UN MODELO DE OPTIMIZACION DE TRAFICO DE TRENES

Vicente Romero Solimano
Sección de Ingeniería, Gerencia de Operaciones, Metro S.A.
Avda. Libertador Bernardo O'Higgins 1414, 3er Piso – Santiago, Chile
Fono: (56-2)-2503401 – Fax: (56-2)-2526363
e-mail: vromero@metro-chile.cl

RESUMEN

En el presente trabajo se presenta un modelo para resolver la problemática de programación del tráfico de trenes de la futura Línea 4 del Metro de Santiago.

El modelo planteado busca optimizar las decisiones de producción de un operador frente a un escenario de demanda determinado. La metodología de planificación de producción que engloba el modelo es la que Metro S.A. ha utilizado por más de dos décadas y es una de las razones que ha contribuido a que sea una de las empresas de servicios mejor evaluada en el país.

El enfoque del modelo es a nivel estratégico-táctico donde la gama de decisiones que pueden ser analizadas van desde el dimensionamiento de flota o tamaño de sitios de estacionamiento hasta decisiones como la cantidad de trenes estacionados en cada lugar y momentos óptimos de reconfiguración entre otras.

Se modela el problema como un problema de programación entera de gran tamaño basado en una formulación de flujo en redes. Para resolverlo se utilizan heurísticas a partir de la resolución de la relajación lineal del problema original. La formulación se prueba a través de un ejemplo cuya solución se encuentra a menos de un 3% del óptimo.

1. INTRODUCCION

Metro S.A. es una empresa de transporte de pasajeros en constante crecimiento que actualmente, en un día laboral típico, transporta 750.000 personas y se proyecta que en el mediano plazo esta cifra supere el millón de pasajeros. Debido a la expansión continua de la red y, en consecuencia, al aumento sostenido de la demanda, se hace necesario optimizar la utilización de los recursos limitados con que cuenta la empresa de modo de asegurar el equilibrio operacional. Desde el punto de vista de la disponibilidad y el valor monetario, el recurso más escaso y caro es el material rodante, el cual es de varios tipos y se utiliza en distintas configuraciones.

Dentro de la problemática a la que Metro S.A. se verá enfrentada en un futuro cercano, se encuentra la operación eficiente de la Línea 4, cuya tecnología es de última generación y tiene complejidades operativas a las que la empresa no se ha enfrentado en el pasado. La particularidad que le da a esta línea un carácter de mayor dificultad operativa es la posibilidad de reconfigurar los trenes durante la operación.

Los trenes de la Línea 4 tendrán dos configuraciones posibles dado que están compuestos por 2 módulos de 3 coches. Se podrá operar con trenes cortos de 3 coches para satisfacer períodos de baja demanda y también con trenes largos de 6 coches para períodos de mayor congestión. Las maniobras de reconfiguración de trenes podrán realizarse sólo en ciertos puntos de la línea (terminales y sitios de estacionamiento).

El problema que el presente estudio pretende abordar es el de proveer, a mínimo costo, la oferta de transporte necesaria en cada tramo de la línea. La oferta mínima necesaria queda determinada a través de la demanda de cada tramo y estándares de calidad de servicio que ha fijado la empresa (densidad máxima de pasajeros, intervalo máximo, etc.). La oferta de transporte en un punto determinado de la red, medida en plazas por unidad de tiempo, queda determinada a través de la suma de las capacidades de los trenes que pasan por ese punto dentro de la unidad de tiempo considerada. Por lo anterior, la provisión de oferta a mínimo costo se traduce en la definición de los itinerarios de trenes y las configuraciones de los mismos que permitan transportar a todos los pasajeros que demandan el servicio del modo más eficiente posible.

Las soluciones que se planteen deben tomar en cuenta una serie de restricciones operativas del sistema las cuales se pueden agrupar en cuatro ámbitos: calidad de servicio, seguridad, tecnológicas y conectividad. El ciclo de operación tiene una duración de un día, ya que al inicio del día todos los trenes inician su recorrido desde las cocheras o terminales y al final del día quedan guardados en ellas. Esto se debe a que durante la noche las vías se deben encontrar despejadas para su mantención, además de la inspección que se hace al material rodante en las cocheras. Lo anterior se traduce en que el planteamiento de una solución factible de ser implementada debe considerar la operación correspondiente a un día completo y determinar el movimiento de cada tren dentro del día en un contexto espacio-temporal.

