

MODELO ESTRATÉGICO DE OPERACIÓN DE CARGA EN SISTEMAS DE TRANSPORTE FERROVIARIO

J. Enrique Fernández L., Joaquín de Cea Ch.
Depto. Ingeniería de Transporte, U. Católica de Chile
Casilla 306, Santiago 22, CHILE
FAX: (56-2) 686 4818; e-mail: jef@ing.puc.cl

y
Ricardo Giesen E.
Fernández y De Cea Ingenieros
Lota 2257, Of. 402, Santiago, Chile
FAX: (56-2) 234 1578; e-mail: fydcea@reuna.cl

Resumen

En este trabajo se presenta un nuevo modelo estratégico para sistemas de transporte ferroviario de carga. El objetivo del modelo desarrollado es predecir los flujos y niveles de servicio para distintos tipos de carga movilizados en el sistema, dadas las demandas Origen-Destino por transporte de cada tipo de carga y la programación de servicios e itinerarios de trenes. El modelo propuesto posee los siguientes elementos distintivos: i) Los servicios ferroviarios y sus características operacionales son considerados explícitamente. ii) La distribución y asignación de carros vacíos es tratada simultáneamente con la asignación de productos a la red ferroviaria, tomando en cuenta los costos sobre la red y las prioridades de transporte. iii) Se asocian distintas prioridades a los carros a transportar en función de los productos que en ellos se movilizan. iv) Se consideran restricciones de capacidad para el movimiento de cada tipo de producto dependiendo de la disponibilidad del tipo de carros necesarios para transportar cada tipo de carga y de la demanda por transporte de productos que compiten por el uso de los mismos tipos de carros. Esta restricción implica que algunos productos deban esperar más tiempo en el patio de origen o transferencia de no existir suficiente capacidad. También se presenta una formulación matemática del modelo, y a partir del análisis de sus características se discuten distintos enfoques de solución.

1. INTRODUCCIÓN

En la actualidad, los modelos estratégicos de redes de transporte interurbano considerados estado del arte en la materia son el Modelo de Equilibrio de Redes de Transporte de Carga (Freight Network Equilibrium Model: FNEM) y el Modelo de Planificación Estratégica para Flujos Multiproducto de Carga (STAN).

Una de las principales falencias de estos modelos, se relaciona con la incapacidad de considerar las características y estrategias distintivas de la operación del modo ferroviario, tales como: servicios con distintas prioridades, disponibilidad de carros y locomotoras, agrupación de carros en bloques, etc. (Fernández y De Cea, 1995). Esto, ha impedido representar adecuadamente las demoras asociadas al transporte de distintos productos sobre la red ferroviaria, dato de especial interés en la modelación del comportamiento de despachadores (elección de modo) y de operadores (ruteo de carga). (Fernández y De Cea, 1996).

El objetivo de este trabajo es el desarrollo de un modelo estratégico de operaciones ferroviarias de transporte de carga para una región, que permita ser incorporado en un modelo estratégico de transporte multimodal interurbano de carga (Fernández et al, 1998). Para tal efecto, se requiere que el modelo permita determinar niveles de servicio (tiempos de viaje y espera, flujos de carga por tipo de producto y movimientos de carros para cada tipo de carro considerado) como función de las demandas O-D, la capacidad de los distintos componentes del sistema (patios, líneas, etc.) y las características operativas.

Las operaciones de un sistema ferroviario se desarrollan en una infraestructura física, que puede ser conceptualizada como una compleja red, compuesta de un conjunto de patios de clasificación (grandes terminales); un conjunto de pequeñas estaciones; un conjunto de líneas principales y secundarias; y un conjunto de puntos de interconexión. Al conjunto de actividades realizadas en patios, estaciones y puntos de interconexión se denomina **operaciones en patios**, en tanto, a aquellas desarrolladas en las líneas principales y secundarias se les llama **operaciones en líneas**.

Sobre esta red coexisten simultáneamente un gran número de carros (vacíos y cargados), cada uno de los cuales posee un objetivo particular e independiente de los demás. Pese a ello, estos carros no se mueven en forma independiente sobre la red, sino que en formaciones denominadas bloques. Estos bloques son agrupaciones de carros, que pudiendo tener distintos destinos finales, son considerados arbitrariamente como una unidad de transporte desde el patio en que sus carros son ensamblados hasta su patio de destino, donde sus carros son separados y reclasificados (pudiendo quedar allí como destino final o pasando a formar parte de un nuevo bloque). A su vez, todos los movimientos sobre líneas, que conectan distintas estaciones en la red ferroviaria, son efectuados por trenes, cuya locomotora transporta uno o más bloques. Estos trenes poseen rutas predefinidas, con itinerarios y frecuencia específicas, que en conjunto con otras características operacionales; tales como tipo de locomotora, tipo de carros que transporta, velocidad y prioridad; definen el servicio del tren.

Los carros que constituyen la unidad básica de transporte en un sistema ferroviario, en cada ciclo en que transportan carga están sujetos al siguiente conjunto de operaciones, en primer lugar, el despachador o cliente envía una orden solicitando un carro vacío con las características o tecnología requeridas para transportar su carga. Posteriormente, el operador desde algún patio selecciona los carros, que luego de ser inspeccionados, son llevados y entregados en el punto donde el despachador carga sus productos (en algunos casos estos puntos están ubicados al interior de la industria del despachador). Una vez cargados, los carros son llevados al patio de origen de su viaje, donde son clasificados (ordenados) y agrupados en bloques. Luego los bloques son puestos en trenes, para así comenzar el itinerario de los distintos carros hacia sus destinos. En los patios que el tren se detiene los carros y las máquinas (locomotoras) son normalmente inspeccionados. Adicionalmente, en estas paradas, los bloques de carros pueden ser transferidos (desenganchados de un tren y puestos en otro); o, en el caso de llegar a sus destinos finales, son desenganchados del tren y sus carros clasificados. Los

carros que han llegado a su destino final son llevados a una estación de descarga, donde son vaciados. Para luego, una vez que han sido limpiados e inspeccionados, ser preparados para un nuevo viaje.

Diversos modelos han sido desarrollados en la literatura para representar operaciones en patios ferroviarios (Petersen y Fullerton, 1975; Assad, 1980; Crainic et al, 1984; Marín et al, 1993; Crainic, Florian y Léal, 1990).

Los trenes al entrar a un patio de clasificación siguen una secuencia de procesos, que normalmente pueden agruparse en cuatro tareas, realizadas en el siguiente orden: 1º) Recepción, inspección y desmantelamiento de trenes; 2º) Clasificación de carros y formación de bloques; 3º) Esperas de conexión y formación de trenes; 4º) Despacho e inspección de salida. De acuerdo a trabajos realizados por Folk (1972) y Reid et al (1972), para el sistema ferroviario norteamericano, el proceso de clasificación es la principal fuente de demoras de un carro al pasar por un patio. Otra conclusión de estos trabajos es que las demoras relacionadas con el tercer proceso obedecen generalmente a la programación de trenes (horarios de salidas de trenes desde cada estación) más que a las capacidades limitadas de formar trenes. Esto permite, a un nivel general, detenerse sólo en las demoras por conexión, no considerando que en algunos casos la salida de trenes podría estar condicionada por la capacidad de las máquinas de patio de armar trenes. Por otra parte, una serie de trabajos efectuados por Petersen (1977a), muestran que las operaciones de recepción, así como de despacho no representan cuellos de botella en la operación, por lo que pueden ser modeladas adecuadamente por tiempos fijos de servicio.

En los modelos que actualmente corresponden al estado del arte a nivel estratégico, los patios ferroviarios son representados por un solo arco (Crainic et al, 1990), en el que el nodo inicial recibe todo el tráfico y el nodo final corresponde al punto de despacho de trenes.

