi_v = 1$. Se le llama x al primer término de la función de costo (29) y z al segundo (el de la raíz cuadrada).