2. ENFOQUE DE MODELACION

El enfoque utilizado es de flujo en redes multicommodity en tiempo discreto, donde se distinguen dos tipos de redes: física y lógica y los commodities son los distintos tipos de trenes. Para entender el modelo se deben hacer en primer lugar algunas definiciones:

Arco: es la representación de un tramo físico de vía férrea. Una vez que el tren ingresa en un arco debe recorrerlo por completo. El arco no necesariamente es un tramo entre 2 estaciones sino que puede abarcar un tramo de varias estaciones o un tramo de longitud menor a una interestación. Los principales atributos del arco son:

- Tiempo de Viaje.
- Longitud.
- Tipo de Arco (comercial y no comercial).

Un arco es comercial cuando existe una demanda de pasajeros que quiere viajar a través de él.

Ruta: es un conjunto de arcos secuenciales cuyo origen y destino se encuentra en nodos donde se pueden inventariar o estacionar trenes. Los principales atributos de la ruta son:

- Tiempo de Viaje: suma de los tiempos de los arcos que la componen.
- Longitud: suma de los largos de los arcos que la componen.
- Tipo de Ruta: comercial o no comercial.

Una ruta es comercial si los trenes que circulan por ella pueden transportar pasajeros.

Nodo: un nodo es un punto de la red donde el tren debe tomar una decisión. Por ejemplo estacionarse o seguir el viaje, o también una elección entre rutas. El principal atributo del nodo es su Capacidad de Inventario.

La red física es una representación basada en la conectividad real de las vías férreas y la red lógica es una representación de las rutas posibles que pueden realizar los trenes dentro de la operación. En la Figura 1 se presenta la diferencia entre Red física y Red Lógica:

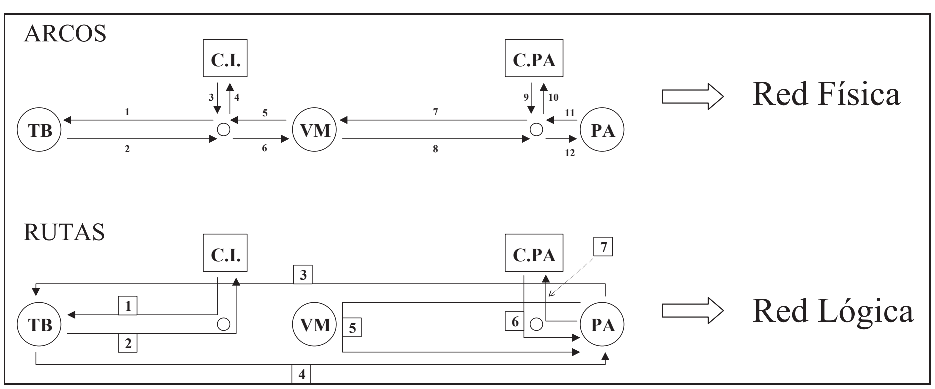

Figura 1: Distinción entre Red Física y Red Lógica

3. DEFINICIONES

En primer lugar se definen los siguientes conjuntos:

a: arcos.
a_p: arcos de pasajeros ($a_p \subset a$).
z: rutas.
e: nodos o estaciones (donde se puede estacionar trenes).
r: tipos de trenes.
t: periodos.
t_c: periodos de control.

El conjunto de períodos de control se refiere a los períodos para los cuales se cuenta con información de demanda y por lo tanto se verifica la satisfacción de la misma. Para continuar con la descripción del modelo se definen los siguientes parámetros:

n, m, d : números de períodos a considerar para int. mín., int. máx. y dda..

k_r : capacidad del tren tipo r (páx).

$coches_r$: número de coches del tren tipo r.

dem_a^t : demanda horaria para viajar a través del arco a comenzando en t.

$v_{r,z}$: tiempo de viaje del tren tipo r en la ruta z.

t_{arme}, t_{desa} : tiempos de maniobra de arme y desarme de trenes.

$dist_z$: distancia en km. de la ruta z.

cap_e : capacidad de inventario de trenes en el nodo e.