La capacidad y rendimiento de una línea ferroviaria puede ser normalmente evaluada a través de las demoras que experimentan los trenes, bajo diferentes supuestos operacionales. En modelos de redes se han adoptado básicamente tres enfoques: i) demoras constantes, en este caso la congestión en las líneas no es considerada (Payraud, 1981); ii) "caja negra", en este caso se utiliza un modelo de demoras externo que es llamado cada vez que se requiere calcular demoras (Petersen y Fullerton, 1975); iii) funciones de demora con parámetros aproximados, estas son funciones analíticas con parámetros aproximados calibrados a partir de valores históricos (Crainic, 1984).

La consideración de vehículos vacíos reviste una importancia fundamental en la modelación de un sistema ferroviario de carga, esta obedece a la necesidad de compensar los naturales desbalances en el flujo de carga, la especialización de los carros en cargas específicas, restricciones operacionales y regulaciones (Dejax y Crainic, 1987). Mendiratta (1982) determinó que en el sistema ferroviario norteamericano un carro en promedio viajaba el 40% del tiempo vacío. En general, para estimar la demanda por carros vacíos, en cada punto de la red, se requiere conocer el número de carros necesarios para movilizar la carga generada y la disponibilidad de carros vacíos en dicho punto.

STAN (Crainic et al, 1990) es el único modelo estratégico de transporte de carga en el que se considera explícitamente el movimiento de carros vacíos en el modo ferroviario. En éste, los carros vacíos son considerados como un producto distinto que debe ser transportado para satisfacer las demanda O-D, sin

embargo, se considera la existencia de un sólo tipo de carros vacíos con características equivalentes al promedio de los carros del sistema.

El presente trabajo se ha dividido en siete partes. Después de esta introducción, en la segunda sección se presenta el enfoque de modelación propuesto, analizando las variables del problema y sus interacciones, así como los supuestos generales de modelación asumidos. Posteriormente, se presenta la red de servicio utilizada en la modelación. Luego de ello, se proponen y analizan especificaciones de funciones de demoras para los distintos arcos de ésta. En la quinta parte, se muestra la formulación matemática del problema. En la sexta, se analizan algoritmos de solución para el problema propuesto. Y, finalmente, se presentan conclusiones realizando un análisis de los principales aportes del trabajo y temas que requieren investigación adicional.

2. ESTRUCTURA DEL MODELO, VARIABLES Y SUPUESTOS DE COMPORTAMIENTO

2.1 Notación

Considerando la red de servicios $G(N, A)$, compuesta de un conjunto N de nodos y A de arcos. Donde el conjunto N esta compuesto de dos tipos de nodos: i) Centroides, que corresponden a puntos donde se supone concentrado el origen y/o destino de cargas; y ii) otros nodos, que representan patios y cruces ferroviarios de distinto tipo. Por su parte, el conjunto de arcos A esta compuesto de tres tipos de arcos: i) Arcos de consolidación, Co , que conectan un centroeide con el patio que lo sirve; ii) Arcos de clasificación, Cl , que representan las operaciones de clasificación efectuadas en un patio; y iii) Secciones de ruta, SR , que representan las demoras en línea y de conexión (una explicación más detallada se presenta en la sección 3.1 y 3.2).

En esta red se definen adicionalmente los siguientes elementos:

W : Conjunto de pares origen-destino (O-D) en la red.

w : Un elemento del conjunto W .

\overline{W} : Conjunto de pares de patios en la red.

\overline{w} : Un elemento del conjunto \overline{W} . Cada par O-D, $w \in W$, tiene asociado un único par de patios, $\overline{w} \in \overline{W}$.

R : Conjunto de rutas disponibles en $G(N, A)$ para viajes de carros.

R_w : Conjunto de rutas factibles disponibles entre el par O-D w .

r : Un elemento del conjunto R .

$freq_t$: Frecuencia del servicio ferroviario t , medido en número de trenes durante el periodo de análisis.

k_t^s : Capacidad del servicio t en la sección s , medido en Ton.

$freq_s$: Frecuencia total de trenes en la sección s ($freq_s = \sum_{t \in s} freq_t$). Medido en número de trenes durante el periodo de análisis.

K_s : Capacidad total en la sección de ruta s ($K_s = \sum_{t \in s} k_t^s$), medido en Ton.

- $T_w^{vp,\pi}$: Demanda de viajes, entre el par w , de carros tipo v cargados con producto π (al que se asocia una prioridad p), medido en carros durante el periodo de análisis.
- $T_w^{vp,\varepsilon}$: Demanda de viajes, entre el par w , de carros tipo v vacíos (a los que se asocia una prioridad p), medido en carros durante el periodo de análisis.
- $C_r^{vp,\pi}$: Costo compuesto (ver ecuación 1) sobre una ruta r para carros cargados con producto π , expresado en valores monetarios. Cabe notar que a cada producto π se asocia un tipo de carro v y una prioridad p .
- CCo_a^{vp} : Demora compuesta de consolidación en el arco a , para un carro tipo v , cargado con algún producto π al que se asocia una prioridad p .
- CCl_a : Demora compuesta de clasificación en el arco a .
- CS_s^{vp} : Demora compuesta en la sección de ruta s , para cada Ton de producto que tenga asociada una prioridad p y utilice carros tipo v .
- t_w^{vp} : Demora media de viaje entre el par de patios \bar{w} , para carros tipo v con prioridad p , expresado en horas.
- $h_r^{vp,\pi}$: Flujo en la ruta r , de carros tipo v , cargados con producto π (a los que se asocia una prioridad p), medido en carros durante el periodo de análisis.
- $h_r^{vp,\varepsilon}$: Flujo en la ruta r de carros tipo v vacíos (a los que se asocia prioridad p), medido en carros durante el periodo de análisis.
- U_w^{vp,π^*} : Nivel de servicio de equilibrio entre el par O-D w , para carros tipo v que llevan producto π con prioridad p , expresado en valores monetarios.

2.2 Estructura del Modelo

En la Figura 1 se muestra, un esquema con las distintas etapas que se deben resolver en el modelo y las variables relacionadas.

2.3 Variables del Modelo y Supuestos de Comportamiento

En el modelo de operaciones ferroviarias propuesto los servicios y sus frecuencias son un dato exógeno, y se consideran conocidas de antemano. Así, en el modelo sólo se deben determinar el flujo de cada tipo de carros, en cada uno de los segmentos de los servicios, y los niveles de servicios correspondientes.

Para considerar explícitamente las características de los distintos servicios (o trenes) de transporte de carga ofrecidos sobre la red ferroviaria, se utiliza una red similar a la propuesta por Crainic et al (1984) para análisis táctico, pero se asume como dados los distintos servicios de transporte de carga sobre la red ferroviaria. Además, para representar la existencia de patios en que algunos carros podrían ser asignados a distintos trenes se utiliza el concepto de secciones de ruta. De esta forma, se modela la existencia de más de un servicio atractivo para un carro en un patio dado. Este concepto es el mismo utilizado en la representación de redes de transporte público para el caso urbano por De Cea y Fernández (1993).

