MODELAMIENTO DE POLÍTICAS DE GESTIÓN URBANA: SUBSIDIOS Y REGULACIONES

Francisco J. Martínez y Pedro P. Donoso
Universidad de Chile
Casilla 228-3, Santiago, Chile
Fax: 6718788
Email: fmartine@cec.uchile.cl

RESUMEN

Las políticas de gestión urbana, léanse regulaciones contenidas en planos reguladores y otras normas, así como los subsidios a la vivienda, son diseñadas siguiendo una serie de pautas generales del urbanismo, el sentido común y la experiencia. Se sabe, sobre todo por esto último, la experiencia, como tales políticas moldean el desarrollo futuro de la ciudad, pero se sabe menos sobre la forma en que las fuerzas del mercado, aunque sometidas a las restricciones o afectadas por los incentivos, juegan un rol igualmente relevante; si esto último se ignora se encuentran sorpresas en el mediano plazo. Más aún, lo definitivamente se ignora es de que manera una determinada política aporta o se opone a un objetivo social de ciudad.

El propósito de este trabajo es desarrollar un modelo matemático y económico de gestión urbana que incorpore conjuntos de políticas que llamamos *escenarios,* a manera del marco sobre el cual se desarrolla el mercado hasta alcanzar un equilibrio. Para ello se utiliza el modelo de uso de suelo de Santiago MUSSA y se extiende la formulación del equilibrio para tratar, de forma explícita y desagregada, tanto regulaciones como subsidios en sus diferentes formas. Como resultado se obtiene una herramienta que permite predecir el estado de equilibrio del mercado de uso del suelo urbano bajo un escenario de análisis, en términos de la localización esperada de los agentes (hogares y firmas) en el espacio como de los cambios en la renta del suelo. Además se plantea un método de evaluación social de escenarios y se proponen extensiones hacia un uso normativo de esta herramienta, es decir un método de búsqueda del *escenario óptimo* bajo algún criterio social.

Los desafíos técnicos se presentan en la identificación de tipos de políticas y su representación en el modelo, por una parte, y en la gran cantidad de restricciones que establecen las normas de los planos reguladores, por otra, al punto que se requiere de un método especial para garantizar, antes que nada, la factibilidad del escenario propuesto. Esto también tiene un serio efecto en el algoritmo de solución del equilibrio del mercado.

1. INTRODUCCIÓN

El modelo MUSSA efectúa predicciones del estado del Mercado Inmobiliario en el Gran Santiago, basado en un principio económico: "Los diversos agentes de este mercado (oferta y demanda) propenden a un estado de equilibrio económico". Este concepto resulta aplicable aun en ciudades con un gran número y variedad de rigideces propias de este mercado que limitan el cumplimiento de este principio. Tales condiciones pueden representarse directamente o con un alto grado de precisión en el modelo, según se verá más adelante. Esto se logra principalmente porque el sustento microeconómico de MUSSA permite describir con gran detalle a los diversos agentes económicos que intervienen en el mercado inmobiliario. En efecto, en MUSSA la demanda está descrita por 65 tipos de consumidores residenciales (hogares) y 5 tipos de consumidores no residenciales (firmas), mientras que la oferta está descompuesta en 6 tipos de viviendas, 5 tipos de bienes inmuebles no residenciales y 409 zonas (denominadas zonas intermedias).

Este artículo presenta un enfoque de modelación de tales escenarios, que permite extender las actuales capacidades del modelo MUSSA, i.e. la predicción del equilibrio del mercado, incorporando la capacidad de predecir ese equilibrio controlando dos tipos de variables: *regulaciones* al uso de suelo y *subsidios* o incentivos económicos a la localización. Las regulaciones se manifiestan en la forma de planos reguladores y reducen el espacio de las decisiones, pues limitan las opciones posibles de localización, afectando con ello el equilibrio del sistema; los subsidios funcionan afectando directamente el comportamiento de consumidores y/o productores, alterando también el equilibrio, aunque por otro mecanismo.

En el siguiente capítulo se presenta la estructura matemática fundamental del modelo MUSSA. A continuación, se especifican las políticas de subsidio a la localización, indicándose la forma en que se incorporan al modelo. En el capítulo 4 se extiende el análisis a las políticas de planificación que regulan la localización de actividades. Todas las políticas presentadas son elementos de escenario que podrían ser incompatibles en su conjunto, de modo que se requiere una herramienta para diagnosticar y enfrentar este problema. En el capítulo 5 se presenta tal herramienta. En el último capítulo se analiza el uso de las herramientas generadas en la evaluación de políticas de regulación y de incentivos de localización.

2. ESTRUCTURA DEL MODELO DE PREDICCIÓN

En este capítulo se presenta en forma resumida los principales conceptos y ecuaciones matemáticas que sustentan al modelo MUSSA. Para una revisión más completa el lector puede remitirse a Martínez (1992 y 1996), Martínez y Donoso (1995) y MIDEPLAN (1995, 1998a).

El enfoque utilizado en el modelo MUSSA consiste en predecir, para un corte temporal dado, el estado de equilibrio oferta-demanda en el mercado inmobiliario, entendiendo que este estado representa la componente tendencial del real estado del mercado inmobiliario. En otras palabras, se asume que los estados de equilibrio podrían no ocurrir, pero las "fuerzas" del mercado (oferta y demanda) tenderán a tales estados, de modo que este hecho justifica el interés de predecirlos.