$dt_{a,z}$: diferencia de tiempo entre el arco a y la ruta z.

$i_{z,e}$: matriz de incidencia ruta-estación. $\longrightarrow$ $i_{z,e} = \begin{cases} 1 & \text{si la ruta z sale de e} \\ -1 & \text{si la ruta z llega a e} \\ 2 & \text{si la ruta z llega y sale de e} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$

$\delta_{a,z}$: pertenencia del arco a a la ruta z (binario).

Los parámetros n, m y d expuestos en primer lugar se refieren al número de períodos que deben ser considerados para las restricciones de intervalo mínimo, de intervalo máximo y de satisfacción de la demanda como se explicará más adelante. El parámetro $dt_{a,z}$ representa el tiempo que demora un tren asignado a una ruta determinada en llegar a un arco perteneciente a ella. Por otra parte las variables de decisión del modelo son las siguientes:

$$X_{rz}^t = \begin{cases} 1 \text{ si un tren tipo r inicia viaje en la ruta z en t} \\ 0 \text{ si no} \end{cases}$$

$$H_{re}^t = \text{Número de trenes estacionados en e entre t y t+1}$$

$$A_e^t = \begin{cases} 1 \text{ si comienzo a armar un tren en e en t} \\ 0 \text{ si no} \end{cases}$$

$$D_e^t = \begin{cases} 1 \text{ si comienzo a desarmar un tren en e en t} \\ 0 \text{ si no} \end{cases}$$

4. DESCRIPCION DEL MODELO

4.1. Función Objetivo

Habiendo definido conjuntos, parámetros y variables se puede proceder a la formulación del modelo en términos de la Función Objetivo y las restricciones asociadas. La función objetivo busca minimizar el costo total de operación y su expresión es la siguiente:

Función Objetivo

$$\mathbf{MIN} \quad \sum_{t}\sum_{z}\sum_{r}\left[\left(\underbrace{coches_{r}\cdot dist_{z}\cdot C\_CK}_{\text{Coches-kilómetro totales}}+\underbrace{v_{rz}\cdot C\_HC}_{\text{Horas totales}}\right)\cdot X_{rz}^{t}\right] \qquad (1)$$

Donde:

C_CK = costo monetario promedio del coche kilómetro (energía + mantenimiento).

C_HC = costo monetario promedio de la hora de conducción.

Los costos directos de operación tienen dos componentes principales: la primera depende directamente de los coches-km recorridos y corresponde al costo de energía de tracción y de mantenimiento, y la segunda corresponde al costo total de conducción de trenes. Se supone que no hay costo asociado ni al estacionamiento de trenes, ni al armado de trenes ni al desarmado de trenes. El costo está dado solamente por el movimiento del material rodante a través de rutas de la red. Otra función objetivo posible es minimizar simplemente el total de coches-kilómetro recorridos.

La calidad de servicio que perciben los usuarios del sistema no se incorpora en la función objetivo ya que, como se verá más adelante, esta se asegura a través de las restricciones de intervalo máximo y satisfacción de demanda. En períodos de baja demanda la restricción de intervalo máximo es activa y por lo tanto a través de ella se puede regular el tiempo de espera de los pasajeros. En períodos de alta demanda, la restricción de satisfacción de demanda es activa y por lo tanto el tiempo de espera es menor que el máximo permitido. Para velar aún más por la calidad de servicio entregada a los pasajeros se puede ponderar la demanda por un factor mayor que 1 para asegurar un confort determinado (en términos de densidad de pasajeros) al interior de los trenes.

4.2. Restricciones

Las primeras restricciones son las de intervalo. El intervalo entre trenes, es decir el tiempo que transcurre entre dos pasadas consecutivas, está acotado inferiormente por razones de seguridad y superiormente por razones de calidad de servicio. Las restricciones de intervalo mínimo e intervalo máximo se muestran a continuación:

Restricción de Intervalo Mínimo

$$\boxed{\sum_{r}\sum_{i=t}^{t+n}\sum_{z}\delta_{a,z}\cdot X_{rz}^{i-dt_{a,z}}\leq 1 \qquad \forall a,t} \qquad (2)$$

