

INTERVALOS DE CONFIANZA PARA DELIMITAR EL VALOR DEL TIEMPO

Paula Armstrong, Rodrigo Garrido y Juan de Dios Ortúzar
Departamento de Ingeniería de Transporte
Pontificia Universidad Católica de Chile
Casilla 306, Código 105, Santiago 22, Chile
Fono: 686 4822; Fax: 552 4054; e-mail: jos@ing.puc.cl

Resumen

La forma de evaluar el Valor Subjetivo del Tiempo (VST) consiste básicamente en encontrar la tasa marginal de sustitución entre tiempo y costo de viaje, en general a partir de modelos desagregados de elección discreta basados en la teoría de utilidad aleatoria. Sin embargo, dado que la calibración de estos modelos entrega sólo un estimador del verdadero valor de sus parámetros (con cierta distribución de probabilidad), el VST calculado es también un estimador del “verdadero” VST (con otra distribución de probabilidad). De lo anterior se deduce que resulta útil disponer de un método que permita incorporar la aleatoriedad de los VST así calculados. En este trabajo se introduce una forma práctica de hacerlo, reemplazando la estimación puntual por la construcción de un intervalo de confiabilidad para el VST dado un cierto nivel de significación (ICVST). Esto permite además, conocer los límites (inferior y superior) que podrían ser utilizados para un análisis de sensibilidad en el cálculo de la rentabilidad de proyectos de inversión en infraestructura de transporte. Se propone dos formas de construir los ICVST: Test-t y Test-LR y se discute la construcción de intervalos para modelos Logit Simple (LS), Jerárquico (LJ) y Box-cox (LBC), calibrados con dos muestras en que se ha medido los valores de nivel de servicio con un alto grado de precisión. Se estudian también otros métodos: la simulación de normales multivariadas, suposición de normalidad del VST y el método Jakknife de remuestreo, y se analizan sus ventajas y desventajas. Además, se estudian los efectos de distintos elementos de la modelación sobre el tamaño y calidad de los intervalos construidos, tales como especificación de los modelos, aumento del tamaño muestral y nivel de ingreso de los individuos. Finalmente, se compara los métodos propuestos y se indican las condiciones en que parece recomendable utilizar cada uno de éstos.

1. Introducción

Para determinar el Valor Social del Tiempo, es importante conocer cuál es el valor que los usuarios del sistema de transporte asignan a este recurso. Este Valor Subjetivo del Tiempo (VST), se obtiene normalmente a partir de modelos desagregados de elección discreta basados en la teoría de utilidad aleatoria (ver Ben Akiva y Lerman, 1985). Tradicionalmente, el tipo de función de utilidad representativa empleada por estos modelos es la aditiva y lineal en los parámetros. Bajo este tipo de función de utilidad, el VST, evaluado como la tasa marginal de sustitución entre tiempo t_i y costo de viaje C_i , a utilidad constante, corresponde a la razón entre los coeficientes de tiempo θ_t y costo de viaje θ_c (ver por ejemplo, Gaudry *et al*, 1989):

$$VST = \frac{\theta_t}{\theta_c} \quad (1)$$

El cuociente de la expresión (1) será llamado en adelante "estimador puntual" del VST, pero es importante destacar que la calibración de los modelos entrega estimadores del valor de los parámetros que son variables aleatorias (VA) con una cierta función densidad de probabilidad (FDP). Por lo tanto, el VST es también una VA que tiene asociada otra FDP. Así, parece interesante (ver Garrido y Ortúzar, 1993) reemplazar la estimación puntual tradicional por la construcción de un intervalo de confianza para el VST (dado un cierto nivel de confianza).

El objetivo central de este trabajo es proponer métodos prácticos para encontrar estos intervalos de confianza. De este modo se podrían realizar también, mejores análisis de sensibilidad en el cálculo de la rentabilidad de proyectos de inversión en infraestructura de transporte. El resto del trabajo está estructurado de la siguiente forma. En la sección 2 se discuten variados métodos para construir intervalos de confianza para el VST. En la sección 3 se describe la información disponible para el análisis. En la sección 4 se examina el impacto de estructura del modelo y forma funcional en la calidad de los intervalos estimados. En la sección 5 se presentan resultados obtenidos con los métodos alternativos sugeridos en la literatura y en la sección 6 se resumen nuestras principales conclusiones.

2. Intervalos de Confianza para el Valor Subjetivo del Tiempo

La calibración de modelos de elección discreta, mediante el método de máxima verosimilitud, entrega parámetros estimados que tienen una distribución que asintóticamente coincide con una Normal multivariada para muestras grandes (Ben-Akiva y Lerman, 1985). En consecuencia, el estimador del VST también tiene una FDP, de la que se podría obtener información necesaria para la construcción de intervalos de confianza para el VST (ICVST). Ahora, como esta FDP corresponde a la generada por la división de dos variables Normales multivariadas, no es posible conocer a priori la FDP del VST. Por ejemplo, si se tratara de dos VA independientemente distribuidas Normal estándar, su cuociente seguiría una FDP de Cauchy (Arnold y Brockett, 1992), que es inestable puesto que su varianza es infinita y su media no tiene expresión analítica. Si se tratara de dos VA Normal bivariada, con correlación, entonces su cuociente seguiría una FDP con otra expresión (más compleja que la de Cauchy), también inestable (Fieller, 1933).

Dado lo anterior, es muy posible que el cuociente entre los parámetros θ_t y θ_c , que provienen de una población Normal multivariada y están correlacionadas, esté gobernado por una FDP inestable. Es

necesario entonces encontrar algún procedimiento econométrico que permita realizar inferencia sobre este cociente sin recurrir al uso directo de la FDP asociada. Así, como el estimador del VST puede presentar gran variabilidad, sería interesante conocer su rango de variación tal que todos los valores comprendidos en ese rango tengan la misma probabilidad de replicar los objetivos de calibración del modelo de elección discreta del que provienen.