En el modelo, se asume que la demanda se rige por el "*principio de la máxima postura*" desarrollado por Alonso (1964), el cual establece que "En una oferta inmobiliaria dada, siempre se localiza aquel consumidor que tiene la postura máxima de entre todos los postores de tal bien inmueble". Las posturas representan la disposición a pagar por un bien, tal como lo plantea Rosen (1971), pero afectadas por una componente especulativa. Se supone que tales posturas son variables estocásticas que tienen la siguiente estructura funcional:

$$\widetilde{B}_{hvi} = B_{hvi} + \varepsilon_{hvi} \qquad \forall h,v,i \tag{1}$$

donde, $\widetilde{B}_{hvi}$, B_{hvi} y ε_{hvi} representan la postura estocástica, la componente determinística y el término aleatorio de la postura, respectivamente, correspondientes al consumidor de tipo h y bien inmueble de tipo v ubicado en la zona i.

En MUSSA, la componente determinística de la postura B_{hvi} se ha desglosado en dos elementos:

$$B_{hvi} = B_h + \hat{B}_{hvi}(\beta_h, E(P,f), X) \qquad \forall h,v,i \tag{2}$$

El primer término B corresponde a aquella parte de la postura que es propia de cada consumidor, mientras que el segundo término $\hat{B}$ es la postura determinística que es una función de los vectores de atributos E y X y de un vector de parámetros (β) asociados al comportamiento propio de cada consumidor. Las variables E y X representan el conjunto de atributos que describen al bien inmueble v ubicado en la zona i, y que influyen en la formación de la postura. A diferencia de las variables exógenas X, el conjunto de atributos E, denominados "endógenos", son variables dependientes del proceso de localización, es decir, funciones de las probabilidades de localización (P) y de la oferta inmobiliaria (f). Los parámetros β_h, así como los atributos E y X en la expresión de la postura (ecuación 2), se derivan de la función de utilidad directa del consumidor o agente que se localiza, en la forma descrita por Jara-Díaz y Martínez (1999).

Al considerar el principio de la máxima postura y asumir que ε_{hvi} son variables aleatorias idénticamente distribuidas según una ley de probabilidad Gumbel, con factor de escala μ, e independientes entre distintos consumidores, se deducen las siguientes expresiones logit multinomial (ver Ben Akiva y Lerman, 1985) para la probabilidad de localización condicional en la oferta $(P_{h/vi})$ y de la esperanza del valor de uso o renta (r_{vi}) de un bien inmueble:

$$P_{h\ vi} = \frac{H_h \phi_{hvi}\, exp(\mu B_{hvi})}{\sum_g H_g \phi_{gvi}\, exp(\mu B_{gvi})} \qquad \forall h,v,i \tag{3}$$

$$r_{vi} = \frac{1}{\mu} \ln(\sum_h H_h \phi_{hvi} \exp(\mu B_{hvi}) + \frac{\gamma}{\mu} \qquad \forall v,i \tag{4}$$

donde ϕ_{gvi} corresponde a la probabilidad de que el consumidor g postule a la alternativa (v,i) y γ es la constante de Euler ($\gamma = 0.577$). H_h es el número de consumidores de tipo h en la población.

Como se aprecia, los tipos de oferta se han segmentado por tipo de bien inmueble *(v)* y zona *(i)* y la demanda por tipo de consumidor *(h)*; la tipología de oferta y demanda que MUSSA utiliza aparecen definidos en MIDEPLAN (1995, 1998a).

El equilibrio estático entre oferta y demanda del mercado urbano está expresado por las siguientes ecuaciones:

$$\sum_{v,i} f_{vi} P_{h/vi}(f, B, P, S_h) = H_h \qquad \forall h \tag{5a}$$

$$\sum_{v} f_{vi} = \Theta(r_i(f, B, P, S_h), S_{vi}) \qquad \forall i \tag{5b}$$

sujeto a:

$$\sum_{v} f_{vi} q_v \leq Q_i \qquad \forall_i \tag{5c}$$

$$\textit{Normativas de regulación}(f, B, P) \tag{5d}$$

$$f_{vi} \geq F_{vi} \qquad \forall v, i \tag{5e}$$

donde f_{vi} representa al número (u oferta) de bienes inmuebles de tipo v en la zona i.

En este problema S_h da cuenta de incentivos a la localización de actividades o subsidio a la demanda, que modifica todas las posturas por localización y por lo tanto, interviene en todas las expresiones matemáticas donde se utilicen estas variables. Por otra parte, Θ corresponde a un modelo que representa el modelo de oferta. En el caso de MUSSA, el modelo reproduce la tendencia histórica observada de oferta localizada como una función de la renta de uso de suelo correspondiente; esta renta es un promedio zonal de las rentas desagregadas dadas por la ecuación (4). S_{vi} denota incentivos a la provisión de oferta inmobiliaria.

Las ecuaciones (5) representan el equilibrio de Walras (5a), donde todo consumidor adquiere un y sólo un bien, y la ecuación de la oferta (5b), que en el caso de MUSSA está agregada a zonas. Además, el equilibrio debe cumplir con las restricciones: de área de suelo disponible Q_i en cada zona (5c), en que se descuenta el área para servicios públicos como vialidad y otros; normativas de regulación (5d) y oferta mínima (5e).

El problema (5) plantea que en un corte temporal de predicción dado, la oferta y la demanda inmobiliaria se ajustarán a través de las variables f (oferta) y B (demanda), en pos de alcanzar el estado de equilibrio del mercado. Nótese que el ajuste en B induce un cambio en las rentas, mediante la ecuación (4), y por lo tanto en la oferta. La búsqueda de este estado solamente se puede realizar dentro de un espacio limitado dado por un conjunto de restricciones. Estas restricciones establecen rigideces, pero también información disponible sobre la provisión de la oferta.