Restricción de Intervalo Máximo

$$\boxed{\sum_{r}\sum_{i=t}^{t+m}\sum_{z\in Z_c}\delta_{a,z}\cdot X_{rz}^{i-dt_{a,z}} \geq 1 \qquad \forall a\in a_p, t} \tag{3}$$

Ambas restricciones lo que buscan es, dado un intervalo de tiempo (de n períodos en el caso de (1) y de m períodos en el caso de (2) con n<m), en los n período pase como máximo 1 tren y en los m períodos pase al menos un tren. Como se observa estas restricciones son a nivel de arcos, o de la red física. En el caso de la restricción de intervalo máximo se consideran sólo los arcos y rutas comerciales.

Otro grupo de restricciones son aquellas de satisfacción de la demanda. La idea de estas restricciones es que la suma de las capacidades de todos los trenes que pasaron a través de un arco en un período de tiempo determinado debe ser igual o superior a la demanda. A continuación se muestra esta restricción:

Restricción de Satisfacción de Demanda

$$\boxed{\sum_{r}\sum_{i=t}^{t+d}\underbrace{\sum_{z\in Z_c}}_{\text{Solo las rutas comerciales}}\left(k_r\cdot\delta_{a,z}\cdot X_{rz}^{i-dt_{a,z}}\right)\geq dem_a^t \qquad \forall a, t_c} \tag{4}$$

En este caso el intervalo de tiempo está dado por el parámetro d que debiera representar el número de períodos que hay dentro de un período de una hora. En todas las restricciones anteriores lo que se hace es sumar todos los trenes que pasan por un arco determinado. Para ello se suma sobre todas las rutas que pasan por ese arco, sobre todos los tipos de trenes y sobre el intervalo de tiempo correspondiente.

Dado que pueden circular solamente dos tipos de trenes en L4, y que deben haber restricciones de conservación de flujo en la red, se identifican dos tipos de restricciones de conservación de flujo las que se muestran a continuación:

Restricción de Conservación de Flujo – Trenes Largos

$$\boxed{\underbrace{\overset{\text{Armado}}{A_e^{t-t_{arme}}}+\overset{\text{Viaje}}{\sum_{z\in e^-}X_{rz}^{t-v_{rz}}}+\overset{\text{Inventario}}{H_{re}^{t-1}}}_{\text{Llegan}}=\underbrace{\overset{\text{Desarmado}}{D_e^t}+\overset{\text{Viaje}}{\sum_{z\in e^+}X_{rz}^{t}}+\overset{\text{Inventario}}{H_{re}^{t}}}_{\text{Salen}} \qquad \forall r=r_l, e, t\ (1<t\leq t_{tot})} \tag{5}$$

Restricción de Conservación de Flujo – Trenes Cortos

$$\boxed{\underbrace{\overset{\text{Desarmado}}{2\cdot D_e^{t-t_{desa}}}+\overset{\text{Viaje}}{\sum_{z\in e^-}X_{rz}^{t-v_{rz}}}+\overset{\text{Inventario}}{H_{re}^{t-1}}}_{\text{Llegan}}=\underbrace{\overset{\text{Armado}}{2\cdot A_e^t}+\overset{\text{Viaje}}{\sum_{z\in e^+}X_{rz}^{t}}+\overset{\text{Inventario}}{H_{re}^{t}}}_{\text{Salen}} \qquad \forall r=r_c, e, t\ (1<t\leq t_{tot})} \tag{6}$$

Las restricciones anteriores básicamente expresan que todo lo que llega a algún nodo en un período debe salir de alguna forma de ese nodo. Por ejemplo, para el caso de trenes largos, los trenes pueden llegar al nodo a través del armado de dos trenes cortos, o viajando o quedó estacionado ahí en el período anterior. Por otra parte los trenes pueden salir del nodo desarmándose, si es que inician el viaje a otro sector de la red y si es que quedan estacionados hasta el período siguiente. El caso de trenes cortos es análogo pero las acciones de arme y desarme cumplen un rol inverso y están ponderadas por 2 ya que se requieren 2 trenes cortos para efectuarlas.