Métodos propuestos

El test t asintótico

El test t asintótico se utiliza habitualmente para probar si un parámetro (distribuido Normal) es significativamente distinto de cero. Ben-Akiva y Lerman (1985) presentan una extensión de la prueba para una relación lineal entre los parámetros. Así, considerando que θ_t y θ_c distribuyen asintóticamente Normal, es posible realizar el siguiente test de hipótesis:

$$H_0 : \theta_t - V\theta_c = 0 \quad (2)$$

en que V representa el VST que se desea probar. El intervalo se construye encontrando todo el rango de valores de V para los cuales no es posible rechazar H_0 . El estadígrafo asociado es:

$$t = \frac{\theta_t - V\theta_c}{\sqrt{\text{Var}(\theta_t - V\theta_c)}} \quad (3)$$

que distribuye Normal para modelos lineales y asintóticamente Normal en modelos no lineales como el Logit Simple (ver Ben Akiva y Lerman, 1985). Garrido y Ortúzar (1993) desarrollaron lo anterior y obtuvieron los límites superior V_S e inferior V_I , del intervalo:

$$V_{S,I} = V^* \left(\frac{t_c}{t_t} \right) \frac{(t_t t_c - \rho t^2)}{(t_c^2 - t^2)} \pm V^* \left(\frac{t_c}{t_t} \right) \frac{\sqrt{(\rho t^2 - t_t t_c)^2 - (t_t^2 - t^2)(t_c^2 - t^2)}}{(t_c^2 - t^2)} \quad (4)$$

donde σ_t y σ_c corresponden a las desviaciones estándar de los parámetros θ_t y θ_c , ρ es el coeficiente de correlación entre éstos y V^* es el estimador puntual del VST. Cabe destacar que para obtener límites reales del intervalo es necesario que el término bajo la raíz en la ecuación (4) sea siempre positivo. Es fácil demostrar que esto se cumple siempre que los parámetros θ_t y θ_c sean significativos (tal que t_c y t_t sean mayores que t). Con esta condición también se tienen cotas (superior e inferior) positivas. Esto sucede normalmente en los modelos utilizados y/o estimados en proyectos de transporte, por lo que no presenta un problema real.

Este método permite encontrar los límites del intervalo sin reconocer ninguna distribución de V en particular (sí de θ_t y θ_c). Se puede observar que el intervalo derivado a partir de esta formulación no es simétrico con respecto a la estimación puntual del VST, y ciertamente el valor medio del intervalo es mayor que éste.

El valor de la correlación entre los coeficientes de tiempo y costo influye fuertemente en el tamaño del intervalo, observándose que a medida que ésta toma valores cada vez más positivos, el rango del

intervalo disminuye. Por otro lado, los intervalos con un rango menor se obtienen a partir de estadígrafos más significativos, debido a la forma de la derivada del intervalo del VST con respecto t_i y t_c (para mayores detalles, ver Armstrong, 1998).

Es razonable pensar que al crecer el tamaño muestral (N), el rango (longitud del intervalo) disminuya y se aproxime al VST estimado en forma puntual. De hecho, en el límite, cuando N tiende a infinito, se cumple que:

$$\lim_{\substack{N \rightarrow \infty \\ t_i, t_c \rightarrow \infty}} V_{S,I} = V^* \quad (5)$$

El test de razón de verosimilitud

Este método se basa en ingresar una restricción en el proceso de calibración de los modelos, comparando la eficiencia estadística de la estimación con respecto al caso no restringido. El uso de este test corresponde exactamente al procedimiento empleado al especificar modelos con estimación restringida; en este caso sobre la restricción lineal representada por la ecuación (2). En otras palabras, se debe encontrar el rango de valores de V para los cuales es válida la restricción, de acuerdo al siguiente estadígrafo:

$$LR = -2 [l(\theta_r) - l(\theta)] \quad (6)$$

donde $l(\theta)$ y $l(\theta_r)$ son el logaritmo de la función de verosimilitud de los modelos general y restringido respectivamente (Ortúzar y Willumsen, 1994). LR distribuye χ^2 con un grado de libertad (que corresponde a la única restricción impuesta).

Una ventaja de este método es que puede ser aplicado a modelos con función de utilidad no necesariamente lineal. Sin embargo, el proceso de construcción del intervalo es algo más tedioso que en el caso anterior, pues requiere un procedimiento iterativo para obtener cada límite. Para calcular el límite inferior, por ejemplo, se debe calibrar el modelo sin restringir, obtener el valor de $l(\theta)$ y calcular V^* como el VST puntual. Luego, definir un valor inicial de V (por ejemplo, V^*) y calibrar el modelo restringido para obtener $l(\theta_r)$; definir un valor p para el paso en que se modificará V , y calcular $LR = -2 [l(\theta_r) - l(\theta)]$. Entonces, si $LR > \chi^2(1, 1 - \alpha) \Rightarrow V = V + p$, y se debe volver a calibrar el modelo (en caso contrario, disminuir V en p). Este procedimiento se debe repetir hasta que $LR = \chi^2(1, 1 - \alpha) \Rightarrow V = V_l$, es decir, corresponda al límite inferior.

Aunque parece interesante examinar la relación entre ambos métodos, numerosos especialistas que han estudiado las ventajas y desventajas relativas de ambos tests no han logrado probar la superioridad de ninguno de ellos (ver por ejemplo Cramer, 1989). Por esto se busca obtener resultados empíricos que permitan recomendar el uso de uno u otro dependiendo de las características específicas de las muestras utilizadas en la estimación.

Métodos sugeridos en la literatura

Al comenzar esta investigación (Garrido y Ortúzar, 1993) no existía información conocida que propusiese alguna forma de construir intervalos de confianza para el VST. Pero, en los últimos años han surgido interesantes investigaciones referentes a este tema.

Simulación de Normales multivariadas

Ettema *et al* (1997) discuten un método para construir intervalos de confianza de medidas expandidas del VST, en que tanto el parámetro del tiempo como el del costo interactúan con otras variables de segmentación. El procedimiento considera el uso de un proceso de estimación de Jackknife para derivar intervalos de confianza corregidos del efecto producido por observaciones repetidas en datos de PD. Después usa una técnica de simulación que simultáneamente calcula parámetros de una distribución Normal multivariada, definida por la matriz de covarianza de los parámetros estimados, calculando valores para los parámetros de tiempo y costo un número suficientemente grande de veces (idealmente 1.000), y construyendo así un intervalo de confianza a partir de un estimador de la media y varianza de la muestra generada. Es posible simular valores para los parámetros de tiempo de viaje, tiempo de espera, tiempo de caminata y costo, en forma simultánea, utilizando la matriz de covarianza entregada por ALOGIT. Finalmente, calculando los percentiles 0,025 y 0,975 se obtienen los límites del intervalo al 95% de confianza.

Lo más interesante de este método es que no introduce supuestos adicionales, sólo se basa en la propiedad de normalidad de los estimadores máximo verosímiles. Además de ser un método aplicable a cualquier tipo de especificación de la función de utilidad, considera tanto la varianza de los parámetros como la correlación entre éstos. Los resultados sugieren que al aumentar la correlación el tamaño de los intervalos decrece, indicando que al no considerarla se debiera obtener resultados extremos.

Normalidad del VST

Yadlin (1997) construye intervalos de confianza suponiendo que la función continua de un estimador que distribuye Normal con cierta media y varianza, también distribuye Normal con otra media y varianza. Así, el estimador del VST distribuye asintóticamente Normal con media igual a la razón entre los parámetros estimados para las variables tiempo y costo (θ_t y θ_c), y con varianza definida por:

$$Var(VST) = \frac{1}{N\theta_c^2} \left[\sigma_t^2 + \frac{\theta_t}{\theta_c} \left(\frac{\theta_t}{\theta_c} \sigma_c^2 - 2\rho\sigma_t\sigma_c \right) \right] \quad (7)$$

donde N es el número de observaciones en la muestra. Este método es muy simple y produce intervalos de confianza bastante pequeños. Sin embargo, se basa en que la función sea continua, es decir, en que la probabilidad que el parámetro del costo tome el valor cero es nula. Además, asume que el valor medio del intervalo coincide justamente con el VST calculado en forma puntual, lo que en realidad no ocurre para muestras de tamaño práctico o manejable.