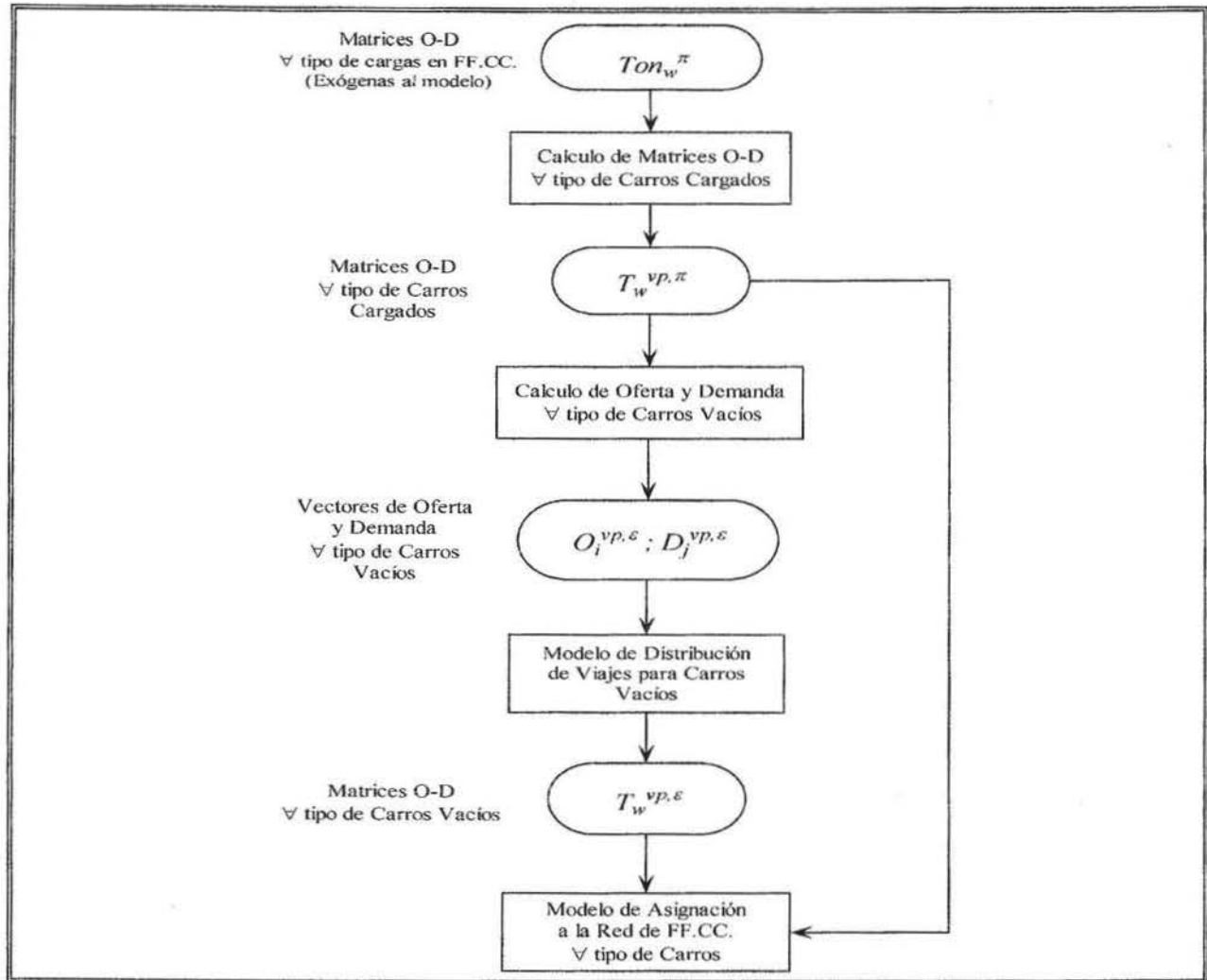


Figura 1: Etapas del Modelo Estratégico de Transporte Ferroviario de Carga

Para considerar la capacidad disponible en un servicio, se hacen los siguientes supuestos:

- i) Los carros cargados en estaciones anteriores, a una determinada parada, poseen prioridad para seguir en el servicio respecto a los carros que esperen aquel servicio en ese patio. Este supuesto es similar al utilizado por Crainic y Gendreau (1986) para analizar las demoras de conexión.
- ii) Entre los distintos carros que esperan un determinado servicio, se conectarán primero aquellos que posean cargas con mayor prioridad.

Siguiendo el enfoque de Fernández et al (1998), para evitar los problemas producidos por una formulación simultánea de las diferentes percepciones y valoraciones de las mismas variables por parte de los distintos agentes del sistema (operadores y despachadores), se supone que el costo compuesto considerado por los operadores en su elección de ruta se compone de costos marginales privados

$CmgP_r^{vp,\pi}$ (costos de operación, $CO_r^{vp,\pi}$, más la propia percepción y valoración del tiempo de viaje, $\phi^v \cdot tmg_r^{vp}$), más los costos de tiempo percibidos y valorados por los despachadores, $\theta^\pi \cdot t_r^{vp,\pi}$.

$$\overline{C}_r^{vp,\pi} = CmgP_r^{vp,\pi} + \theta^\pi \cdot t_r^{vp,\pi} \quad (1)$$

$$\text{con :} \quad CmgP_r^{vp,\pi} = CO_r^{vp,\pi} + \phi^v \cdot tmg_r^{vp} \quad (2)$$

Además, si se supone que el ruteo de carros se efectúa sólo en base a demoras, sin considerar costos de operación, las condiciones de equilibrio de rutas de este modelo estarán dadas por:

$$C_r^{vp,\pi*} \begin{cases} = U_w^{vp,\pi*} & \text{si } h_r^{vp,\pi*} > 0 \\ \geq U_w^{vp,\pi*} & \text{si } h_r^{vp,\pi*} = 0 \end{cases} ; \forall r \in R_w, \forall w \in W, \forall v, \forall p, \forall \pi \quad (3)$$

$$\text{Donde:} \quad C_r^{vp,\pi} = \theta^\pi \cdot t_r^{vp,\pi} + \phi^v \cdot tmg_r^{vp} \quad (4)$$

De esta forma, en el modelo las rutas efectivamente utilizadas en la situación de equilibrio de la red, presentarán todas la misma demora compuesta ($C_r^{vp,\pi}$), y menor demora compuesta que aquellas rutas no utilizadas.

2.4 Modelación de la Demanda por Transporte de Carros

En el modelo, la demanda por transporte de cada tipo de cargas entre los distintos patios de la red, Ton_w^π , es un dato exógeno, especificado en términos de toneladas a transportar para cada producto π .

En base a las demandas de transporte de carga, Ton_w^π , que recibe el modelo, y a las prioridades y tipos de carros asociados a cada producto, que son datos exógenos, se determinan las demandas por viajes de carros tipo v , cargados con producto π , con prioridad p entre el par w , $T_w^{vp,\pi}$, utilizando la siguiente relación:

$$T_w^{vp,\pi} = \delta_{\pi-vp} \frac{Ton_w^\pi}{(\varpi_v^\pi - \varpi_v^\varepsilon)} \quad (5)$$

En la que:

$$\delta_{\pi-vp} = \begin{cases} 1 & \text{Si el producto } \pi \text{ tiene} \\ & \text{asociada una prioridad } p \\ & \text{y es transportado en carros} \\ & \text{tipo } v. \\ 0 & \text{Si no.} \end{cases} ; \forall v \in V, \forall p, \forall \pi \quad (6)$$

ϖ_v^ε y ϖ_v^π son respectivamente los pesos en toneladas de un carro tipo v vacío (tara del carro) y cargado con producto π .