Otra restricción de importancia es que en todo momento el número total de trenes en la red debe ser constante. La Ecuación 7 garantiza esta propiedad:

Restricción Sobre el Número Total de Trenes

$$\underbrace{2\cdot\overset{\text{Largos}}{\sum_{e} H^{t}_{r_l e}} + \overset{\text{Cortos}}{\sum_{e} H^{t}_{r_c e}}}_{\text{Inventario}} + \underbrace{2\cdot\sum_{e}\sum_{i=t-t_{arme}+1}^{t} A^{i}_{e} + 2\cdot\sum_{e}\sum_{i=t-t_{desa}+1}^{t} D^{i}_{e}}_{\text{Reconfiguración}} + \underbrace{2\cdot\overset{\text{Largos}}{\sum_{z}\sum_{i=t-v_{r,z}+1} X^{i}_{r_l z}} + \overset{\text{Cortos}}{\sum_{z}\sum_{i=t-v_{r,z}+1} X^{i}_{r_c z}}}_{\text{Viaje}} = \overset{\text{Número Total de Trenes}}{TT} \quad \forall t \tag{7}$$

Los trenes pueden estar en tres estados principales: Inventario, Reconfiguración o Viajando y también se debe distinguir si son trenes cortos o largos y si están armándose o desarmándose. En la ecuación anterior el número total (TT) es el número total de trenes cortos. Las estaciones o nodos tienen una capacidad definida de inventario lo cual queda expresado a través de la siguiente restricción:

Restricción de Capacidad de Inventario de Estaciones

$$\underbrace{2\cdot H^{t}_{r_l e} + H^{t}_{r_c e}}_{\text{Inventario}} + \underbrace{2\cdot\sum_{i=t-t_{arme}+1}^{t} A^{i}_{e} + 2\cdot\sum_{i=t-t_{desa}+1}^{t} D^{i}_{e}}_{\text{Reconfiguración}} + \underbrace{\sum_{z\in e^{+}} X^{t}_{rz}}_{\text{Viaje}} \leq cap_{e} \qquad \forall e,t \tag{8}$$

Dentro del inventario de trenes asociado a una estación se pueden identificar los trenes estacionados, los trenes en reconfiguración y los trenes de paso.

Otro grupo de restricciones son las restricciones que definen las condiciones de borde del problema, por ejemplo se pueden plantear las siguientes:

Restricción de Inventario Inicial de Trenes

$$\boxed{2\cdot\sum_{e} H^{1}_{r_l e} = TT} \tag{9}$$

Restricción de Inventario Final de Trenes

$$\boxed{2\cdot\sum_{e} H^{1080}_{r_l e} = TT} \tag{10}$$

Restricción de Solución Cíclica

$$\boxed{H^{1}_{re} = H^{1080}_{re} \qquad \forall r,e} \tag{11}$$

Las Ecuaciones 9 y 10 plantean que tanto al inicio de la operación como al final de la misma la flota de trenes debe estar configurada como trenes largos y estar estacionada. El valor 1080 que aparece en la Ecuación 10 es producto de la consideración de un período de tiempo de 1 minuto y 18 horas de operación (18*60 = 1080).

La Ecuación 11 asegura que el número de trenes en inventario al inicio del día en cada estación sea igual al número de trenes en inventario al final del día en cada estación de forma de obtener una solución cíclica.

Hay otro tipo de restricciones que tiene que ver con el tipo de operación que Metro visualiza para la Línea 4. A grandes rasgos lo que se ha pensado es operar con trenes grandes en la mañana, durante las horas valle operar con trenes cortos y después en la tarde volver a pasar a una operación con trenes largos. Lo anterior se garantiza a través de las siguientes restricciones:

Restricción de Período de Desarme de Trenes

$$\boxed{D_e^t = 0 \qquad \forall t \leq 180} \tag{12}$$

Restricción de Período de Armado de Trenes

$$\boxed{A_e^t = 0 \qquad \forall t \leq 690} \tag{13}$$

Restricción de Período de Circulación de Trenes Largos

$$\boxed{X_{r_l z}^t = 0 \qquad \forall t \in [180,690], z \in Z_c} \tag{14}$$

Restricción de Período de Circulación de Trenes Cortos

$$\boxed{X_{r_c z}^t = 0 \qquad \forall t \in [0,180[\cup]690,1080], z \in Z_c} \tag{15}$$

La Ecuaciones 12 y 13 restringen los períodos de desarmado y armado de trenes respectivamente. No se pueden desarmar trenes antes de las 09:00 de la mañana ni se pueden armar trenes antes de las 17:30 hrs..