Métodos de remuestreo

En este caso se generan numerosas submuestras a partir de la muestra original, calibrando un modelo (con la misma especificación) para cada una de ellas. Así se obtienen numerosos valores del VST, que permiten calcular su distribución de probabilidad aproximada. Finalmente, se determina para que valor del VST ocurre que la probabilidad acumulada es igual a los percentiles 0,025 y 0,975 (esto es, un 95% de confianza).

Lamentablemente esto no es fácil de realizar por dos motivos: primero, la muestra original debiera ser de un tamaño tal que permitiera subdividirla en numerosos subconjuntos. Asumiendo que no se tiene una muestra de gran tamaño, un método utilizado para generar submuestras en forma artificial es la simulación de elecciones, pero este procedimiento implícitamente obliga a que los estimadores sean muy similares a los estimados con la muestra original, por lo que no se logra obtener un rango de valores para el VST.

Afortunadamente, existen los métodos de remuestreo. Dentro de éstos destacan las técnicas de Jackknife y Bootstrap (Shao y Tu, 1995) por ser las mayormente utilizadas en la práctica; se recomiendan cuando no se tiene una solución analítica para obtener estimadores insesgados de un estadístico y su varianza. Ambos métodos operan tomando submuestras a partir de la muestra original. Jackknife lo hace borrando observaciones disponibles, mientras que Bootstrap trabaja generando aleatoriamente, con reemplazo, una submuestra con igual número de observaciones que la original. Lamentablemente, distintas combinaciones de individuos o elecciones generan distintos resultados en la modelación. Además, se hace imposible en la práctica generar todas las combinaciones posibles (2^N , en que N es el tamaño de la muestra original). Finalmente, segmentos formados por pocos individuos o elecciones impiden estimar modelos significativos, por lo que habría que descartar ciertas combinaciones.

A pesar de lo anterior, y sólo a modo de ejemplo, se presentan más adelante los resultados obtenidos con el método Jackknife para 100 re-muestreos eliminando aleatoriamente cinco individuos cada vez.

3. Información Disponible

La información básica disponible para este estudio consistió en datos sobre elección de medio de transporte para viajes al trabajo en hora punta de la mañana, recolectados en 1983 y 1985. Las muestras corresponden a información proveniente de dos corredores urbanos de Santiago: Las Condes-Centro con 697 observaciones y San Miguel-Centro con 677 observaciones. Estas muestras han sido estudiadas anteriormente (Parra, 1988; Velasco, 1994), por lo que se utilizan los modelos recomendados en esos estudios. Los habitantes de estos corredores presentan importantes diferencias respecto a ingreso, tasa de motorización e incluso calidad de las alternativas disponibles. Para una detallada descripción estadística de los datos ver Parra (1988).

Con el fin de efectuar estratificaciones por ingreso se usará, además, la muestra total estratificada de acuerdo a ingreso familiar. Dado que los datos fueron recolectados en diferentes años, para trabajar con la muestra completa se actualizaron los costos modales y el ingreso de los individuos a moneda de mayo de 1985.

En ambos corredores, es posible elegir entre cinco modos puros (Auto chofer, Auto acompañante, Taxi colectivo, Metro y Bus) y sus combinaciones con el Metro, lo que da un total de nueve alternativas. Las variables de servicio más representativas son: TVIA, tiempo de viaje en vehículo (min.); TESP, tiempo de espera (min.); TCAM, tiempo de caminata (min.) y C/g, Costo de viaje (\$) dividido por la tasa de gasto (\$/min.). Se espera que todas estas variables tengan un efecto negativo en la función de utilidad representativa.

Las variables socioeconómicas consideradas son: SEXO, variable muda que vale uno si el individuo es de sexo femenino y cero en el otro caso; AUTLIC, competencia por automóvil (número de autos en el hogar dividido por el número de licencias de conducir en el hogar, con un máximo de uno). AUTLIC se incluye en los modos Auto chofer y Auto chofer-Metro, esperándose un signo positivo en su coeficiente, mientras que SEXO se incluye en los modos Auto acompañante, Taxi colectivo y Auto acompañante-Metro, esperándose que su signo sea negativo (ya que son modos favorecidos por las personas de sexo femenino).

Los mejores modelos estimados para la muestra Las Condes-Centro fueron aquellos en que la función de utilidad incluía una variable que representaba el costo modal dividido por la tasa de gasto (Jara-Díaz y Ortúzar, 1989), definida como el ingreso dividido por el tiempo disponible para consumo (T-W), que es igual al tiempo total (T) menos el tiempo dedicado al trabajo (W). Se utiliza también una especificación de la función de utilidad que reemplaza la tasa de gasto por la tasa salarial (ingreso dividido por W), basándose en los supuestos del enfoque tradicional de Train y McFadden (1978).

4. Impacto en la Calidad de los ICVST

4.1 Estructura del modelo

Acá, se intenta analizar el efecto que produce el tipo de estructura en el tamaño del intervalo. Para esto, se calibraron modelos de tipo Logit Simple (LS), jerárquico (LJ) y Box-Cox (LBC) con la muestra Las Condes-Centro. El modelo LJ-1 considera un nido Transporte Público, que incluye todos los modos excepto Auto-chofer y Auto-acompañante. El modelo LJ-2 también considera un nido Transporte Privado, agrupando ambos modos anteriores. Además, se utilizó un modelo LBC estimado por Velasco (1994) para la misma muestra, mediante el paquete computacional TRIO (Gaudry *et al.*, 1994). Como este presentaba una especificación con el costo dividido por la tasa salarial, al calibrar los modelos LS y LJ se utilizó la misma especificación a fin de facilitar la comparación. Los mejores modelos obtenidos se presentan en la Tabla 1; en el caso del LBC además de los valores de los parámetros y sus test-t, se entregan los respectivos valores del parámetro de la transformada, λ .

Los modelos calibrados entregan parámetros estimados con signos de acuerdo a lo esperado y significativos (sólo los modelos LS y LBC presentan test-t de 1,80 y 1,36 para el coeficiente de Sexo, lo que implica un nivel de confianza equivalente al 93% y 83%, respectivamente). Todos son significativamente distintos del modelo sólo constantes (Ortúzar y Willumsen, 1994) puesto que sus LR(C) son mayores que 12,59 (valor crítico de χ^2 con seis grados de libertad al 95% de confianza). Asimismo, se deduce que el mejor ajuste corresponde al modelo LJ-1, puesto que presenta el mejor valor de $\bar{\rho}^2$ y el menor valor de $l(\theta)$.