Para estimar la demanda Origen-Destino de carros vacíos, $\bar{T}^\varepsilon = \{T_w^{vp,\varepsilon}\}$, se utiliza un modelo de distribución doblemente acotado, en el que la oferta y demanda de cada tipo de carros vacíos, en los distintos patios de la red, se calcula como la diferencia entre el número de carros que llegan y salen de cada patio, es decir:

$$O_i^{vp,\varepsilon} = \delta_{v-p} \cdot \text{Max} \left\{ 0, \sum_{k \in O} \sum_{\pi} T_{(k,j)}^{vp,\pi} - \sum_{j \in D} \sum_{\pi} T_{(i,j)}^{vp,\pi} \right\} ; \forall i \in O, \forall v \in V, \forall p \quad (7)$$

$$D_j^{vp,\varepsilon} = \delta_{v-p} \cdot \text{Max} \left\{ 0, \sum_{k \in D} \sum_{\pi} T_{(j,k)}^{vp,\pi} - \sum_{i \in O} \sum_{\pi} T_{(i,j)}^{vp,\pi} \right\} ; \forall j \in D, \forall v \in V, \forall p \quad (8)$$

$$\delta_{v-p} = \begin{cases} 1 & \text{Si a los carros vacíos tipo } v, \\ & \text{les corresponde prioridad } p. \\ 0 & \text{Si no.} \end{cases} ; \forall v \in V, \forall p \quad (9)$$

A partir de estos valores, la distribución de viajes de carros vacíos en el sistema se determina en base a un modelo gravitacional doblemente acotado, como el siguiente:

$$T_w^{vp,\varepsilon} = A_i^{vp,\varepsilon} O_i^{vp,\varepsilon} B_j^{vp,\varepsilon} D_j^{vp,\varepsilon} \exp\left(-\left(\gamma \cdot C_w^{vp,\varepsilon^*}\right)\right) \quad (10)$$

En éste se utiliza como medida de impedancia los costos de transporte de carros vacíos $C_w^{vp,\varepsilon}$ entre los distintos pares, w . Los factores $A_i^{vp,\varepsilon}$ y $B_j^{vp,\varepsilon}$ son factores de balanceo que permiten asegurar que el total de viajes atraídos y generados sean satisfechos, para ello deben satisfacer las siguientes relaciones:

$$A_i^{vp,\varepsilon} = \frac{1}{\sum_j B_j^{vp,\varepsilon} D_j^{vp,\varepsilon} \exp\left\{-\left(\gamma \cdot C_w^{vp,\varepsilon^*}\right)\right\}} \quad (11)$$

$$B_j^{vp,\varepsilon} = \frac{1}{\sum_i A_i^{vp,\varepsilon} O_i^{vp,\varepsilon} \exp\left\{-\left(\gamma \cdot C_w^{vp,\varepsilon^*}\right)\right\}} \quad (12)$$

3. RED DE SERVICIOS

3.1 Representación de la Operación en Líneas

De acuerdo al enfoque de modelación seguido, en la red de servicios sólo se requiere representar las características de los distintos servicios ferroviarios de carga. Cada uno de estos servicios (o trenes), queda completamente definido por: un origen, $O(t) \in N$; un destino, $D(t) \in N$; una ruta, secuencia de arcos, desde $O(t)$ hacia $D(t)$; un conjunto de paradas intermedias, p_i , en los que el tren o servicio toma y/o deja carga; un conjunto de segmentos¹ del servicio, a_i ; la especificación del tipo de servicio, en términos de velocidad, prioridad, etc.; la frecuencia (número de veces que el servicio se efectúa en el período de planificación); la capacidad, en términos de toneladas, que pueden transportarse en cada uno de sus segmentos (producto de la capacidad de arrastre de la(s) locomotora(s) usadas en el servicio, o de las condiciones de la vía en ese tramo). De esta forma, para un servicio t cualquiera, un tren es armado en el origen $O(t)$ y mantiene su identidad a través de toda su ruta hasta su destino $D(t)$. En su camino, el tren se detiene en los patios pertenecientes a p_i , para dejar y/o tomar carros y/o bloques.

¹Los segmentos de un servicio corresponden a una porción del itinerario entre dos paradas consecutivas.

En la Figura 2 se muestra una red codificada en términos de servicios ferroviarios, $G_T = (N, A_T)$, en ésta se especifican distintos servicios sobre la red física, donde cada arco representa un segmento de los distintos servicios de transporte de carga, similar a las redes codificadas en términos de líneas e itinerarios para el caso de buses urbanos (De Cea y Fernández, 1993).

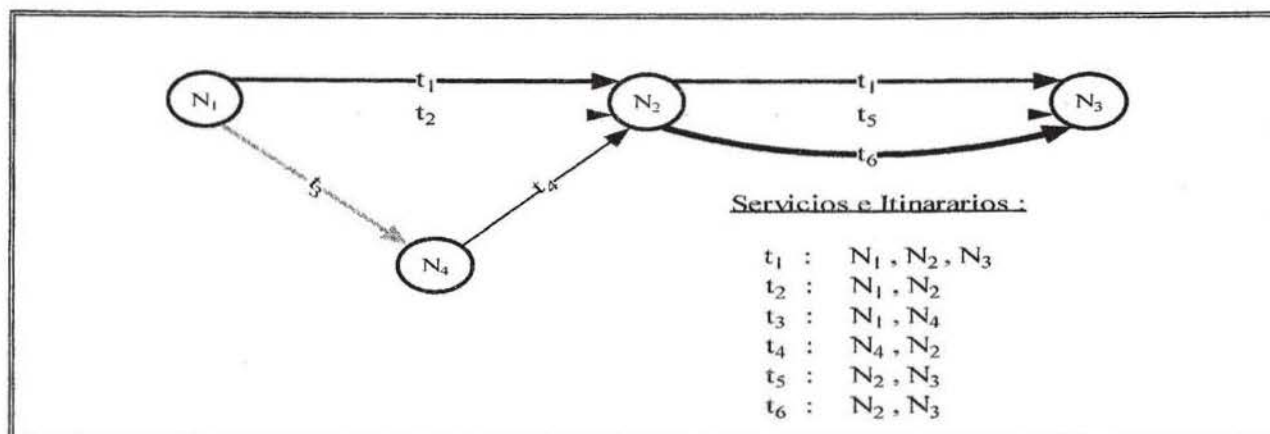


Figura 2: Red Codificada en Términos de Servicios Ferroviarios

Para representar en la red este conjunto de servicios ferroviarios, T , se utilizan arcos virtuales denominados secciones de ruta que se construyen seleccionando las secciones de servicio atractivas², a partir del conjunto de secciones de servicio³ que unen ambos nodos (patios). Luego repitiendo este procedimiento con las secciones de servicio restantes, se puede construir todas las secciones de ruta que unen dos patios de la red. Una revisión detallada de estos conceptos, así como del problema de determinación de servicios que componen una sección de ruta se presenta en De Cea y Fernández (1993).

En la Figura 3 se presenta un ejemplo en el que se han construido secciones de ruta para la red de la Figura 2; en éste se ha considerado que todas las secciones de servicio son atractivas, por lo que las secciones de ruta resultantes consideran todos los servicios que unen ambos nodos. Para el caso de pares de patios donde carros puedan ser asignados a un sólo servicio, las secciones de ruta equivalen a una sección de servicio (por ejemplo, S_1 , S_3 y S_4 en la Figura 3).

3.2 Representación de la Operación en Patios

Respecto a las operaciones en patios, que enfrentan los distintos carros, las que presentan mayor congestión y que parece más importante tomar en cuenta son las operaciones de clasificación y las demoras por conexión. Además, dado que la disponibilidad de carros de un determinado tipo en el sistema en algunos casos puede ser insuficiente, parece conveniente considerar adicionalmente las

² Se entiende por secciones de servicio atractivas al subconjunto de secciones de servicio que, además de unir ambos patios, minimizan la demora total esperada de viaje (suma del tiempo esperado de conexión en el patio, sin considerar restricciones de capacidad en los servicios, y el tiempo de viaje en el servicio).

³ Las secciones de servicio corresponden a cualquier porción de un servicio entre dos nodos no necesariamente consecutivos de su itinerario.

demoras en la operación de consolidación de carga. En este proceso se producirán demoras adicionales al tiempo que demora el carro en ser cargado, cada vez que no exista disponibilidad inmediata del tipo de carro requerido.

