

**DISEÑO Y OPTIMIZACION DE RUTAS Y FRECUENCIAS  
EN EL TRANSPORTE COLECTIVO URBANO,  
MODELOS Y ALGORITMOS**

Antonio Mauttone, Héctor Cancela, María Urquhart  
Departamento de Investigación Operativa, Instituto de Computación  
Facultad de Ingeniería, Universidad de la República, Uruguay  
Código Postal: 11300  
Fax: (598 2) 711 04 69  
e-mail: [{mauttone|cancela|urquhart}@fing.edu.uy](mailto:{mauttone|cancela|urquhart}@fing.edu.uy)

**RESUMEN**

La planificación del transporte público urbano colectivo (TPUC) basada en herramientas de apoyo a la decisión cobra cada vez más importancia tanto en los países desarrollados como en los en vías de desarrollo. Una proporción importante de los viajes en las ciudades medianas y grandes son efectuados utilizando transporte público colectivo. Problemas como la asignación de flota y personal han recibido amplio tratamiento, contándose con modelos de optimización para los cuales se dispone de algoritmos de resolución eficientes. En cambio el problema de optimización de rutas y frecuencias posee varias fuentes de complejidad (no linealidad, no convexidad, múltiples objetivos) que dificultan tanto su formulación como la propuesta de algoritmos eficientes de resolución. En este trabajo se releva el estado del arte respecto a modelos y algoritmos para el problema de optimización de rutas y frecuencias, seleccionados en el contexto del desarrollo de una herramienta de apoyo a la planificación del sistema de TPUC para la ciudad de Montevideo, Uruguay (1.500.000 habitantes). Todos los trabajos relevados resuelven el problema utilizando algoritmos heurísticos, encontrándose varias aplicaciones que usan algoritmos genéticos. Las dimensiones de los casos de prueba son generalmente pequeñas, y no se hallaron abordajes para el problema con requerimientos de demanda variable en el tiempo, aspecto de interés para el caso de estudio que motiva este trabajo.

## 1. INTRODUCCION

La planificación del transporte público urbano colectivo (TPUC) basada en herramientas de apoyo a la decisión cobra cada vez más importancia tanto en los países desarrollados como en los en vías de desarrollo. Una proporción importante de los viajes en las ciudades medianas y grandes son efectuados utilizando transporte público colectivo. En la ciudad de Montevideo, Uruguay, de aproximadamente 1.500.000 habitantes, alrededor del 50% del total de los viajes demandados, son efectuados en ómnibus (Interconsult, 1997).

Las herramientas de apoyo a la toma de decisiones en muchos casos complementan el conocimiento y experiencia profesional con elementos cuantitativos. Las primeras herramientas propuestas se han utilizado en planificaciones a corto y mediano plazo, pero los cambios de operativa pueden tener un costo importante de implantación (financieros, políticos y sociales), por ello se debe considerar también el largo plazo.

La planificación de un sistema de TPUC implica determinar un plan de recorridos, frecuencias, horarios, asignación de personal y flota, en lo posible óptimas. Este proceso se puede descomponer en etapas (Ceder y Wilson, 1986) de la siguiente manera:

- 1) Diseño de las rutas: cantidad de líneas y el trazado de sus recorridos.
- 2) Determinación de frecuencias: de pasadas para cada línea, eventualmente variable en el tiempo. Considera aspectos de cubrimiento de demanda no considerados en la etapa 1.
- 3) Determinación de horarios: tablas de horarios de cada línea y sincronización de despachos entre aquellas que comparten puntos de transferencia (transbordos).
- 4) Asignación de flota: en base a los vehículos disponibles para realizar los viajes.
- 5) Asignación de personal y recursos disponibles a los viajes programados por línea.

Las dos primeras etapas son generalmente ejecutadas por las entidades reguladoras, es decir, el estado, la municipalidad. Las tres últimas etapas son generalmente ejecutadas por los operadores de los servicios, las empresas de transporte.

La optimización de un sistema de TPUC plantea objetivos del tipo: maximizar la calidad del servicio (minimizar tiempos de viaje y espera), maximizar el beneficio de las empresas transportistas. La solución global al problema depende de la solución de cada una de las etapas del proceso; es razonable pensar que las soluciones factibles de las tres últimas etapas del proceso están condicionadas por las soluciones obtenidas en las dos primeras (Ceder y Wilson, 1986).

Los problemas de la asignación de flota y personal han sido estudiados extensamente y presentan resultados publicados (Wren, 1999); se modelan como problemas clásicos de optimización combinatoria, programación lineal entera; algunos casos se han resuelto en forma exacta.