En nuestro país se ha sugerido que un modelo Logit Box-Cox podría reemplazar la estimación de un modelo con estructura jerárquica para resolver el problema de correlación. Para avanzar en este tema se

intentó un enfoque secuencial, que consistió en aplicar los valores de los parámetros de transformación (λ) obtenidos del modelo LBC a los datos, y calibrar posteriormente un modelo (LJ-BC) con estructura jerárquica idéntica a la del modelo LJ-1.

Modelo	LS	LJ-1	LJ-2	LBC	λ
TDVi	-0,0832 (-4,80)	-0,1011 (-5,60)	-0,1031 (-5,50)	-0,0940 (-4,12)	1,000 no tiene
TCAMi	-0,1608 (-8,30)	-0,1964 (-9,10)	-0,2014 (-8,20)	-0,8200 (-8,25)	0,012 (0,06)
TESPi	-0,2389 (-2,10)	-0,3250 (-2,60)	-0,3268 (-2,60)	-0,3600 (-2,33)	0,057 (0,09)
Ci/w	-0,0209 (-2,80)	-0,0158 (-2,20)	-0,0163 (-2,20)	-0,2000 (-3,00)	0,330 (1,45)
SEXO	-0,6419 (-1,80)*	-0,7226 (-2,10)	-0,7412 (-2,10)	-0,2900 (-1,36)*	1,000 no tiene
AUTLIC	2,317 (5,50)	2,1640 (5,60)	2,2210 (5,40)	2,3000 (5,38)	1,000 no tiene
EMU	na	Ojo falta	Ojo falta	na	
l(C)	-1084,3243	-1084,3243	-1084,3243	-1027,94	
l(θ)	-951,308	-938,577	-965,640	-930,102	
$\bar{\rho}^2$	0,1227	0,1344	0,1095	0,095	
LR(C)	266,0	291,5	237,4	195,7	

*No significativo al 95% de confianza; na: no aplicable

Tabla 1: Modelos estimados con tasa salarial

Los resultados entregaron un valor $l(\theta)$ igual a -961,804 (esto es, peor que los de la Tabla 1) y parámetros con signos adecuados y significativos. Es interesante destacar que el valor de EMU del nido transporte público resultó ser significativamente distinto de uno (0,62). Esto indicaría que el modelo LBC no logra recoger el efecto de la dependencia entre opciones, por lo que parece recomendable utilizar estructuras jerárquicas cuando sea necesario. Este resultado corrobora la teoría, puesto que la elección de una función no lineal para la utilidad representativa (parte determinística) de un modelo de elección discreta no tendría por qué afectar un aspecto estocástico de la estructura de errores que depende del patrón de correlaciones entre alternativas.

Intervalos obtenidos

A partir de la información entregada por el modelo LS, se calculó intervalos para el VST con las dos metodologías propuestas en este trabajo. No obstante, dada la similitud de los resultados sólo se utilizó el primer método para construir intervalos a partir de modelos con estructura jerárquica (ver tablas 2 a 6). Como la tasa salarial promedio de la muestra es 8,057 \$/min, es fácil ver que la gran mayoría de los VST estimados son inusualmente altos en relación con los valores usados tradicionalmente en países desarrollados; sin embargo, en nuestro país normalmente se han obtenido valores muy altos en este sentido (ver Gaudry *et al*, 1989). La única excepción es el VST de viaje en el modelo LJ-BC, cuyo intervalo de confianza es también menor. No obstante, este “buen comportamiento” no se repite para los VST de caminata y espera.

Variable	Tiempo de Viaje (\$/min.)	Tiempo de Caminata (\$/min.)	Tiempo de Espera (\$/min.)
Cota superior	14,224	26,964	45,709
Cota inferior	1,886	4,187	0,571
VST	3,980	7,698	11,436
t(VST)	2,418	2,653	1,680

Tabla 2: Intervalos para el VST, Método Test –t, Modelo LS

Variable	Tiempo de Viaje (\$/min.)	Tiempo de Caminata (\$/min.)	Tiempo de Espera (\$/min.)
Cota superior	13,1	25,5	42,40
Cota inferior	1,9	4,1	0,95
VST	3,980	7,698	11,436
t(VST)	2,418	2,653	1,680
p	0,033	-0,070	0,037
t est	-4,800	-8,300	-2,100

Tabla 3: Intervalos para el VST, Método Test –LR, Modelo: LS

Variable	Tiempo de Viaje (\$/min.)	Tiempo de Caminata (\$/min.)	Tiempo de Espera (\$/min.)
Cota superior	53,841	104,072	177,917
Cota inferior	2,955	6,262	4,660
VST	6,403	12,438	20,583
t(VST)	2,048	2,138	1,679
p	-0,019	-0,109	0,009
t est	-5,600	-9,100	-2,600

Tabla 4: Intervalos para el VST, Método Test –t, Modelo: LJ-1

Variable	Tiempo de Viaje (\$/min.)	Tiempo de Caminata (\$/min.)	Tiempo de Espera (\$/min.)
Cota superior	55,108	108,967	182,072
Cota inferior	3,815	6,135	4,538
VST	6,317	12,340	20,025
t(VST)	2,043	2,125	1,679
p	0,018	-0,027	0,015
t est	-5,500	-8,200	-2,600

Tabla 5: Intervalos para el VST, Método ,Test –t, Modelo: LJ-2

Además, el intervalo del VST del tiempo de espera es más amplio que el de caminata, y este último a su vez más amplio que el del tiempo de viaje; vale decir, se mantiene el mismo orden que en la valoración puntual del tiempo de viaje, caminata y espera. En general se puede concluir que los VST, y sus intervalos, varían fuertemente con la especificación del modelo.

Variable	Tiempo de Viaje (\$/min.)	Tiempo de Caminata (\$/min.)	Tiempo de Espera (\$/min.)
Cota superior	1,986	64,331	219,750
Cota inferior	0,393	13,191	24,403
VST	0,819	25,829	84,962
t(VST)	2,40	2,74	1,58
ρ	0,002	-0,15	0,035
t est	-4,500	-5,500	-2,800

Tabla 6: Intervalos para el VST, Método Test -t, Modelo: LJ-BC

También se puede observar un desplazamiento de los límites de los intervalos, aumentando (positivamente) ambas cotas en los modelos LJ, pero siendo la cota superior la que más varía. Como los valores que toma la cota superior son mayores, una variación porcentual no tan grande se traduce en cambios notorios de los valores.

El modelo LBC entrega intervalos de confianza que difieren mucho de los obtenidos con los otros modelos. Sin embargo, no parece adecuado extraer conclusiones generales hasta derivar una mayor cantidad de modelos de este tipo. A estas alturas sólo es posible señalar que efectivamente se observa el efecto de ρ y del t estadístico en el mismo sentido que el esperado.