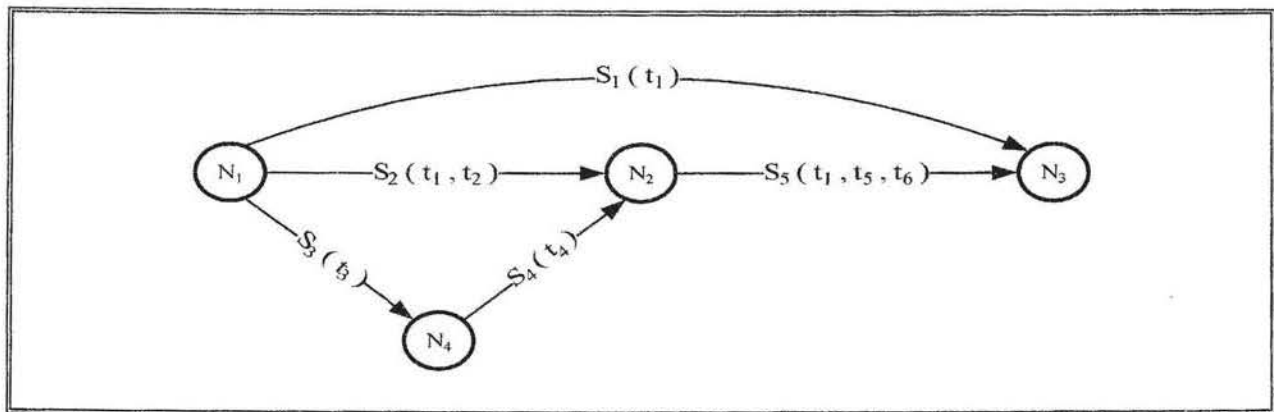


Figura 3: Representación de Servicios mediante Secciones de Ruta

También, en la subred que representa un patio, se deben considerar arcos de acceso (o conectores), que unen los centroides (puntos en los que se considera concentrada la oferta de cargas de una zona) con la red ferroviaria, y arcos de egreso o transferencia de modo. Como el análisis de las características de estos arcos escapan al ámbito de la modelación del sistema de transporte ferroviario, en este trabajo no se desarrollan funciones de costos para ellos, sin embargo, parece importante mencionarlos al definir la topología de la red.

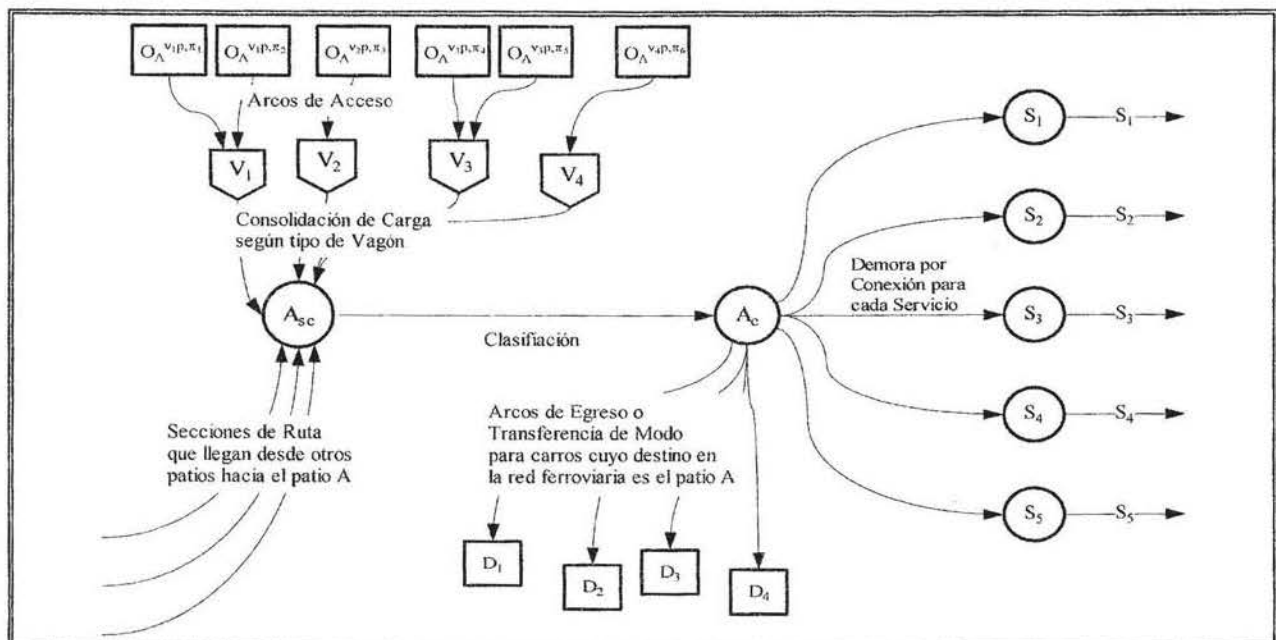


Figura 4: Representación de un Patio de Clasificación en la Red de Servicios

De esta forma, los patios ferroviarios de clasificación se representan como pequeñas subredes como la que se presenta en la Figura 4. En el caso de patios simples la representación es similar, pero se eliminan los arcos de clasificación.

Dado que las demoras de conexión y las secciones de ruta poseen una relación una a una, es decir, cada sección de ruta (o servicio) tiene asociado un único arco de espera por conexión y viceversa, estos dos arcos para efectos de análisis pueden considerarse como uno solo. De esta forma, se supondrá que los arcos que representen secciones de ruta (o servicio) representarán tanto la demora por conexión asociada a ese servicio como el tiempo de viaje.

4. FUNCIONES DE COSTO EN LOS ARCOS DE LA RED DE SERVICIO

4.1 Demora de Consolidación de Carga

La demora de consolidación de carga, representa el tiempo que transcurre desde que la carga llega al patio de origen de su viaje (en cualquier modo), hasta que es completamente transferida a vagones (o carros) con la tecnología requerida para ser transportada en la red ferroviaria.

Conceptualmente este proceso se puede entender, a nivel agregado, como una cola. En ésta los clientes corresponden al flujo de carga que llega a ser consolidada en los distintos patios, requiriendo carros de determinado tipo; y los servidores son los viajes que se pueden efectuar en ese tipo de carros durante el período de planificación en el sistema.

A este nivel de análisis, se puede considerar que esta demora posee una parte fija, que corresponde al tiempo necesario para transferir la carga al vagón que la transportará; y otra parte variable, que corresponde al tiempo que la carga debe esperar hasta que exista un carro del tipo necesario disponible. Para efectos de análisis, se considera que para cada patio y tipo de producto existe una demora fija de transferencia, que corresponde al tiempo promedio en que se realiza esta operación en ese patio para ese tipo de producto. En tanto, la parte variable es una manera de considerar la restricción de disponibilidad de carros. De tal forma, este término deberá reflejar la disponibilidad inmediata de carros del tipo requerido para transportar la carga, que depende de la oferta de ese tipo de carros en el sistema, durante el período de planificación, y de las demandas durante el período para ese tipo de carros.