El problema del diseño y optimización de rutas y frecuencias es NP-difícil (Ceder y Israeli, 1998); ha sido menos estudiado que el problema de asignación de flota y personal. Baaj y Mahmassani (1991) enumeran las siguientes dificultades:

- 1) Formulación del problema: dificultad al definir las variables de decisión (en particular la elección de línea por parte del que viaja) y la función objetivo.
- 2) No linealidad y no convexidad del problema.
- 3) Naturaleza combinatoria del problema, variables discretas.
- 4) Múltiples objetivos: existe un trade-off principalmente entre los objetivos de los usuarios (pasajeros) del sistema, y los operadores (empresas de transporte), lo que hace que pueda no existir única solución óptima, sino varias soluciones no dominadas. Una solución es no dominada cuando no existe otra solución que mejore la función en algún objetivo sin empeorar el resto.
- 5) Disposición espacial de las rutas: formalización de una buena disposición de ellas.

Las primeras herramientas de diseño óptimo de rutas y frecuencias surgen en la década del 70, basados en ideas intuitivas, sin una formulación del modelo y su función objetivo, en algunos casos sin exploración del espacio de soluciones. En la década del 80 se formulan algunas funciones objetivo, y se incorporan nuevos parámetros tales como el cubrimiento de la demanda, factor de carga (proporción de pasajeros parados respecto a la cantidad de asientos) y transferencias de los buses (Axhausen y Smith, 1984). En la década del 90 aparecen otros enfoques, como ser la utilización de metaheurísticas y la exploración del espacio de soluciones. La facilidad de integrar módulos existentes y de incorporar interfaces gráficas, estimulan el desarrollo de nuevos métodos, los que se diferenciarán por su:

- a) adaptabilidad: respecto de los datos disponibles, principalmente aquellos relativos a la topología de la red de tránsito y a la demanda de viajes (matrices origen-destino);
- b) interactividad: con el usuario, de modo de permitir la incorporación de conocimiento humano (técnico humano) en el proceso de toma de decisiones;
- c) eficiencia: calidad en los resultados y tiempos de procesamiento razonables;
- d) flexibilidad: en cuanto al horizonte de planificación, los primeros métodos refirieron a planificaciones de corto y mediano plazo.

El objetivo de este trabajo es el estudio del problema de optimización de rutas y frecuencias de buses, en el contexto del desarrollo de una herramienta de apoyo a la planificación del sistema de TPUC para la ciudad de Montevideo, Uruguay (1.500.000 habitantes). Se presenta un estado del arte de los modelos y algoritmos tanto para el diseño de rutas como de sus frecuencias, teniendo algunos puntos de contacto con el de Barra y Kawamoto (2000) que analizan diversos métodos de diseño de rutas para identificar aquellos aplicables a ciudades brasileñas.

En el Capítulo 2 se exponen algunos modelos y en el Capítulo 3 algoritmos para la optimización de rutas y frecuencias de buses. El Capítulo 4 contiene algunas conclusiones y trabajo futuro.

## **2. MODELOS PARA LA OPTIMIZACION DE RECORRIDOS Y FRECUENCIAS**

El principal componente que caracteriza a cada uno de los modelos, es su formulación. En particular la función objetivo reflejará tanto los intereses de los usuarios (pasajeros) como de los operadores (empresas de transporte). Los modelos presentados en este capítulo, en general, buscan maximizar el nivel de servicio, minimizando el uso de los recursos, según determinadas

restricciones. Estos objetivos son generalmente contrapuestos, una mejora en uno implica un detrimiento en el otro; la importancia relativa de los componentes de la función objetivo es una decisión política, por tanto, será definida por las entidades reguladoras del sistema. La Tabla 1 presenta un resumen de las características de los modelos seleccionados para este trabajo.

**Tabla 1**  
**Comparación de Modelos**

Autor(es)	Función objetivo	Restricciones	Aportes	Limitaciones
Baaj y Mahmassani (1991)	Min. tiempos de transferencia y tamaño de flota	Frecuencia factible Factor de carga Tamaño de flota	Varios parámetros configurables	Coeficientes de conversión en la función objetivo
Israeli y Ceder (1993)	Min. tiempos de transferencia y tamaño de flota (multiobjetivo)	No especificadas	Formulación multiobjetivo	
Ngamchai y Lovell (2000)	Min. tiempos de transferencia y tamaño de flota (detallado)	Factor de carga	Modelo detallado, frecuencias óptimas	Coeficientes de conversión en la función objetivo
Grutner, Pinninghoff, Tudela y Diaz (2002)	Max. beneficios de operador y min. costos de usuario	Dist. de acceso y egreso (a origen y destino)	Modelo alternativo de asignación (logit)	Falta tratamiento de frecuencias y flota Coeficientes de conversión en la función objetivo