Por otro lado, las Ecuaciones 14 y 15 restringen la circulación de trenes largos y cortos respectivamente. Se busca con ellas garantizar que en las rutas comerciales que hacen el servicio de pasajeros el tipo de trenes sea lo más homogéneo posible. Lo anterior, en conjunto con las restricciones de inventario inicial y final de trenes detalladas en las Ecuaciones 9 y 10, garantizan un servicio de trenes ordenado en términos de que los usuarios saben que en ciertos horarios circulan trenes cortos y en otros circulan trenes largos.

Otro conjunto de restricciones son aquellas de incompatibilidad de rutas. La incompatibilidad de rutas se da entre aquellas rutas que no tienen arcos en común pero que interfieren de alguna forma. Por ejemplo los siguientes pares de rutas interfieren en la Figura 1: (1,2), (2,3), (3,6) y (6,7). La forma de modelar esta incompatibilidad se muestra a continuación:

Restricción de Incompatibilidad de Rutas

$$\boxed{X_{rz_1}^t + \sum_{i=t}^{t+s} \sum_{z_2 \in Z} in(z_1, z_2) \cdot X_{rz}^{t-delay(z_1,z_2)} \leq 1 \qquad \forall z_1 \in Z, t\ (1 < t \leq t_{tot})} \tag{16}$$

Donde:

In(z1,z2):	parámetro binario que toma el valor unitario si z1 y z2 son incompatibles.
delay(z1,z2):	tiempo entre las partidas de trenes por z1 y por z2 para que interfieran.
s:	períodos de seguridad.

Los períodos de seguridad pueden variar desde ninguno, que representa el caso cuando se cruzan trenes, hasta varios donde se representa casos que comparten una vía pero en distinto sentido (entrada y salida de cocheras).

Finalmente se deben explicitar las restricciones de naturaleza de las variables.

Restricción de Naturaleza de Variables

$$\boxed{\begin{array}{l} H_{re}^{t} \in Z^{+} \\ X_{rz}^{t}, A_{e}^{t}, D_{e}^{t} \in \{0,1\} \end{array}} \tag{17}$$

5. RESOLUCION DEL MODELO

5.1. Metodología de Solución

El modelo es un problema de programación entera que por su tamaño no puede ser resuelto directamente utilizando un motor de optimización. La metodología de solución planteada se divide en etapas: la primera de ellas consiste en determinar si el tamaño del problema permite su resolución completa o debe ser particionado y la segunda etapa consiste en la resolución del problema definido en la etapa anterior utilizando la información que entrega la relajación lineal y heurísticas de redondeo. En la Figura 2 se presenta un diagrama de flujo de la Metodología de resolución del modelo.