Si bien, la especificación de la forma funcional de la demora de consolidación podría derivarse de la teoría de colas, dado que la distribución de los tiempos de servicios no corresponde a un caso limite sencillo, la solución no presentaría características analíticamente tratables. Por tal efecto, se propone una especificación BPR, para representar la demora media de consolidación en el patio a de un producto π (al que se asocia una prioridad p) en un carro de tipo v :

$$DMeCons_a^{vp,\pi} = DFCons_a^{v,\pi} + \beta Cons_a^v \cdot \left(\frac{\sum_{q \geq p} D^{vq}}{NC^v \cdot \tau} \right)^{nCons_a^v} \quad (13)$$

donde :
$$D^{vp} = \sum_{w \in W} T_w^{vp} \cdot t_w^{vp} \quad (14)$$

- $DMeCons_a^{vp,\pi}$: Demora media de consolidación al cargar producto π (que tiene asociada una prioridad p) en un carro tipo v , en el patio a .
- $DFCons_a^{v,\pi}$: Demora fija de consolidación al cargar producto π en un carro tipo v , en el patio a . Ésta depende de la tecnología existente en el patio a para consolidar los productos que usan carros tipo v . Para el caso de carros vacíos (carros que transporten el producto ε) este término tiene valor nulo.
- D^{vp} : Demanda de carros tipo v (vacíos y cargados) con prioridad p en el sistema durante el período de planificación, medido en carros-hora.
- T_w^{vp} : Demanda de viajes de carros tipo v (vacíos y cargados) con prioridad p entre el par origen-destino w , durante el período de planificación. $T_w^{vp} = T_w^{vp,\varepsilon} + \sum_{\pi} T_w^{vp,\pi}$
- t_w^{vp} : Tiempo de viaje entre el par origen-destino w para un carro tipo v con prioridad p , medido en horas.
- NC^v : Número de carros de tipo v en el sistema.
- τ : Largo del período de planificación, medido en horas.
- $\beta Cons_a^v \wedge nCons_a^v$: Parámetros de calibración.

Esta especificación permite representar indirectamente restricciones en el número de carros de cada tipo existentes en el sistema durante el período de planificación. Es importante notar que en esta especificación no se utiliza la disponibilidad de carros en cada punto, sino en toda la red, dado que los carros pueden ser relocados por el operador, de forma de favorecer el movimiento de cargas prioritarias.

4.2 Demora por Clasificación

Para tratar las demoras de clasificación en patios, se sigue el enfoque de Turnquist y Daskin (1982) y Crainic et al (1984), en el que el análisis se lleva a cabo desde la perspectiva de los carros individuales y no a nivel de trenes, ya que esto permite mayor flexibilidad y precisión en la modelación de las demoras experimentadas por cada carro al ser clasificado. Además, para evitar los problemas de asintoticidad e inestabilidad de las funciones de demora derivadas de la teoría de colas, se recurre a una especificación del tipo BPR. De esta forma, se propone la siguiente especificación:

$$DMeCl_a = DFCl_a + \beta Cl_a \left(\frac{f_a}{CAP_a} \right)^{nCl_a} \quad (15)$$

Donde:

- $DMeCl_a$: Demora media de clasificación en el patio a .
- $DFCl_a$: Demora media de clasificación en el patio a a flujo libre (si no existen otros carros clasificándose). Éste es un parámetro propio del patio.
- f_a : Flujo de carros a clasificar en el patio a , expresado en carros durante el período de análisis.
 $f_a = \sum_{\pi} f_a^{vp,\pi}$.
- Cap_a : Capacidad de clasificación de carros en el patio a , medido en carros durante el período de análisis..
- $\beta Cl_a \wedge nCl_a$: Parámetros de calibración.

4.3 Demora en una Sección de Ruta

La demora en una sección de ruta corresponde a la suma del tiempo de viaje de la sección de ruta, más la demora por conexión, asociada al servicio o conjunto de servicios que componen la sección de ruta. El tiempo de viaje se compone de las demoras en las siguientes operaciones: ensamble e inspección de salida en el patio de origen, viaje entre los patios origen-destino, y recepción e inspección de llegada en el patio de destino. Como, generalmente, tanto la primera como la tercera operación no presentan congestión pueden considerarse como tiempos fijos (Petersen, 1977b). Por su parte, de acuerdo al enfoque de modelación seguido, el tiempo de viaje entre los patios origen-destino también es una constante, determinada exógenamente basándose en la programación de los servicios. Luego la única parte variable de esta función estará relacionada con la demora de conexión.

Para modelar la demora de conexión se considera indirectamente una restricción en el total de carga (peso) que puede transportar cada servicio, a través de un aumento en las demoras de conexión que experimenten los carros cuando utilizan un servicio que opera cercano a su capacidad. Para ello, se utilizan funciones polinomiales que permiten aproximar la forma funcional de las demoras de conexión a las obtenidas de teoría de colas (Crainic y Gendreau, 1986), como las utilizadas para transporte público por De Cea y Fernández (1993). De esta forma, se propone una especificación como la siguiente para la demora media en una sección de ruta:

$$DMeSR_s^p = DFSR_s + \left(\frac{\alpha}{freq_s} \right) + \beta SR_s \cdot \left(\frac{V_s^p + \tilde{V}_s^p}{K_s} \right)^{nSR_s} \quad (16)$$

$$\text{donde: } \tilde{V}_s^p = \hat{V}_s^p + \bar{V}_s^p \quad (17)$$

$DMeSR_s^p$: Demora media en la sección de ruta s para carros con prioridad p .

$DFSR_s$: Demora fija en la sección de ruta s . Ésta corresponde a la suma de las demoras en las siguientes operaciones: ensamble e inspección de salida en el patio de origen; viaje entre los patios origen-destino; y recepción e inspección de llegada en el patio de destino.

$freq_s$: Frecuencia total de trenes que operan en la sección de ruta s .

K_s : Capacidad de la sección de ruta s , en términos de máximo peso que puede ser transportado.

α : Parámetro de calibración, asociado a las distribuciones de tiempo entre servicios.

$\beta SR_s \wedge nSR_s$: Parámetros de calibración.

V_s^p : Flujo en toneladas de carros con prioridad p , que esperan tomar la sección de ruta s en el nodo origen de ésta, $i(s)$.

\tilde{V}_s^p : Flujo en toneladas complementario a V_s^p , compuesto de un flujo que compite por la misma capacidad, al que llamaremos flujo compitente, \hat{V}_s^p ; y otro que quita capacidad a la sección de ruta s , al que denominaremos flujo prioritario, \bar{V}_s^p .

\hat{V}_s^p : Flujo en toneladas compitente a V_s^p , corresponde a todos aquellos flujos de carros con el mismo nodo origen, $i(s)$, e igual prioridad p , que usan otras secciones de ruta compuestas de trenes (o servicios) que también pertenecen a la sección de ruta s .

\bar{V}_s^p : Flujo en toneladas prioritario a V_s^p , compuesto de: flujos que ya venían en los trenes de la sección de ruta s y que no se bajan en $i(s)$; y flujos con el mismo nodo origen, $i(s)$, y mayor

prioridad que p , que usan secciones de ruta compuestas de trenes (o servicios) que pertenecen a la sección de ruta s .

De acuerdo al enfoque seguido, se considera como prioritarios a los flujos que ya venían en el tren. De esta forma, los carros que esperan una sección de ruta, en una determinada parada, utilizarán la capacidad remanente de acuerdo a sus prioridades. Esto puede expresarse, en la expresión de flujos complementarios, como:

$$\hat{V}_s^p = \sum_{t \in s} \sum_{r \in N_{i(s)}^+} (v_r^t)^p \quad (18)$$

$$\tilde{V}_s^p = \sum_{q > p} V_s^q + \sum_{t \in s} \sum_{r \in N_{i(s)}^+} \sum_{q > p} (v_r^t)^q + \sum_{t \in s} \sum_{r \in N_{i(s)}^-} \sum_{\forall q} (v_r^t)^q \quad (19)$$

$$\tilde{\tilde{V}}_s^p = \underbrace{\sum_{q > p} V_s^q}_{(1)} + \underbrace{\sum_{t \in s} \sum_{r \in N_{i(s)}^+} \sum_{q \geq p} (v_r^t)^q}_{(2)} + \underbrace{\sum_{t \in s} \sum_{r \in N_{i(s)}^-} \sum_{\forall q} (v_r^t)^q}_{(3)} \quad (20)$$

donde:

$(v_r^t)^p$: Flujo en toneladas de carros con prioridad p que viajan sobre la sección de ruta s en el servicio o tren t .