Bajo una perspectiva amplia, todo el conjunto de parámetros y restricciones del problema (5) constituye lo que se denomina *"Escenario de Localización"*, ya que definen condiciones de borde al problema, pero sin dudas, el interés del investigador urbano está dirigido principalmente a algunos de estos elementos que MUSSA considera explícitamente. Entre otros factores, el aumento de la población y cambios en la composición socioeconómica de ella o una variación en magnitud y estructura de las actividades no residenciales (H_h); una eventual modificación del patrón de preferencias de los consumidores de este mercado (B); modificaciones en las herramientas de regulación (5d) y subsidios a la localización (S).

3. INCORPORACIÓN DE POLÍTICAS DE INCENTIVO A LA LOCALIZACIÓN

En el problema (5) los parámetros denotados por S representan políticas que tienen por objetivo inducir la generación de ciertos patrones de localización mediante incentivos, por lo general monetarios, a la demanda y/o oferta de bienes inmuebles. Este mecanismo es una herramienta que tiene la autoridad para inducir a que la ciudad se desarrolle de acuerdo a algún criterio de eficiencia o equidad.

3.1 Tipos de subsidios

Es posible pensar en varios tipos de subsidios con efectos analíticos y prácticos diferentes. Un primer tipo podría ser tal que influyera sobre la localización residencial por la vía de subsidiar *el uso* de ciertos bienes inmuebles, dirigiendo, por lo tanto, el subsidio a los residentes. Un segundo tipo, actualmente vigente en la ciudad de Santiago, está dirigido a los propietarios de los bienes inmuebles y consiste en subsidiar *la compra* de estos bienes (nuevos o usados); en este caso, se induce un cierto desarrollo urbano que afecta el mercado inmobiliario. Un tercer subsidio es aquel dirigido directamente a los desarrolladores inmobiliarios a través de subsidiar *la construcción* de viviendas o edificios. Un cuarto subsidio puede consistir en subsidiar el *valor del suelo*.

Conceptualmente, estos subsidios afectan a diferentes agentes y mercados económicos y pueden estar especificados de manera de restringir sus beneficiarios potenciales, por ejemplo, sobre la base de características socioeconómicas de los beneficiarios (nivel de ingreso, dificultades físicas, edad, características del grupo familiar, etc.). Otra restricción potencial se plantea en el plano de los tipos de viviendas a las cuales se aplica o los subconjuntos de zonas sobre las cuales es válido. Identificado apropiadamente el beneficiario se puede definir cuál es su rol como agente en el mercado y proceder así a su análisis y modelación específico en MUSSA; esto permite, entre otras cosas identificar los beneficiarios finales del subsidio, ya que si bien el beneficiario directo tiene un poder monopólico sobre el subsidio, este está restringido ya que está obligado a ser utilizado en el mercado del suelo donde existen otros monopolios. Así, al menos parte del beneficio puede ser captado finalmente por el dueño del suelo quien posee el monopolio de la localización. Las posibles transferencias de beneficios tienen importancia en dos sentidos: en la identificación de la eficiencia del instrumento (medida como el costo para obtener un cierto impacto) y en la componente de equidad (identificando los que finalmente obtienen el beneficio del subsidio).

Un ejemplo de política de incentivo es el Programa de Renovación Urbana para la comuna de Santiago. Las características del programa son que entrega un subsidio a los hogares que adquieran un bien inmueble localizado en determinadas zonas del centro de la ciudad, es independiente del nivel socioeconómico del hogar y no se entrega directamente al consumidor, sino que se descuenta del valor de mercado del bien inmueble.

3.2 Análisis metodológico de subsidios

Aun cuando un subsidio se entiende habitualmente como un incentivo económico, también podría concebirse la existencia de un valor negativo de éste, interpretado como un costo, o subsidio negativo. En ambos casos, el efecto en términos metodológicos es análogo.

Los tipos de subsidio pueden clasificarse según estén dirigidos a consumidores (h), (preferentemente hogares), viviendas (v) o zonas (i), o una combinación de ellos. Así, pueden existir distintas posibilidades; por ejemplo: entregado a ciertos tipos de consumidores, independientemente de la localización (S_h); a ciertos tipos de consumidores para ser usado en bienes inmuebles y zonas específicas (S_{hvi}); a cualquier tipo de consumidor, pero para ser empleado en bienes inmuebles y zonas específicas (S_{vi}); a cualquier tipo de consumidor para ser empleado en cualquier bien inmueble, pero sólo en aquellos ubicados en zonas específicas (S_i).

Subsidio directo al usuario

Supóngase un subsidio directo al usuario del bien inmueble, quien podría ser dueño o no de tal bien (propietario y arrendatario, respectivamente). Para establecer la metodología basta analizar el caso general de subsidios de tipo S_{hvi}, los restantes tipos de subsidios se tratan de forma similar.

El beneficiario del subsidio experimenta una modificación de la función de utilidad (indirecta y condicional en la localización) a través de una relajación de la restricción de ingreso en un monto igual al subsidio. Siguiendo a Rosen (1971) y Jara-Díaz y Martínez (1999) se demuestra que el ingreso es lineal en la función de disposición a pagar (*DP*); esto es: $DP_{hvi} = DP^o_{hvi} + S_{hvi}$, donde DP^o_{hvi} es la disposición a pagar cuando no existe subsidio. Ahora bien, la función de postura está asociada a la de disposición a pagar a través de $B_{hvi} = DP_{hvi} - \omega_{hvi}$, donde ω es el factor de eventual especulación, entonces, $B_{hvi} = B^o_{hvi} + S_{hvi}$ con B^0_{hvi} representando a la postura sin subsidio.