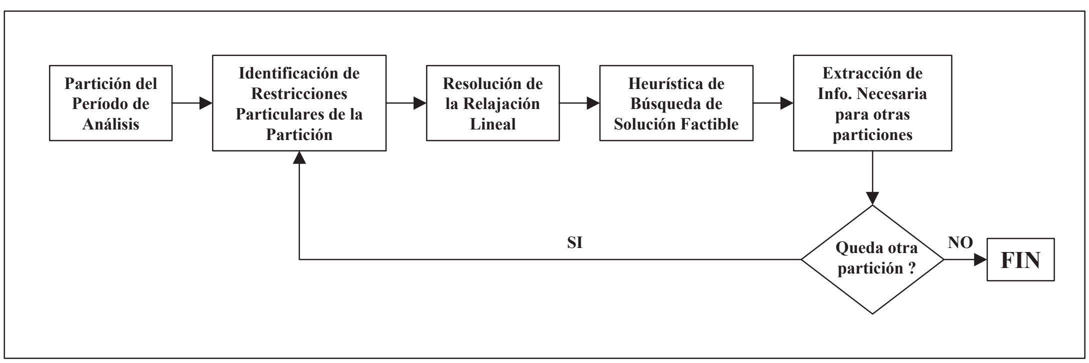

Figura 2: Esquema de la Metodología de Resolución del Modelo

La partición del problema obedece al tamaño del mismo y a que dada la distribución horaria de la demanda de viajes en el Metro el problema se puede separar en al menos dos partes (mañana y tarde) sin comprometer severamente la calidad de la solución. Para cada partición definida se deben identificar las restricciones asociadas, por ejemplo si la división se hace entre mañana y tarde entonces las restricciones asociadas a la mañana serán las de inventario inicial de trenes y las restricciones de inventario final de trenes serán asociadas a la partición de la tarde. Ambas particiones deben ser ligadas a través de fijar los valores de las variables iniciales de la partición de la tarde con los valores finales obtenidos en la partición de la mañana. La resolución de la relajación lineal se realiza utilizando algún paquete estándar de optimización. En el presente trabajo se ha utilizado el compilador algebráico GAMS junto con el motor de optimización CPLEX.

Para este problema específico una heurística que entregó buenos resultados fue resolver inicialmente un MIP (Mixed Integer Problem) donde se dejó como variables enteras las de reconfiguración de trenes y las variables de viaje e inventario fueron tratadas como continuas. Posteriormente, tomando como base la solución encontrada con valores fraccionarios de las variables de viaje e inventario, se redondean las variables más cercanas a 1 (para lo cual se define una cota inferior), y se vuelve a resolver el problema. Esto se hace sucesivamente hasta obtener una solución entera.

5.2. Resolución de un Ejemplo

En la presente sección se muestra la resolución de una instancia que tienen las siguientes características principales:

- Las configuraciones de las redes física y lógica son las de la Figura 1 (Arcos no comerciales: [3, 4, 9, 10]; Rutas no comerciales: [1, 2, 6, 7]).
- Se modelan las primeras 6 horas de operación (06:00 a 12:00).
- La oferta debe satisfacer las demandas de Punta AM y Valle AM.
- Parten sólo trenes largos y se desarman a partir de las 09:00 hrs..
- Hay tráfico sólo de trenes cortos en rutas comerciales a partir de las 09:00 hrs..

A continuación, en las Figuras 3 y 4, se describen algunos parámetros del modelo.

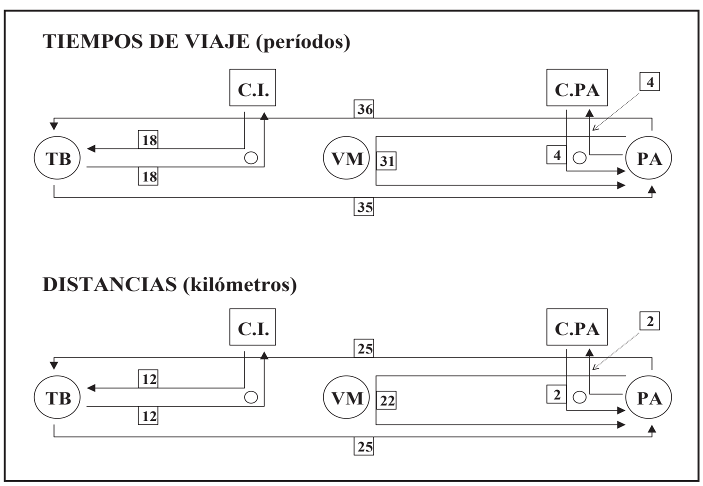

Figura 3: Tiempos de Viaje y Distancias

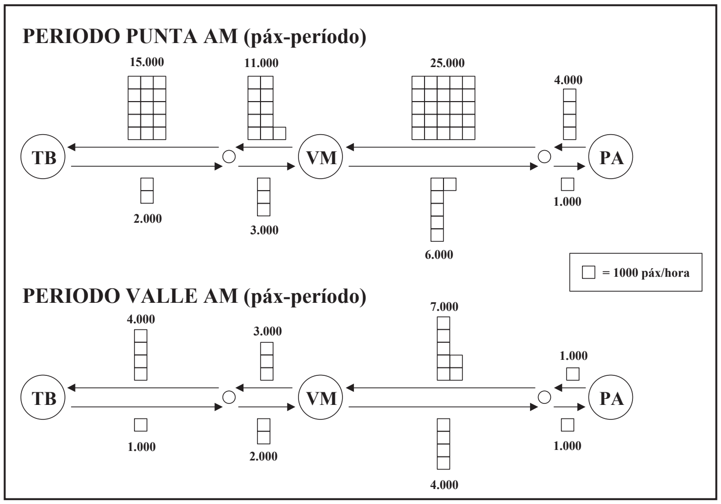

Figura 4: Demandas por Arco y Período de Control

Las capacidades supuestas para las estaciones fueron las siguientes:

Tabla 1
Capacidades de las Estaciones o Nodos (en trenes cortos)

Sigla	Descripción	Capacidad
TB	Terminal Tobalaba	6
C.I.	Cochera Intermedia	10-20
PA	Terminal Puente Alto	8
C.PA	Cochera Puente Alto	26

El objetivo de esta modelación fue investigar el efecto de la variación del tamaño del sitio de estacionamiento intermedio (C.I.), como también el efecto de la utilización del bucle en Vicuña Mackenna (VM) que corresponde a la Ruta 5 de la Figura 1. Es importante notar que los datos, aunque tienen similitud con la realidad, no son exactamente los datos reales por lo que las conclusiones que se puedan extraer de este ejemplo no son aplicables directamente. En la Tabla 2 se presentan los resultados obtenidos:

Tabla 2
Resultados de las Corridas Realizadas

Corrida	Datos Generales de la Corrida			Valor Función Objetivo		Gap respecto a la RL	
	Bucle en la Mañana	Tamaño Cochera	Número de Trenes	Relajación	Entera	Valor	%
1	Si	5	42	16.929	17.499	570	3,4%
2	Si	10	42	16.928	17.322	394	2,3%
3	No	5	52	----	----	----	----
4	No	10	52	17.693	17.922	229	1,3%

Nota: 1) El tamaño de las cocheras que se muestra es en trenes largos.
2) Los valores de la Función Objetivo que se muestran están en coches-km.

En primer lugar se debe mencionar que el gap de la solución entera respecto del valor de la relajación lineal es en promedio para los 3 casos que se lograron resolver de 2,33% lo que garantiza que la solución si es que no es óptima está muy cercana al óptimo. Por otra parte, aunque no se especifica en la Tabla 2, se debe mencionar que los tiempos de resolución son bajos, del orden de los 3 a 5 minutos. Este hecho hace que llevar a cabo varias corridas variando algunos parámetros pueda ser realizado en tiempos razonables.

Respecto de los resultados de las corridas vemos que a través de la operación con bucle en Vicuña Mackenna se logra un ahorro de trenes considerable (es factible operar con 42 trenes en vez de 52). Además se observa que la diferencia entre tener 5 o 10 espacios de estacionamiento de trenes en el caso de las corridas 1 y 2 es de 200 coches-kilómetro que es un valor bastante menor. En cambio al operar sin bucle y con 52 trenes la diferencia de tener o no mayor capacidad de estacionamiento se traduce en que el problema sea factible o no. La razón de la no factibilidad de la corrida 3 es que no se puede satisfacer la restricción de intervalo máximo en el arco 8 (al sur de la estación V. Mackenna) debido a que la gran mayoría de los trenes debe partir desde Puente Alto llegar a Tobalaba y volver a Puente Alto.

Como conclusión general se puede afirmar que se generó un modelo flexible, que se ajusta a la problemática actual y futura de Metro y que tiene posibles aplicaciones tanto en la toma de decisiones de nivel estratégico, como en las más operativas.

REFERENCIAS

Cordeau J., Toth P. & Vigo D. (1998) A Survey of Optimization Models for Train Routing and Scheduling. **Transportation Science**, **Vol. 32 – No. 4, 380-404.**

Assad A. (1980) Models for Rail Transportation. **Transportation Research-A**, **Vol. 14A, 205-220.**

Cordeau J., Soumis F. & Desrosiers J. (2000) A Benders Descomposition Approach for the Locomotive and Car Assignment Problem. **Transportation Science**, **Vol. 34, 133-149.**

Brannlund U., Lindberg P., Nou A. & Nilsson J. (1998) Railway Timetabling using Lagrangian Relaxation. **Transportation Science, Vol. 32 – No. 4, 358-369.**