$S_{i(s)}^+$: Conjunto de secciones de ruta con nodo de inicio $i(s)$.

$S_{i(s)}^-$: Conjunto de secciones con nodo de inicial antes de $i(s)$ y final después de $i(s)$, compuestas de trenes (o servicios) pertenecientes s .

En la ecuación (20) el término (1) representa a flujos prioritarios (con mayor prioridad) que usan la misma sección de ruta s ; (2) a flujos de igual (compitentes) o mayor prioridad (prioritarios) con origen en el mismo nodo, que usan servicios pertenecientes a la sección de ruta s , en otras secciones de ruta; y (3) a los flujos prioritarios que utilizan servicios pertenecientes a la sección de ruta s , en secciones de ruta con nodo origen anterior y destino posterior al origen de la sección de ruta s .

5. FORMULACIÓN MATEMÁTICA DEL PROBLEMA

A partir de las funciones de costo antes definidas, y considerando el modelo de distribución definido por la ecuación (10), se puede formular el problema que resuelve el operador como la siguiente desigualdad variacional:

$$\bar{C}^T(\bar{X}^*) \cdot (\bar{X} - \bar{X}^*) - G^T(\bar{T}^*) \cdot (\bar{T}^e - \bar{T}^*) \geq 0 \quad ; \forall \bar{X}, \bar{T}^e \in \Omega \quad (21)$$

En que $\bar{C}^T = \{CCO_a^{vp}, CCI_a, CSR_s^{vp}\}$ es el vector traspuesto de funciones de costos en los arcos de la red de servicios. $\bar{X}^* = \{\bar{F}^*, \bar{V}^*\}$ es el vector de flujos de equilibrio en los arcos de esta red, compuesto de $\bar{F}^* = \{f_u^{vp, \pi}\}$ vector de flujo de carros en los arcos de consolidación y clasificación de la red, y $\bar{V}^* = \{V_s^{vp, \pi}\}$ vector de flujo de equilibrio en toneladas de las secciones de ruta. $\bar{X} = \{\bar{F}, \bar{V}\}$ es un vector de flujos factibles. $\bar{G}^T = \{g_w^{vp, \pi}\}$ es el vector traspuesto de las inversas de las funciones de

demanda por transporte de carros vacíos. $\bar{T}^{\varepsilon^*} = \{T_w^{vp,\varepsilon^*}\}$ es el vector de demanda de viajes de carros vacíos en el equilibrio. $\bar{T}^{\varepsilon} = \{T_w^{vp,\varepsilon}\}$ es un vector factible de demanda por transporte de carros vacíos. Ω es el conjunto que contiene todos los vectores factibles de flujos de todos tipos de carros y demandas de viajes de carros vacíos. Este conjunto Ω queda definido por el siguiente conjunto de restricciones (22) a (33):

$$T_w^{vp,\varepsilon} = \sum_{r \in R_w} h_r^{vp,\varepsilon} \quad ; \forall w \in W, \forall v \in V, \forall p \quad (22)$$

$$T_w^{vp,\pi} = \sum_{r \in R_w} h_r^{vp,\pi} \quad ; \forall w \in W, \forall v \in V, \forall p, \forall \pi \quad (23)$$

$$O_i^{vp,\varepsilon} = \sum_{j \in I} T_w^{vp,\varepsilon} \quad ; \forall i \in O, \forall v \in V, \forall p \quad (24)$$

$$D_j^{vp,\varepsilon} = \sum_{i \in I} T_w^{vp,\varepsilon} \quad ; \forall j \in D, \forall v \in V, \forall p \quad (25)$$

$$f_a^{vp} = \sum_{r \in R} \delta_{ar} \cdot \left(\sum_{\pi} h_r^{vp,\pi} \right) \quad ; \forall a \in Co, \forall v \in V, \forall p \quad (26)$$

$$f_a = \sum_{r \in R} \delta_{ar} \left(\sum_v \sum_p \left(h_r^{vp,\varepsilon} + \sum_{\pi} h_r^{vp,\pi} \right) \right) \quad ; \forall a \in Cl \quad (27)$$

$$V_s^{vp} = \sum_{r \in R} \delta_{sr} \left(h_r^{vp,\varepsilon} \cdot \omega_v^{\varepsilon} + \sum_{\pi} h_r^{vp,\pi} \cdot \omega_v^{\pi} \right) \quad ; \forall s \in SR, \forall v \in V, \forall p \quad (28)$$

$$V_s^{vp} = \omega_v^{\varepsilon} \cdot f_s^{vp,\varepsilon} + \sum_{\pi} \omega_v^{\pi} \cdot f_s^{vp,\pi} \quad ; \forall s \in SR, \forall v \in V, \forall p \quad (29)$$

$$\delta_{ar} = \begin{cases} 1 & \text{si } a \in r \\ 0 & \text{si } a \notin r \end{cases} \quad ; \forall a \in \{Co \cup Cl\}, \forall r \in R \quad (30)$$

$$\delta_{sr} = \begin{cases} 1 & \text{si } s \in r \\ 0 & \text{si } s \notin r \end{cases} \quad ; \forall s \in SR, \forall r \in R \quad (31)$$

$$T_w^{vp,\varepsilon} \geq 0 \quad ; \forall w \in W, \forall v \in V, \forall p \quad (32)$$

$$h_r^{vp,\varepsilon} \geq 0 \quad ; \forall w \in W, \forall v \in V, \forall p \quad (33)$$

$$h_r^{vp,\pi} \geq 0 \quad ; \forall w \in W, \forall v \in V, \forall p, \forall \pi \quad (34)$$

Las restricciones (22) y (23) son las clásicas restricciones de continuidad de flujo en rutas, en tanto, (24) y (25) representan la generación y atracción de carros vacíos en cada uno de los patios de la red. (26), (27), (28) y (29) compatibilizan los flujos en rutas con los flujos en arcos, para: el flujo de carros de cada tipo en cada arco de consolidación; el flujo de carros a ser clasificados en cada patio; y el peso total transportado en cada sección de ruta. Finalmente, (30) y (31) corresponden a las matrices de incidencia arco-ruta, y (32), (33) y (34) son las restricciones de no negatividad.

Tal como está planteado, el modelo (21) no tiene un problema de optimización equivalente, ya que el Jacobiano de la función de costos en los arcos denominados secciones de ruta, $J(\bar{C}(\bar{V}^*))$, es en general asimétrico (Florian y Spiess, 1982).

Se debe señalar que, si bien los resultados del modelo entregan sólo flujos en secciones de ruta, los flujos en las distintas secciones de servicio que componen una sección de ruta se pueden calcular, en base a las frecuencias nominales de los servicios, como:

$$v_{t,s}^{vp} = \frac{frec_t \cdot V_s^{vp}}{frec_s} \quad ; \forall t \in s, \forall s \in SR, \forall v \in V, \forall p \quad (35)$$

$$, \text{ donde: } frec_s = \sum_{t \in s} frec_t$$

Desde un punto de vista estricto lo correcto sería considerar las frecuencias efectivas de los servicios (Fernández y De Cea, 1993), y por lo tanto (35) representa una simplificación cuya relajación se deja para desarrollos futuros.