Finalmente, aunque no se ha encontrado relación directa entre las dos formulaciones (tests t y LR), se puede ver que los intervalos derivados a partir de la primera tienen un tamaño levemente mayor, y que sus cotas (inferior y superior) generalmente contienen al intervalo derivado con la formulación LR. Se ha demostrado que el intervalo derivado del método test-t no es simétrico con respecto al VST puntual, y ciertamente el valor medio del intervalo es mayor que el VST.

4.2 Efecto del nivel de ingreso en la calidad de los ICVST

Se piensa que el nivel de ingreso del individuo afecta la valoración subjetiva del tiempo. Con el fin de analizar cuál es el efecto que produce en los intervalos de confianza del VST, se derivan intervalos con los métodos propuestos para la muestra conjunta de ambos corredores estratificada de acuerdo a ingreso familiar mensual ($IFM \leq \$ 70.000$, $\$ 70.000 < IFM < \$ 125.000$, $IFM \geq \$ 125.000$). Se puede observar que los individuos de ingreso alto tienen una tasa de gasto casi 2,5 veces la tasa de gasto de las personas de ingreso medio; y éstas a su vez tienen una tasa de gasto de más del doble que la gente de ingreso bajo. La especificación del modelo utilizada es con costo dividido por tasa de gasto calculada con IFM. En la Tabla 7 se muestran los modelos calibrados para estos tres grupos.

Como se puede ver, todos los modelos tienen parámetros con signos correctos y significativos, salvo el coeficiente de la variable Sexo en los estratos de ingresos medio y bajo. También se cumple que estos modelos aportan información con respecto al modelo de sólo constantes, puesto que los LR(C) son mayores que 12,59. Los intervalos de confianza correspondientes al método test-t se muestran en la Tabla 8. Cabe señalar que el método test LR entregó valores casi idénticos, por lo que se decidió no reportarlos. Se observa que los intervalos de confianza para el estrato de ingreso alto se encuentran corridos hacia valores superiores, en el mismo orden que la valoración puntual de los VST de viaje, caminata y espera. Mientras que para los segmentos de ingresos medios y bajos, el intervalo del VST

de caminata está contenido por el del VST de viaje. Esto se debe a que la valoración del tiempo de viaje en estos estratos es mayor que la del tiempo de caminata, lo cual es algo inusual.

Parámetro	Modelo IB	Modelo IM	Modelo IA
TDV	-0,08654 (-3,9)	-0,1177 (-5,6)	-0,08717 (-3,9)
TCAM	-0,08442 (-3,9)	-0,1142 (-5,3)	-0,1400 (-6,8)
TESP	-0,3601 (-3,7)	-0,2252 (-2,7)	-0,5066 (-5,2)
C/g	-0,02505 (-3,9)	-0,02425 (-2,9)	-0,01804 (-2,1)
SEXO	-0,3325 (-1,0*)	-0,4604 (-1,5*)	-1,112 (-3,8)
AUTLIC	2,078 (2,4)	2,321 (3,8)	2,098 (4,2)
Auto chofer	-2,601 (-3,2)	-2,514 (-4,4)	-1,946 (-4,1)
Auto acompañante	-2,666 (-6,7)	-2,576 (-7,4)	-1,709 (-5,6)
Taxi colectivo	-1,657 (-4,2)	-1,646 (-4,7)	-1,293 (-3,5)
Metro	1,594 (4,1)	1,741 (5,0)	3,086 (8,7)
Auto chofer – Metro	-2,882 (-3,6)	-2,843 (-5,1)	-1,231 (-2,6)
Auto acomp. – Metro	-1,679 (-4,7)	-1,712 (-4,7)	-0,05165 (-0,2*)
Taxi col. – Metro	-1,600 (-4,0)	-1,635 (-4,6)	-0,4864 (-1,3*)
Bus – Metro	-0,8685 (-2,6)	-1,321 (-4,1)	-0,3967 (-1,1*)
L(C)	-1.027,936	-1.027,936	-1.027,936
l(0)	-414,9154	-524,4819	-594,7405
ρ^2	0,596	0,490	0,421
LR(C)	1.226,0	1.006,9	866,4
Tasa de gasto (\$/min)	7,53	2,95	1,31

No significativo al 95% de confianza

Tabla 7: Modelos según estrato de ingreso familiar

		Modelo IB	Modelo IM	Modelo IA
		VST (\$/min)	VST (\$/min)	VST (\$/min)
TDV	Cota Inferior	2,01	7,29	13,32
	Cota Superior	10,22	45,58	575,55
	Rango	8,21	38,30	562,22
	Valor Medio	6,11	26,44	294,43
	VST puntual	4,53	14,34	36,36
TCAM	Cota Inferior	2,16	6,98	27,54
	Cota Superior	9,06	44,05	881,12
	Rango	6,90	37,07	853,59
	Valor Medio	5,61	25,52	454,33
	VST puntual	4,42	13,91	58,40
TESP	Cota Inferior	8,30	7,19	101,38
	Cota Superior	41,26	91,15	2932,13
	Rango	32,96	83,96	2830,75
	Valor Medio	24,78	49,17	1516,76
	VST puntual	18,86	27,44	211,33

Tabla 8: Intervalos de confianza según método del test-t

Es interesante la diferencia de valoración sobre cada una de las variables de tiempo que hacen los diferentes grupos. Los individuos de ingreso familiar alto (más de \$125.000 mensuales) valoran los tiempos de viaje, caminata y espera más que los otros grupos. Por ejemplo, en el caso del tiempo de viaje, la valoración puntual del VST varía entre 4,53 y 36,36 pesos por minuto; pero los valores medios de los intervalos tienen una variación mucho mayor, con el nivel de ingreso de las personas, desde 6,11 a 294,43 pesos por minuto. Además, el límite superior de los intervalos y el tamaño de los mismos crecen notoriamente con el nivel de ingreso. Es decir, a mayor ingreso mayor es el rango de valores en que se mueve el VST, como se aprecia en la Figura 1.