Aplicando la regla del mejor postor se obtiene la renta:

$$r_{vi} = \underset{g}{Max}(B_{gvi}) \tag{6}$$

que, en el caso que el subsidio no discrimine por tipo de consumidor, conduce a:

$$r_{vi} = \underset{h}{Max}(B^o_{hvi}) + S_{vi} = r^o_{vi} + S_{vi} \tag{7}$$

La ecuación (7) indica que, en principio, la renta absorbe el subsidio beneficiando al propietario, sin embargo, si bien este traspaso existe parcialmente, su monto real debe ser analizado en conjunto con el equilibrio urbano global al cual se ajustan posturas y rentas.

Un efecto esperado de la presencia del subsidio es el cambio en la localización, el que está gobernado por la regla del mejor postor. En este efecto juega un rol principal la eventual existencia de discriminación en el subsidio según tipo de consumidor, puesto que los potenciales beneficiarios aumentan su postura en S_{hvi} desplazando al resto que mantienen las posturas originales.

El análisis anterior puede repetirse para el caso postura estocástica, obteniendo:

$$r_{vi} = E\left(\underset{h}{Max}[\, B_{hvi}\,]\right) = \frac{1}{\mu} ln \sum_{h} H_h \phi_{hvi} exp\left(\mu B_{hvi}(S_{hvi})\right) + \frac{\gamma}{\mu} \tag{8}$$

y dado que la postura es lineal en el subsidio, se tiene que

$$r_{vi} = r_{vi}^{o} \;+\; \frac{1}{\mu} ln \sum_{h} P_{h/vi}^{o} exp\left(\mu S_{hvi}\right) \tag{9}$$

donde r_{vi}^{o} es la renta en el caso estocástico sin subsidio y $P_{h/vi}^{o}$ es la probabilidad de localización en ese caso. En particular, si el subsidio no discrimina a los hogares, el resultado es idéntico a la ecuación (7).

La incorporación de este tipo de subsidio en el modelo MUSSA es conceptualmente directa, pues consiste en modificar las posturas en un monto equivalente al subsidio correspondiente y buscar el nuevo equilibrio. Esto es así porque el subsidio afecta el *mercado del uso del suelo* a través del comportamiento de los agentes, que es justamente el que modela MUSSA.

Subsidios al desarrollo urbano

En este caso el subsidio beneficia directamente a la inmobiliaria. Se pueden distinguir dos casos: que el subsidio se entrega al desarrollador de bienes inmuebles de un cierto tipo (S_{vi}), o bien que se entrega asociado a una zona (S_i). Si el modelo de oferta lo permite, esta diferencia debe quedar explícitamente modelada para dar un tratamiento adecuado de esto en el comportamiento del mercado de oferta inmobiliaria.

En MUSSA este proceso está representado en forma agregada por el modelo de oferta inmobiliaria, genéricamente por $\Theta(r_i)$, en que r_i es la renta agregada representada promedio de bienes inmuebles en la zona i; así la oferta subsidiada se representa por $\Theta(r_i + S_i)$. Luego, se presenta aquí una restricción parcial del modelo, pues la oferta ha sido concebida como una función global de tendencia del mercado inmobiliario y no como un modelo detallado de la oferta; además sólo se puede representar subsidios a la zona sin poder discriminar por tipo de bien inmueble. Por esta razón, se ha considerado perfeccionar el modelo oferta inmobiliaria de forma que sea explícito el rol de los agentes involucrados (desarrolladores urbanos y dueños del suelo) y que sea sensible al monto, tipo y número de subsidios entregados para el desarrollo urbano. Para ello se prevé la recolección de información específica que permita calibrar tal modelo.

4. INCORPORACIÓN DE NORMATIVAS DE REGULACIÓN

En el problema (5) aparecen restricciones matemáticas que representan, en forma genérica, normativas de regulación a la localización de actividades en el espacio urbano. Estas normativas son reglas que impone la autoridad (nacional o local) para limitar o impedir la provisión de oferta inmobiliaria de algún tipo o la localización de hogares o ciertas actividades económicas en alguna determinada oferta. Pueden especificarse por separado para cada una de las zonas de modelación (denotadas con el subíndice i) y dentro de cada una de ellas pueden, a su vez, desglosarse en aquellas que afectan a un determinado tipo de oferta v y en aquellas que involucran varios tipos de bienes inmuebles, simultáneamente. A continuación, se analiza cada uno de estos dos tipos de normativas.

4.1 Normativas de regulación por tipo de oferta

Son aquellas que impiden que un determinado tipo de consumidor se localice en cierto tipo de oferta. Estas regulaciones no impiden la generación de oferta, sino que más bien la localización de ciertos tipos de consumidores en algunos tipos de oferta. Sin embargo, si estas regulaciones impiden que *todos* los tipos de consumidores se localicen en una determinada oferta, esta oferta no debe generarse. Esta consideración es relevante dado que, por construcción se verifica $\sum_h P_{h/vi} = 1 \ \forall (v,i)$, luego si la oferta inmobiliaria (v,i) existe, siempre existirá un consumidor que se localiza en ella, a menos que se elimine tal posibilidad explícitamente.

Es preciso observar que las normativas de regulación están definidas sobre una partición de cada zona de modelación $i \in I$; llamaremos a esta partición "subzonas" y se denota como J_i. De este modo la normativa define para, cada zona $j \in J_i$ si se permite o no la localización de consumidores de tipo h en bienes inmuebles de tipo v. De aquí se deduce que las regulaciones existentes imponen que la superficie de terreno ocupada por bienes inmuebles de tipo v usados por consumidores de tipo h en la zona $i \in I$, esté acotada superiormente por la superficie correspondiente a las subzonas de regulación $j \in J_i$ que permiten la localización de consumidores de tipo h en bienes inmuebles de tipo v.
Para escribir la ecuación que caracteriza esta condición de agregación, se requiere presentar, en primer término, una identidad básica, que establece que la superficie de terreno ocupada por bienes inmuebles de tipo v usados por consumidores de tipo h en la zona i, es igual a la suma de superficies correspondientes en las subzonas de regulación $j \in J_i$ en que el uso v está permitido:

$$P_{h\ vi} f_{vi} q_{vi} = \sum_{j \in i} P_{h\ vj} \delta_{hvj} f_{vj} q_{vj} \qquad \forall h,v,i \qquad (10)$$

donde q representa al tamaño mínimo predial. En esta formulación se permite que los valores representativos de esta variable, para cada bien inmueble, varíen en las distintas subzonas de regulación y por consiguiente, en las zonas de modelación. Las variables dicotómicas δ_{hvj} representan de modo explícito a las regulaciones en las distintas subzonas, ya que δ_{hvj} vale la unidad si en la zona de regulación j el consumidor h se puede localizar en el bien inmueble v y 0 en caso contrario.