6. ALGORITMOS DE SOLUCIÓN

Para resolver el modelo antes planteado se puede utilizar algún algoritmo capaz de resolver directamente desigualdades variacionales como la presentada en (21), como el algoritmo de planos cortantes (Nguyen y Dupuis, 1984) u otro método para resolver desigualdades variacionales (Harker y Pang, 1987). Un enfoque que ha sido exitoso en la resolución de problemas de asignación a redes asimétricas corresponde a la técnica de “diagonalización” (Florian, 1977; Abdulaal y LeBlanc, 1979). Este método corresponde a un enfoque iterativo del método de Jacobi para resolver problemas con ecuaciones no lineales (Pang y Chan, 1982). Al interior de cada iteración (problema diagonalizado) se debe resolver un problema de programación matemática de distribución asignación conjunta que puede escribirse de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \min_{\{\vec{F}, \vec{V}, \vec{T}^e\}} Z = & \sum_{a \in CA} \sum_v \sum_p \int_0^{f_a^{vp}} \hat{C}Co_a^{vp}(x) dx + \sum_{a \in CI} \int_0^{f_a} \hat{C}CI_a(x) dx \\ & + \sum_{s \in SR} \sum_v \sum_p \int_0^{V_s^{vp}} \hat{C}SR_s^{vp}(x) dx \\ & + \frac{1}{\gamma} \sum_{w \in H} \sum_v \sum_p T_w^{vp,e} \cdot (\ln T_w^{vp,e} - 1) \end{aligned} \quad (35)$$

$$s.a.: \quad \vec{F}, \vec{V}, \vec{T}^e \in \Omega$$

En el que $\hat{\cdot}$ sobre los arcos de consolidación y secciones de ruta significan que estas variables se encuentran diagonalizadas. El problema diagonalizado (35) puede resolverse efectivamente usando una adaptación del algoritmo de Frank-Wolfe.

7. CONCLUSIONES

En el presente trabajo se desarrolló un modelo de transporte ferroviario que considera los siguientes aspectos novedosos: i) la distribución de vehículos vacíos se resuelve conjuntamente con la asignación considerando los costos de operación de las rutas; ii) se consideran prioridades, para los distintos carros en función de las cargas que transportan; iii) se considera la restricción de cada tipo de carros en el sistema, a través de la demora experimentada en el despacho de cargas, que requieren ese tipo de carros, a través de un arco de consolidación, para ello se utiliza una transformación especial de la red.

El problema de predecir los flujos de equilibrio sobre un sistema de transporte ferroviario con las características planteadas se formula como una desigualdad variacional con restricciones lineales. Finalmente se propone un algoritmo de solución basado en el algoritmo de diagonalización (LeBlanc et al, 1975; Florian y Spiess, 1982).

8. REFERENCIAS

- Abdulaal, M. y LeBlanc, L.J. (1979) Methods for Combining Modal Split and Equilibrium Assignment Models. *Transportation Research*, 13, 292-314.
- Assad, A.A.(1980) Models of Rail Networks: Toward a Routing/Makeup Model. *Transportation Research*, 14B, 101-114.
- Crainic, T.G., Ferland, J.A. y Rousseau, J.M. (1984) A Tactical Planning Model for Rail Freight Transportation. *Transportation Science*, 18(2), 165-184.
- Crainic, T.G., Florian, M. y Guélat, J. (1990) A Multimode Multiproduct Network Assignment Model for Strategic Planning of Freight Flows. *Transportation Science* 24(1), 25-39.
- Crainic, T.G., Florian, M. y Léal, J.E. (1990) A Model for the Strategic Planning of National Freight Transportation by Rail. *Transportation Science*, 24(1), 1-24.
- Crainic, T.G. y Gendreau, M. (1986) Approximate Formulas for the Computation of Connection Delays under Capacity Restriction in Rail Freight Transportation. *Proceeding of the fourth World Conference on Transport Research*, May 1986, Vancouver, Canada.
- De Cea, J. y Fernández, J.E. (1993) Transit Assignment for Congested Public Transport Systems: An Equilibrium Model. *Transportation Science*, 27(2), 133-147.
- Dejax, P. y Crainic, T.G. (1987) A Review of Empty Flows and Fleet Management Models in Freight Transportation. *Transportation Science*, 21(4), 227-247.
- Fernández, J.E. y De Cea, J. (1995) Modelos de Redes de Transporte Interurbano de Carga: Estado del Arte. *Actas del VII Congreso Chileno de Ingeniería de Transporte*, Octubre 1995, Santiago, Chile.
- Fernández, J.E. y De Cea, J. (1996) Predicting Intercity Freight Flows: A Simultaneous Supply-Demand Network Approach. *Presentado en 4th Meeting of the EURO Working Group on Transportation*, University of Newcastle, 9-11 Sept. 1996.
- Fernández, J.E., J. De Cea y A. Soto (1998) Multimodal Equilibrium Models for Predicting Intercity Freight Flows. *Presented to Transportation Research for publication*.
- Florian, M. (1977) A Traffic Equilibrium Model of Travel by Car and Public Transit Modes. *Transportation Science*, 8, 166-179.
- Florian, M. y Spiess, H. (1982) The Convergence of Diagonalization Algorithm for Asymmetric Network Equilibrium Problems. *Transportation Research*, 16B(2), 447-483.
- Folk, J.F. (1972) Some Analysis of Railroad Data. *Studies in Railroad Operation and Economics*, Vol. 6, Report No. R72-41, Department of Civil Eng., MIT, Cambridge, MA.
- Friesz, T.L., Gottfried, J.A. y Morlok E.K. (1986) A Sequential Shipper-Carrier Network Model for Predicting Freight Flows. *Transportation Science*, 20(2), 80-91.

- Harker, P.T. y Pang, J. (1987) *Finite-Dimensional Variational Inequalities and Nonlinear Complementarity Problems: A Survey of Theory, Algorithms and Applications*. Department of Decision Sciences, the Wharton School, University of Pennsylvania.
- LeBlanc, L.J., Morlok, E.K. y Pierskalla, W.P. (1975) An Efficient Approach to Solving the Road Network Traffic Assignment Problem. *Transportation Research*, 5, 309-318.
- Marín, A., Menéndez, A.L. y Salmerón, J. (1993) Planificación Táctica del Transporte de Mercancías por Ferrocarril, *Estudios de Transportes y Comunicaciones*, N°61, Oct-Dic 1993, Ministerio de Obras Públicas, Transportes y Medio Ambiente de España.
- Mendiratta, V.B. (1982) A Dynamic Optimization Model of the Empty Car Distribution Process. Ph.D. Thesis, Department of Civil Eng., Northwestern University.
- Nguyen, S. y Dupuis, C. (1984) An Efficient Method for Computing Traffic Equilibria in Networks with Asymmetric Transportation Costs, *Transportation Science*, 18, 185-202.
- Pang, J.M. y Chan, D. (1982) Iterative Methods for Variational and Complementarity Problems. *Math. Program*, 24, 284-313.
- Payraud, R. (1981) La Modélisation du Transport des Marchandises: Le Modèle MASUP. *Revue Générale des Chemin de Fer*, 743-750.
- Petersen, E.R. (1977a), Railyard Modeling: Part I: Prediction of put-through Time, *Transportation Science*, 11(1), 37-49.
- Petersen, E.R. (1977b), Railyard Modeling: Part II: The Effect of Yard Facilities on Congestion, *Transportation Science*, 11(1), 50-59.
- Petersen, E.R. y Fullerton, H.V. (1975) The Railcar Network Models. Canadian Institute of Guided Ground Transport, Queen's University, Kingston, Ontario, Canada.
- Reebie Associates (1972) Toward an Effective Demurrage System. prepared for the US Department of Transportation, Federal Railroad Administration, 1972.
- Reid, R.M., O'Doherty, J.D., Sussman, J.M. y Lang, A.S. (1972) The Impact of Classification Yard Performance on Rail Trip Time Reliability, *Studies in Railroad Operations and economics* 4, Department of Civil Eng., MIT, Cambridge, MA.
- Turnquist, M.A. y Daskin, M.S. (1982), Queuing Models of Classification and Connection Delay in Railroads, *Transportation Science*, 16(2), 207-230.
- Wardrop, J.G. (1952), Some Theoretical Aspects of Road Traffic Research, in *Proceedings of the Institute of Civil Engineering*, Part II, pp. 325-378.