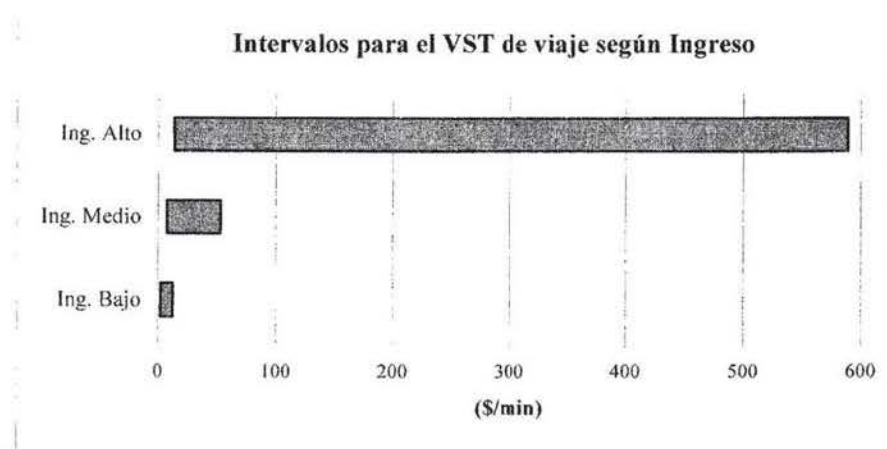


Figura 1: ICVST de viaje según nivel de ingreso

Por lo tanto, cuando se utiliza un mismo valor del tiempo para evaluar proyectos que favorecen a diferentes grupos socioeconómicos, se estaría valorando erróneamente la disposición a pagar de los individuos afectados. Esto no quiere decir que desde un punto de vista social los ahorros de tiempo de individuos con distinto nivel de ingreso deban ser valorados en forma diferente. Sólo es importante recalcar que las personas con mayor ingreso están dispuestas a pagar más por una disminución en su tiempo de viaje, caminata o espera que las personas de ingreso bajo; incluso más que lo indicado por su valoración calculada en forma puntual (los intervalos son casi 70 veces más amplios que los de personas de ingreso bajo y alrededor de 15 veces los de ingreso medio). Además, se puede concluir que las personas de ingreso bajo son las más sensibles ante pequeños cambios en el costo del viaje, lo que parece razonable.

4.3 Tendencia del intervalo con el aumento del tamaño de la muestra

Con el fin de analizar el comportamiento de los intervalos del VST calculado en forma puntual y también el de estadísticos como la moda, mediana y promedio al aumentar el tamaño de la muestra, se utilizó un procedimiento de simulación. La información empleada para este experimento proviene del modelo LS de la Tabla 1. Cabe destacar que los intervalos derivados para este modelo con los dos métodos propuestos son casi idénticos.

El método de simulación consiste en generar una muestra de individuos ficticios, y luego someterlos a un proceso de elección entre el conjunto de alternativas disponibles para cada uno, dadas las

características o atributos asociadas a ellas (ver Williams y Ortúzar, 1982). Para simular el proceso de elección se suponen ciertos valores para los parámetros de los atributos de cada alternativa, en este caso los estimados con la muestra original, y se calcula con éstos una utilidad representativa para cada alternativa disponible. Una vez calculadas las utilidades representativas de cada opción, para cada individuo, se generan términos de error aleatorios que representan la variación en las decisiones individuales que no pueden ser explicadas por los atributos considerados en el modelo. Se asume que estos errores distribuyen independiente e idénticamente Gumbel con media cero y desviación estándar igual a 1,28 (esto es, $\frac{\pi}{\sqrt{6}}$), la que permite reproducir la partición modal original. Posteriormente se

estiman modelos del tipo logit simple con la misma especificación del modelo con que se generó la muestra. A partir de estos modelos estimados y basándose en los métodos propuestos, se construyen intervalos de confianza para los VST de viaje, caminata y espera (aquí se reportan resultados para el VST de viaje solamente, dado que el comportamiento es similar). Este procedimiento se lleva a cabo generando muestras de diferentes tamaños, desde una vez el tamaño de la muestra original (697 individuos), hasta 15 veces el tamaño de la muestra original (10.455 observaciones).

Los intervalos construidos con el método test-t para el VST de viaje se presentan en la Tabla 9 y su tendencia al aumentar el tamaño de la muestra se aprecia en la Figura 2. Los valores se expresan en \$ de 1983 por minuto. Como se puede observar, los límites de los intervalos tienden al VST estimado en forma puntual (V^* en (4)) al aumentar el tamaño de la muestra, reafirmando lo dicho anteriormente. El VST puntual es siempre menor al valor medio del intervalo pero tiende a igualarse al aumentar el número de observaciones. Las cotas no muestran una tendencia pareja con el aumento del tamaño muestral, siendo este efecto más marcado en la cota superior. Si bien no fue posible determinar lo que causa este fenómeno, estimamos que puede deberse a que los valores de la cota inferior son pequeños y sus variaciones porcentuales menos notorias. En cambio los límites superiores tienen valores más altos, por lo que una pequeña variación porcentual produce un fuerte cambio en su valor absoluto.

N° de Simulaciones	N° Individuos	Límite Inferior	Límite Superior	VST	Valor Medio	Rango
1	697	6,99	21,23	11,83	14,13	14,23
2	1.394	9,11	22,00	13,77	15,58	12,89
3	2.091	9,85	20,24	13,84	15,05	10,38
4	2.788	12,08	23,27	16,39	17,66	11,20
5	3.485	12,29	22,50	16,32	17,38	10,21
6	4.182	13,32	23,80	17,48	18,58	10,49
7	4.879	13,28	22,39	16,99	17,84	9,11
8	5.576	12,96	20,94	16,32	16,95	7,98
9	6.273	12,01	18,75	14,87	15,36	6,71
10	6.970	12,54	19,14	15,36	15,86	6,64
11	7.667	12,22	18,19	14,80	15,19	5,97
12	8.364	12,08	17,59	14,52	14,83	5,51
13	9.061	12,11	17,27	14,41	14,69	5,16
14	9.758	12,04	16,92	14,23	14,48	4,91

Tabla 9: ICVST de viaje, método del test-t

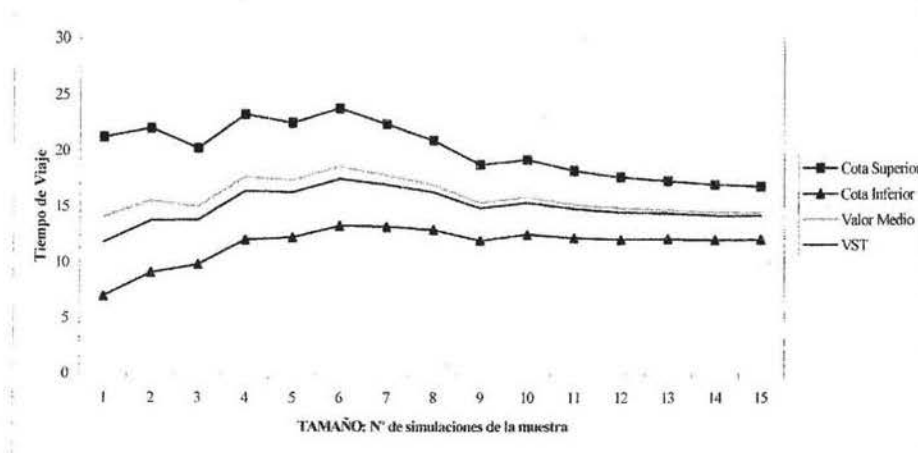


Figura 2: Tendencia del ICVST de viaje con N, método del test - t

Se deduce que tanto el VST puntual como el valor medio del intervalo tienen siempre variaciones más negativas que el límite inferior y más positivas que la cota superior. Es decir, la cota inferior es seguida por el VST puntual, luego el valor medio y finalmente el límite superior, en orden descendente (hacia valores negativos) de la variación porcentual.