A modo de ejemplo, en la versión actual de MUSSA se han seleccionado las siguientes regulaciones para formar el conjunto de normativas que el modelador puede considerar en el cálculo de las variables δ_{hvj} (para una revisión más completa consultar MIDEPLAN (1998b)):

- *Tamaño mínimo predial.*
- *Coeficiente de constructibilidad máximo*: cuociente máximo admisible entre las superficies de construcción y de terreno de cada bien inmueble.
- *Altura máxima del edificio.*
- *Porcentaje de ocupación máximo predial*: porcentaje máximo del terreno admisible para ser ocupado por la construcción.

Las regulaciones a la oferta de bienes inmuebles están dadas por las variables δ_{vj}, las cuales corresponden a funciones de las variables δ_{hvj}, según:

$$\delta_{vj} = 1 - \prod_h (1-\delta_{hvj}) = \begin{cases} 1 & \text{si el bien inmueble } v \text{ se puede ofrecer en la zona } j\text{, es decir:} \\ & \text{si } \textit{existe } h \text{ tal que } \delta_{hvj} = 1 \\ 0 & \text{si el bien inmueble } v \text{ no se puede ofrecer en la zona } j\text{, es decir:} \\ & \text{si } \textit{para todo } h \text{ se verifica } \delta_{hvj} = 0 \end{cases} \quad (11)$$

Gracias a esta definición se obtiene:

$$f_{vj} q_{vi} \leq Q_j^i \delta_{vj} \qquad \forall v, j \in J_i \qquad (12)$$

donde denota por Q_j^i la superficie disponible para localización de la subzona de regulación $j \in J_i$.

Por lo tanto, amplificando la ecuación (10) por el tamaño predial q_{vi} y reemplazando la ecuación (12), además de que $P_{h/vi} \leq 1$ y $\delta_{hvj}\delta_{vj} = \delta_{hvj} \quad \forall h, v, j \in J_i$, se obtiene

$$P_{h/vi} f_{vi} q_{vi} \leq \sum_{j \in J_i} Q_j^i \delta_{hvj} \qquad \forall h, v, i \qquad (13)$$

Esta ecuación es la restricción matemática que representa la condición que el conjunto de regulaciones existentes en la zona i restringen la localización de consumidores en cada tipo de bien inmueble de la zona.

Para usar la ecuación (13) apropiadamente es preciso hacer una observación importante. Si se suma sobre h ambos miembros de la ecuación (10) y se usa la condición $\sum_h P_{h\ vi} = 1 \quad \forall h, v, i$ se obtiene:

$$f_{vi} q_{vi} = \sum_{j \in J_i} f_{vj} q_{vj} \sum_{h'} P_{h'/vj} \delta_{h'vj} \qquad \forall v, i \qquad (14)$$

que indica que si existe un tipo de consumidor h y un tipo de bien inmueble v tal que $\delta_{hvj} = 0 \quad \forall j \in J_i$, entonces por la ecuación (10) se deduce que $f_{vi} = 0$ o $\phi_{hvi} = 0$ (notar que de la ecuación (2) se deduce que $P_{h\ vi} = 0$ si y sólo si $\phi_{hvi} = 0$). Sin embargo, la ecuación (14) indica que se requiere que *todos los tipos de consumidor* (y no solamente el tipo h) verifiquen $\delta_{h'vj} = 0 \quad \forall j \in J_i$ para que se infiera $f_{vi} = 0$. Por lo tanto, se concluye que:

- Todo tipo de consumidor h y bien inmueble v que verifique $\delta_{hvj} = 0 \quad \forall j \in J_i$ define la condición $\phi_{hvi} = 0$.
- Para todo bien inmueble v tal que todos los tipos h' de consumidor verifican $\delta_{h'vj} = 0 \quad \forall j \in J_i$ se define la condición $\phi_{hvi} = 0 \quad \forall h'$ y $f_{vi} = 0$.

Por otra parte, sumando sobre $j \in J_i$ ambos miembros de la ecuación (12) y observando que $\sum_{j \in J_i} f_{vj} q_{vj} = f_{vi} q_{vi}$ se obtiene:

$$f_{vi} q_{vi} \leq \sum_{j \in J_i} Q_j^i \delta_{vj} \qquad \forall v, i \qquad (15)$$

Al considerar que las ecuaciones (13) y (15) imponen restricciones en cada zona de modelación $i \in I$ y en cada tipo de bien inmueble, se deducen las siguientes cotas:

$$\boxed{0 \leq f_{vi} \leq K_{vi} \equiv \frac{1}{q_{vi}} Mín \left\{ \left(\frac{\sum_{j \in J_i} Q_j^i \delta_{hvj}}{P_{h/vi}} \right)_{h \in \Gamma(vi)}, \sum_{j \in J_i} Q_j^i \delta_{vj} \right\} \qquad \forall v, i} \qquad (16)$$

donde $\Gamma(vi) = \{h' \,/\, \exists\, j \in J_i$ tal que $\delta_{hvj} = 1\}$. Obviamente, las regulaciones imponen la condición que todos los tipos de consumidor h que no pertenecen a $\Gamma(vi)$ tienen una probabilidad de postulación nula, es decir, $\phi_{hvi} = 0$. Además, observar que si $\Gamma(vi)$ es vacío, entonces, $\delta_{vj} = 0\ \forall\, j \in J_i$ y por lo tanto, $f_{vi} = 0$.

4.2 Normativas de regulación que involucran varios tipos de oferta

En cada zona de modelación $i \in I$, las regulaciones anteriores tienen la condición de incidir sobre un tipo de oferta determinado. A continuación se analizan regulaciones que afectan simultáneamente a varios tipos de oferta de una determinada zona.

Espacio de localización máximo: Esta regulación indica que "la superficie de terreno ocupado por todos los tipos de bienes inmuebles no puede superar la superficie de terreno disponible para localización de actividades". Usando la ecuación (10), se deduce que esta condición se expresa como:

$$\boxed{\sum_{v} f_{vi} q_{vi} \leq Q_i \equiv \sum_{j \in J_i} Q_j^i \delta_j \qquad \forall i \in I} \qquad (17)$$

donde

$$\delta_j = 1 - \prod_v \prod_h (1 - \delta_{hvj}) = \begin{cases} 1 & si \quad existe \quad v \quad tal \quad que \quad \delta_{vj} = 1 \\ 0 & si \quad para\, todo \quad v\, se\, verifica \quad \delta_{vj} = 0 \end{cases} \tag{18}$$

Densidad poblacional y habitacional acotada: Esta regulación indica que "la cantidad de personas localizadas en hogares (en el caso de densidad poblacional) o la cantidad de bienes inmuebles residenciales o viviendas (en el caso de densidad habitacional) ubicados en una zona i, no puede exceder valores máximo y mínimo. Esta condición se expresa como:

$$\boxed{A_i^{min} \leq \sum_{v \in O(R)} a_{vi} f_{vi} \leq A_i^{máx} \qquad \forall i} \tag{19}$$

donde

$A_i^{mín} = \sum_{j \in J_i} Q_j^i d_j^{min}$ $\quad y \quad$ $A_i^{máx} = \sum_{j \in J_i} Q_j^i d_j^{máx}$;

$d_j^{min}, d_j^{máx}$ son las densidades mínima y máxima (poblacional o habitacional);

$$a_{vi} = \begin{cases} \sum_{h \in D(R)} M_h P_{h/vi} & \text{en el caso de densidad poblacional} \\ 1 & \text{en el caso de densidad habitacional} \end{cases}$$

con M_h, $O(R)$ y $D(R)$ el número de miembros del hogar de tipo h, los conjuntos de tipos de oferta y de demanda residencial (viviendas y hogares), respectivamente.

Usos permitidos: En una zona de modelación i dada, las regulaciones pueden impedir que un cierto tipo de consumidor se localice en algunas zonas de regulación internas de i, con lo cual se establece una cota superior a la superficie de terreno que dispone cada tipo de consumidor para localizarse en cada zona de modelación. La ecuación (10) permite deducir esta condición, la cual está dada por:

$$\boxed{\sum_v P_{h\ vi} f_{vi} q_v \leq \sum_{j \in J_i} Q_j^i \delta_{hj} \qquad \forall h, i} \tag{20}$$

donde

$$\delta_{hj} = 1 - \prod_v (1 - \delta_{hvj}) = \begin{cases} 1 & \text{si } \textit{existe } v \text{ tal que } \delta_{hvj} = 1 \\ 0 & \text{si } \textit{para} \text{ todo } \ v \text{ se verifican } \delta_{hvj} = 0 \end{cases} \tag{21}$$

Si se introducen las restricciones de *normativas de regulación* antes deducidas, el problema (5) puede formularse con las siguientes restricciones:

$$\sum_{v} f_{vi} q_{vi} \leq Q_i \qquad \forall i \text{ (Espacio de localiz. máximo)}$$

$$\sum_{j \in i} Q_j^i d_j^{pmin} \leq \sum_{v \in O(R)} a_{vi}(f,B,P) f_{vi} \leq \sum_{j \in i} Q_j^i d_j^{pmáx} \qquad \forall i \text{ (Densidad poblac. acotada)}$$

$$\sum_{j \in i} Q_j^i d_j^{hmin} \leq \sum_{v \in O(R)} f_{vi} \leq \sum_{j \in i} Q_j^i d_j^{hmáx} \qquad \forall i \text{ (Densidad habit. acotada)}$$

$$\sum_{v} P_{h\ vi}(f,B,P) f_{vi} q_v \leq \sum_{j \in i} Q_j^i \delta_{hj} \qquad \forall h,i \text{ (Usos permitidos)}$$

$$F_{vi} \leq f_{vi} \leq K_{vi}(f,B,P) \qquad \forall h,i \text{ (Oferta acotada por información disponible y/o por regulación por tipo de oferta)} \tag{22}$$

Es oportuno observar que todas las restricciones del problema anterior, salvo aquellas referidas al "espacio de localización máximo" y a la "densidad habitacional acotada", dependen explícitamente de la demanda, a través de las probabilidades de localización. Esto afecta al algoritmo de solución del problema (5) con las restricciones (22), pues impone restricciones endógenas lo que resulta en un problema no-lineal.

En la versión computacional actual del modelo MUSSA, el usuario selecciona el conjunto de normativas de regulación que desea considerar y los valores de estas regulaciones, e inmediatamente se determinan cuáles restricciones se incorporan al problema y los valores de los parámetros que intervienen en ellas.