5. Otros Métodos de Construcción de Intervalos de Confianza

Se construyeron intervalos de confianza para el VST de viaje, según los métodos adicionales: test de normalidad del VST, método de simulación de Normales y generación de nuevos conjuntos de datos para la modelación mediante el método Jackknife (ver Tabla 10).

	Simulación NMV	Test Normal	Jackknife	Test-t	Test LR
Cota Inferior	7,52	14,49	14,30	7,38	7,40
Cota Superior	36,45	14,53	14,83	33,49	32,88
Rango	28,93	0,04	0,53	26,12	25,48
VST puntual	14,51	14,51	14,51	14,51	14,51
Valor Medio	21,99	14,51	14,57	20,44	20,14

Tabla 10: Intervalos VST de viaje según los distintos métodos

Existen claras diferencias entre los intervalos construidos con los distintos métodos estudiados. Sin embargo, el test de normalidad del VST y el método de Jackknife entregan resultados muy similares, al igual que los métodos derivados del test-t y del test LR, cuyos valores son también cercanos a los calculados con simulación de Normales multivariadas (el más representativo de la realidad, puesto que reproduce precisamente lo que sucede al dividir dos variables Normales); además, éste permite calcular no sólo el promedio y la desviación de la muestra sino también la mediana y moda. En la Tabla 11 se muestran estos valores y se puede observar que el VST calculado en forma puntual (14,51) es muy similar al valor que toma la mediana en cada caso. Es interesante destacar el orden en que se encuentran estos estadísticos. En sentido ascendente se ubica primero la mediana, muy cerca el VST puntual, luego la media y finalmente la moda. Se puede concluir entonces que el VST puntual podría estar subestimando el valor del tiempo, a pesar de ser el estimador puntual más eficiente de éste.

Promedio	Desviación	Mediana	Moda
15,27	32,60	14,16	17,34

Tabla 11: Estadísticos para el VST de viaje derivado por simulación NMV

Asumiendo que el VST es un estimador del verdadero valor subjetivo del tiempo, y que para muestras de gran tamaño se podría asumir que distribuye Normal, se puede construir intervalos de confianza utilizando el VST puntual como media (14,51) y la ecuación (7) como varianza (0,01). Los intervalos contruidos de esta forma son notoriamente pequeños; los rangos no alcanzan el 1% de la tasa de gasto (debido al valor de la desviación estándar). Se podría pensar que esto es bueno pues justamente se está buscando un rango estrecho de valores entre los que se mueva VST. Sin embargo, los tamaños son tan pequeños que ni siquiera contienen los valores de la media o mediana calculada anteriormente (método de simulación normal multivariada); de hecho, el promedio, la mediana y la moda son todos idénticos y coinciden con la media. Además, los intervalos son simétricos con respecto al VST puntual, lo que no sucede en la realidad para tamaños manejables de la muestra.

El método de re-muestreo también produce intervalos con rango muy pequeño (0,53 \$/min para el VST de viaje). Ya se señaló que con este método no sólo distintas combinaciones de individuos o elecciones generan distintos resultados sino que, en la práctica, es imposible generar todas las combinaciones posibles. Por esto sólo se estudio el caso en que se eliminan aleatoriamente cinco observaciones de la muestra original, resultando una variación demasiado pequeña de los VST de viaje. Se propone entonces, tener mucho cuidado al utilizar estos métodos de remuestreo.

A pesar de que el método del test-t ya ha sido analizado anteriormente, es interesante agregar que los intervalos obtenidos son muy similares a los derivados con la simulación de Normales multivariadas; de hecho, ambas cotas son un poco menores que estos últimos. Lo mismo sucede con el valor medio del intervalo, lo que es razonable. También como se señaló anteriormente, los límites de los intervalos contruidos con el método del test-LR son sorprendentemente similares a los obtenidos con el método del test-t. Sólo las cotas del intervalo del VST de espera varían un poco, en especial la inferior que sobrepasa el 1% de la tasa de gasto. Luego, estos intervalos también son similares a los derivados mediante simulación de Normales multivariadas. Al igual que con el método del test-t, los límites del intervalo son siempre menores que los contruidos mediante simulación.

6. Conclusiones Finales

6.1 Respecto a la distribución del VST

Una revisión de investigaciones relacionadas con este tema, permite concluir que la FDP del VST (calculado como la razón entre parámetros estimados con el método de máxima verosimilitud a partir de modelos de elección discreta), es inestable y desconocida. Por lo tanto no es posible derivar directamente un intervalo de confianza para el VST dado el comportamiento divergente de su FDP.

6.2 Respecto a los métodos de construcción de los ICSVST

Se proponen dos métodos para construir un intervalo de confianza para el VST: el del test-t y el del test-LR. Un análisis teórico permite concluir que el valor medio del intervalo se encuentra a la derecha (hacia valores superiores) del VST calculado en forma puntual. Asimismo, los intervalos de confianza

con menor tamaño se obtienen de parámetros más significativos. Además, a medida que la correlación de los coeficientes de tiempo y costo se hace más positiva, el rango del intervalo tiende a disminuir, contrariamente a lo que indica Watson *et al* (1999). Sin embargo, independientemente del signo que deba tener la correlación, es interesante corroborar que a partir de parámetros correlacionados se obtienen intervalos de confianza con menor tamaño. Esto sugiere que si se desea estimar valores del tiempo, parece útil generar conjuntos de datos que permitan obtener coeficientes correlacionados en la estimación de modelos.

Los métodos propuestos se contrastan con otros postulados en la literatura: la simulación de Normales multivariadas, la suposición de normalidad del VST y el método Jackknife. Se concluye que los intervalos varían notoriamente con el método utilizado. El método de normalidad del VST es el más sencillo de implementar, pues sólo requiere de una pequeña fórmula para la varianza, lo que lo hace muy atractivo. Sin embargo, los resultados obtenidos en este trabajo no lo avalan como un buen método para estimar ICVST. Los intervalos obtenidos son demasiado pequeños y por construcción son simétricos con respecto al VST puntual. Por otro lado, el método Jackknife es un procedimiento complicado, difícil de implementar y que toma mucho tiempo de ejecución. Los resultados obtenidos en este estudio no permiten obtener un rango suficientemente grande de valores para el VST. Además, los resultados varían con el número de observaciones que se eliminan de cada submuestra, y no resulta eficiente, desde un punto de vista práctico, resolver todas las combinaciones posibles. El método de simulación de Normales multivariadas representa el fenómeno con mayor precisión. Sin embargo, es tedioso de calcular y requiere gran capacidad de memoria computacional para su implementación.