5. ANÁLISIS DE FACTIBILIDAD

Para resolver el problema (5) es preciso que (22) sea factible, es decir, que exista al menos un vector $x = (f, B)$ que satisfaga todas las restricciones simultáneamente. Esta situación no está en absoluto garantizada, porque el conjunto de restricciones y los valores que las definen constituyen variables de escenario elegidas arbitrariamente por el modelador. Aun cuando éste estuviera especialmente interesado en definir un problema factible el gran número de variables y restricciones involucradas atenta seriamente contra este propósito.

El análisis de la factibilidad permite encontrar un vector $x = (f, B)$ que satisface todas las restricciones simultáneamente cuando el problema es factible. Esto último es necesario debido a que los métodos actualmente existentes para resolver problemas de optimización diferenciable se basan en la generación de una secuencia de aproximaciones a la solución que se construye a partir de un vector inicial factible.

A continuación se presenta una metodología general que se aplica al problema (5) y que permite responder las interrogantes sobre factibilidad. Este método está basado en una extensión a la metodología empleada en la búsqueda de un punto factible en un problema de optimización con función objetivo y restricciones lineales (etapa inicial del método Simplex). Para más antecedentes revisar Hillier (1989) y Luenberger (1989).

Considérese el siguiente problema general de encontrar un vector x que sea solución de un sistema de igualdades y desigualdades (no necesariamente lineales en x):

Problema S(x)

$$\begin{aligned} &\textit{Encontrar } x \in \Re^n \textit{ tal que} \\ &K(x) = k \\ &G(x) \leq g \\ &\quad x \geq 0 \end{aligned} \tag{23}$$

donde K y G son funciones vectoriales derivables tales que $K : \Re^n \rightarrow \Re^p$ y $G : \Re^n \rightarrow \Re^l$, además $k \in \Re^p$ y $g \in \Re^l$ son vectores dados. Es oportuno mencionar que restricciones de desigualdad con cotas inferiores siempre son equivalentes a restricciones con cotas superiores, de modo que el problema S(x) también incluye tales casos.

Sea $x_o \geq 0 \in \Re^n$ un vector arbitrario. Sin pérdida de generalidad, se puede suponer la existencia de los vectores $k_1 \in \Re^{p_1}$, $k_2 \in \Re^{p_2}$, $g_1 \in \Re^{l_1}$, $g_2 \in \Re^{l_2}$ y de las funciones vectoriales $K_1 : \Re^n \rightarrow \Re^{p_1}$, $K_2 : \Re^n \rightarrow \Re^{p_2}$, $G_1 : \Re^n \rightarrow \Re^{l_1}$, $G_2 : \Re^n \rightarrow \Re^{l_2}$ que verifican:

$$\begin{aligned} &p_1 + p_2 = p && l_1 + l_2 = l \\ &K(x) = \begin{pmatrix} K_1(x) \\ K_2(x) \end{pmatrix} && G(f) = \begin{pmatrix} G_1(x) \\ G_2(x) \end{pmatrix} \\ &k = \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \end{pmatrix} && g = \begin{pmatrix} g_1 \\ g_2 \end{pmatrix} \\ &K_1(x_0) \leq k_1 && G_1(x_0) \leq g_1 \\ &K_2(x_0) > k_2 && G_2(x_0) > g_2 \end{aligned} \tag{24}$$

Entonces, para resolver el problema S(x) se propone resolver el siguiente problema de optimización llamado FAC.

Problema FAC

$$
\begin{aligned}
&\underset{x,r,s,w}{Min} \sum_{i=1}^{p_1} r_i + \sum_{j=1}^{p_2} s_j + \sum_{z=1}^{l_2} w_z \\
&K_1(x) + r = k_1 \\
&K_2(x) - s = k_2 \\
&G_1(x) \leq g_1 \\
&G_2(x) - w \leq g_2 \\
&x, r, s, w \geq 0
\end{aligned} \tag{25}
$$

En primer término, se observa que gracias a las condiciones que aparecen en las ecuaciones (24), FAC es un problema factible porque el siguiente vector verifica todas las restricciones de este problema:

$$
\begin{aligned}
&x_0 \geq 0 \\
&r_0 = k_1 - K_1(x_o) \geq 0 \\
&s_0 = K_2(x_o) - k_2 \geq 0 \\
&w_0 = G_2(x_o) - g_2 \geq 0
\end{aligned} \tag{26}
$$

Además, este vector (x_0, r_0, s_0, w_0) sirve de punto de partida para definir una sucesión de aproximaciones a la solución (por ejemplo, usando el algoritmo de Newton-Raphson).

Sea (x^*, r^*, s^*, w^*) la solución de FAC, entonces se puede apreciar que S(x) es factible si y sólo si $r^* = 0$, $s^* = 0$ y $w^* = 0$. Además, si S(x) es factible entonces, x^* es una solución de S(x).

Es interesante observar que si S(x) es infactible, la función objetivo es una medida del grado de infactibilidad de este problema y el vector de valores positivos (r^*, s^*, w^*) corresponden al vector de modificaciones que podrían realizarse a (k_1, k_2, g_2) respectivamente, para que el problema S(x) fuese factible y x^* una de sus soluciones. Esta observación abre interesantes posibilidades de aplicación, por cuanto se ha generado un enfoque tanto para evaluar el impacto de cada restricción en la generación de un problema infactible como para "corregir" la infactibilidad que produce. Si se considera que un problema infactible puede modificarse de infinitas maneras para transformarlo en uno factible, sin dudas el enfoque de "corrección" podría perfeccionarse en el futuro, introduciendo cambios en el problema FAC que recogieran el hecho que las restricciones tienen diferente importancia para el modelador o admiten diferentes grados de modificación. Por ejemplo, si el problema (5) fuese infactible, la cota superior de la restricción de "espacio de localización máximo" probablemente podría admitir un grado mínimo o incluso nulo de modificación, sin embargo, el modelador podría considerar grados mayores de cambio en la restricción de "densidad habitacional acotada".

Desde el punto de vista de la aplicación en gestión urbana los casos de infactibilidad representan marcos regulatorios inconsistentes, mientras que el método corrección constituye en sí un mecanismo de ajuste de políticas de regulación que admite la incorporación de objetivos urbanísticos o ambientales en forma explícita en la importancia asignada a cada regulación.

6. EVALUACIÓN DE ESCENARIOS Y EXTENSIÓN A OPTIMIZACIÓN SOCIAL.

Se ha desarrollado un método analítico para el estudio y eventual evaluación de políticas de regulación y de incentivos de localización. A partir de un conjunto de políticas, o escenario, se puede predecir el impacto, tanto en cambio de localización como en variaciones de las rentas.

La construcción de tales escenarios es ciertamente arbitraria, sin embargo los resultados del método pueden entregar indicadores del grado de impacto de cada restricción impuesta, lo que se refleja en los multiplicadores de Lagrange de cada restricción. No obstante, si bien esto constituye un gran avance en el diseño y análisis de escenarios, no se cuenta con un método de comparación entre distintos escenarios. Para tener una visión global de la bondad o conveniencia de una determinada política o de un escenario construido como un conjunto de políticas, se requiere definir un objetivo social y asociar una medida del impacto del escenario en la consecución de ese objetivo.

Bajo el objetivo usual de maximizar los beneficios sociales, incluyendo consumidores y productores, una medida de los impactos económicos de re-localización de actividades (hogares y firmas) y cambios en las rentas, es la variación de los excedentes de los consumidores (*EC*) y de los productores (*EP*). Martínez y Araya (1999) proponen y analizan estas medidas de beneficio llegando a la conclusión que los excedentes agregados de consumidores y productores son idénticos a la variación total de las rentas de los bienes inmuebles. Para el caso de un modelo de localización estocástico tipo logit, como es MUSSA, las expresiones propuestas por los autores para las medidas de excedentes son:

$$EC_h^e = \frac{1}{\mu}\ln\left(\sum_{(v,i)} f_{vi}^e \phi_{hvi} \exp \mu(B_{hvi}^e + \omega_h^e - r_{vi}^e)\right) \tag{27}$$

$$EP_{vi}^e = \frac{1}{\mu}\ln\left(\sum_h H_h^e \phi_{hvi} \exp(\mu B_{hvi}^e)\right) \tag{28}$$

Estas ecuaciones tienen validez como variaciones de excedentes comparando dos escenarios distintos (denotados por el supra índice e). Las expresiones *EC* y *EP* pueden ser evaluadas con el modelo MUSSA, identificándose agentes y zonas más o menos favorecidas, y también se puede calcular una medida global del beneficio social total del escenario (BSE) sumando las anteriores para todos los agentes y las zonas.

Un uso alternativo del modelo es el de carácter normativo, es decir, habiéndose definido una función de beneficio social y sus medidas correspondientes, se quiere resolver la pregunta de ¿cuál es el escenario óptimo?. En este caso el modelo se utiliza para diseñar escenarios óptimos de regulación. Esto es técnicamente abordable utilizando el modelo MUSSA, aunque requiere una extensión a la versión actual.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a SECTRA y al proyecto FONDECYT N°1981206 que permitieron el desarrollo de esta investigación.

REFERENCIAS

Alonso, W. (1964). **Location and Land Use**, Cambridge, Harvard University Press

Ben Akiva, M.E. y Lerman, S.R. (1985) **Discrete Choice Analysis: Theory and Application to Travel Demand**. The MIT Press, Cambridge, Mass.

Hillier, Frederick S. (1989) **Introducción a la investigación de operaciones** México, McGraw-Hill

Luenberger, David G. (1989) **Programación lineal y no lineal**, Argentina, Addison-Wesley Iberoamericana.

Jara-Díaz, S.R., Martínez. (1999) On the specification of indirect utility and willingness to pay for discrete residential location models. **Journal of Regional Science** (aceptado).

Martínez, Francisco (1992) The Bid-Choice Land Use Model: An Integrated Economic Framework. **Environment and Planning A**, vol. 24, págs. 871-885.

Martínez. F.J. (1996). MUSSA: A Land Use Model for Santiago City. **Transportation Research Record 1552: Transportation Planning and Land Use at State, Regional and Local Levels,** 126-134.

Martínez, F.J. y Araya C. (1998). Land Use Impacts of Transport Projets: User Benefits, Rents and Externalities. **8th World Conference on Transportation Research WCTR**, Antwerp, Bélgica.

Martínez, F. y Donoso, P. (1995) MUSSA Model: The theoretical framework: Modelling Transport Systems **Proceedings 7th World Conference on Transportation research WCTR, Vol. 2**, eds. D. Hensher, J. King y T. Oum, Pergamon, 333-343.

MIDEPLAN (1995) **Estudio Análisis del Sistema de Usos de Suelo: Informe Final.** Estudio realizado por la Universidad de Chile y CIS Asociados Consultores en Transporte Ltda.

MIDEPLAN (1998a) **Estudio Análisis de Políticas de Usos de Suelo: Informe Final Orden de Trabajo N°1.** Estudio realizado por la Universidad de Chile.

MIDEPLAN (1998b) **Estudio Análisis de Políticas de Usos de Suelo: Informe Final Orden de Trabajo N°5.** Estudio realizado por la Universidad de Chile.

Rosen, S. (1974). Hedonic prices and implicit markets: product differentiation in pure competition. **Journal of Political Economy 82,** 1, 34-55.