Los resultados obtenidos con los métodos del test-t y test-LR son muy semejantes a los derivados por el método anterior, por lo que se concluye que ellos proporcionan una forma fácil, práctica y adecuada de obtener intervalos de confianza para el VST. Si bien, el primero es más sencillo de implementar que el test-LR, este último es más versátil puesto que puede ser usado para diferentes formas funcionales de la utilidad representativa. Entonces se recomienda el uso de uno u otro dependiendo del contexto que se esté estudiando.

6.3 Respecto a elementos de la modelación

Los valores subjetivos del tiempo y sus intervalos de confianza (tanto los límites como el tamaño) varían fuertemente con la especificación del modelo, es decir, dependen tanto de la forma funcional que se asuma para la utilidad representativa, como de la estructura del modelo. Los resultados empíricos, permiten corroborar que los valores medios de los intervalos son siempre mayores al VST puntual. Por lo tanto, al usar estos últimos como valor del tiempo en evaluación de proyectos, se estaría sub-valorando el valor que los individuos realmente asignan al tiempo. Es recomendable entonces, construir intervalos de confianza para el VST y realizar análisis de sensibilidad utilizando valores contenidos en éstos.

Los intervalos con menor rango para el VST de viaje, caminata y espera son derivados a partir de la información del modelo con la especificación que se ajusta mejor a los datos y presenta estimadores más significativos. En nuestros experimentos se cumplió siempre que el VST de espera era mayor que el de caminata, y éste a su vez mayor que el de viaje. El tamaño de los intervalos también se encuentra en el mismo orden.

La especificación de funciones de utilidad con transformadas del tipo Box-Cox entrega intervalos de confianza que difieren bastante de los obtenidos con especificaciones tradicionales. Sin embargo, se propone derivar una mayor cantidad de modelos de este tipo para extraer conclusiones generales. En esta línea, y a partir de la estimación de un modelo LBC con estructura jerárquica, se concluyó que los modelos del tipo Logit Box-Cox no logran recoger el efecto de la dependencia entre alternativas, por lo se recomienda utilizar estructuras jerárquicas cuando sea necesario. Lo anterior comprueba el hecho teórico que la forma de la función de utilidad representativa no influye en la incorporación de correlaciones entre alternativas.

El nivel de ingreso de los individuos afecta considerablemente el tamaño y valores de las cotas de los intervalos de confianza. A medida que aumenta el ingreso de las personas, el VST estimado en forma puntual también crece, pero la variación del valor medio de los intervalos es mucho más drástica. Además, a mayor ingreso más grande es el rango de valores en que se mueve el VST. Por lo tanto, las personas con mayor ingreso están dispuestas a pagar más por una disminución en su tiempo de viaje, caminata o espera que aquellas personas de ingreso bajo; incluso más que lo indicado por su valoración calculada en forma puntual. En este sentido, se puede concluir que las personas de ingreso bajo son las más sensibles ante pequeños cambios en el costo del viaje, lo que parece razonable.

Como resultado de un análisis teórico y empírico, se concluye que los límites de los intervalos tienden al VST estimado en forma puntual al aumentar el tamaño de la muestra. El VST puntual es siempre menor al valor medio del intervalo y ambos tienden a ser iguales con gran número de observaciones. Cabe destacar que el VST puntual tiende a coincidir con la mediana. Por otro lado, se constató que las cotas no tienen una tendencia monótona con el aumento del tamaño muestral, siendo este efecto más marcado en la cota superior.

AGRADECIMIENTOS

Se desea agradecer el apoyo del Fondo Nacional de Desarrollo Científico y Tecnológico (FONDECYT) a esta línea de investigación departamental por muchos años.

REFERENCIAS

Arnold, B. y Brockett, P. (1992) On distributions whose component ratios are Cauchy. *The American Statistician* 46, 25-26.

Armstrong, P.M. (1998) *Intervalos de Confianza para Delimitar el Valor del Tiempo*. Tesis de Magister, Departamento Ingeniería de Transporte, Pontificia Universidad Católica de Chile.

Ben-Akiva, M. y Lerman, S.R. (1985) *Discrete Choice Analysis: Theory and Application to Travel Demand*. The MIT Press, Cambridge, Mass.

Cramer, J.S. (1989) *Econometric Applications of Maximum Likelihood Methods*. Cambridge University Press, Cambridge.

Ettema, D., Gunn, H., De Jong, G. y Lindveld, K. (1997) A simulation method for determining the confidence interval of a weighted group average value of time. *Proceedings 25th European Transport Forum*, Brunel University, Inglaterra, 1-5 Septiembre 1997.

- Fieller, E. (1933) The distribution of the index in a Normal bivariate population. *Biometrika XXIV*, 428-440.
- Garrido, R.A. y Ortúzar, J. de D. (1993) The Chilean value of time study: methodological developments. *Proceedings 21st PTRC Summer Annual Meeting*, University of Manchester Institute of Science and Technology, Inglaterra, 13-17 Septiembre 1993.
- Gaudry, M.J.I., Duclos, L.P., Dufort, F. y Liem, T. (1994) *TRIO Reference Manual, Version 2.0*, Publication 903, Centre de Recherche sur les Transports, Université de Montréal.
- Gaudry, M.J.I., Jara-Díaz, S.R. y Ortúzar, J. de D. (1989) Value of time sensitivity to model specification. *Transportation Research 23B*, 151-158.
- Ortúzar, J. de D. y Willumsen, L.G. (1994) *Modelling Transport*. 2ª Edición, John Wiley & Sons, Chichester.
- Parra, R. (1988) *Valor Subjetivo del Tiempo en Modelos de Partición Modal con Efecto Ingreso*. Tesis de Magister, Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Chile.
- Shao, J. y Tu, D. (1995) *The Jackknife and the Bootstrap*. Springer-Verlag, Nueva York.
- Train, K.E. y McFadden, D. (1978) The goods/leisure trade-off and disaggregate work trip mode choice models. *Transportation Research 12*, 349-353.
- Velasco, A. (1994) *Estimación del Valor Subjetivo del Tiempo con Modelos Box-Cox*. Memoria de Título, Departamento Ingeniería de Transporte, Pontificia Universidad Católica de Chile.
- Watson, S.M., Toner, J.P., Fowkes, A.S. y Wardman, M. (1999) Efficiency properties of orthogonal stated preference designs. En J. de D. Ortúzar (ed.), *Stated Preference Modelling*. Perspectives 4, PTRC Education and Research Services, Londres.
- Williams, H.C.W.L. y Ortúzar, J. de D. (1982) Behavioural theories of dispersion and the misspecification of travel demand models. *Transportation Research 16B*, 167-219.
- Wonnacott, T.H. y Wonnacott, R.J. (1979) *Econometrics*. John Wiley & Sons, Nueva York.
- Yadlin, M. (1997) Comunicación privada.