El modelo de Baaj y Mahmassani (1991) plantea minimizar los tiempos totales de transferencia de pasajeros y el tamaño de la flota requerido, sujeto a restricciones de frecuencia, factor de carga y tamaño de flota. La formulación del modelo es:

$$\min \left\{ C_1 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij} t_{ij} + C_2 \sum_{k \in R} f_k T_k \right\}$$

sa

$$f_k \geq f_{\min} \quad \forall k \in R \quad (\text{frecuencia factible})$$

$$LF_k = \frac{(Q_k)_{\max}}{f_k CAP} \leq LF_{\max} \quad \forall k \in R \quad (\text{factor de carga})$$

$$\sum_{k \in R} N_k = \sum_{k \in R} f_k t_k \leq W \quad (\text{tamaño de flota})$$

donde

$n$  : cantidad de nodos de la red;

$d_{ij}$  : demanda (cantidad de viajes por unidad de tiempo) entre los nodos  $i$  y  $j$ ;

$t_{ij}$  : tiempo total de viaje entre  $i$  y  $j$  (en vehículo, espera y transferencia, si existe);

$N_k$  : cantidad de buses operando en la ruta  $k$ ,  $N_k = f_k T_k$ ;

$f_k$  : frecuencia de buses operando en la ruta  $k$ ;

$f_{\min}$  : mínima frecuencia de buses permitida para toda ruta;

$T_k$  : tiempo total de viaje de la ruta  $k$ ;

$W$  : tamaño de la flota disponible (cantidad de buses por hora);

$LF_k$  : factor de carga en la ruta  $k$ ;

: máximo flujo por arco en la ruta  $k$ ;

: capacidad de pasajeros sentados en los buses;

: máximo factor de carga permitido;

: conjunto de rutas para una solución dada;

$C_1$  y  $C_2$  : factores de conversión y pesos relativos de los términos de la función objetivo.

Este modelo es el de base utilizado por varios de los autores que se reseñan en el Capítulo 3. Los principales aspectos del problema son tenidos en cuenta, así como una variedad de parámetros y restricciones (factor de carga, por ejemplo). Es flexible, ya que permite la incorporación del conocimiento de los usuarios, por ejemplo, se pueden agregar restricciones de mínima proporción de demanda cubierta en base a viajes sin transferencias (o con al menos una) al momento de aplicar un método de resolución. Los componentes de la función objetivo se expresan en distintas unidades, obligando a utilizar coeficientes de conversión.

Israeli y Ceder (1993) proponen un modelo similar al de Baaj y Mahmassani (1991), pero formulado como un problema de optimización multiobjetivo.

$$\begin{aligned} \min \quad & Z_1 = a_1 \sum_{i,j \in N} PH_{ij} + a_2 \sum_{i,j \in N} WH_{ij} + a_3 \sum_{r \in R} EH_r \\ \min \quad & Z_2 = FS \end{aligned}$$

donde

$N$  : conjunto de nodos de la red;

$R$  : conjunto de rutas para una solución dada;

$PH_{ij}$  : cantidad de pasajeros/hora, entre los nodos  $i$  y  $j$  (mide el tiempo de viaje en vehículo de los pasajeros);

$WH_{ij}$  : tiempo de espera de pasajeros entre los nodos  $i$  y  $j$ ;

$EH_r$  : tiempo de viaje vacío de la ruta  $r$ , que refleja la utilización de los buses;

$FS$  : tamaño de la flota;

$a_1$ ,  $a_2$  y  $a_3$  : pesos que reflejan la importancia relativa de los términos de la función  $Z_1$ .

El modelo de Ngamchai y Lovell (2000) permite calcular frecuencias de rutas; requiere del uso de coeficientes de conversión a la misma unidad (\$/hora) de todas las componentes de la función objetivo; su formulación es similar a la de Baaj y Mahmassani (1991).

$$\begin{aligned} \min \quad & \{FC + UVC + UWC\} \\ FC = & \frac{2C_V}{V} \sum_{k=1}^R \frac{d_k}{h_k} \quad (\text{costo de la flota}) \\ UVC = & \frac{\gamma_V}{V} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m q_{ij} D_{ij} \quad (\text{costo de viaje en vehículo de los usuarios}) \\ UWC = & \frac{\gamma_w}{2} \sum_{k=1}^R \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m q_{ij} \alpha_{ijk} h_k \quad (\text{costo de espera de los usuarios}) \end{aligned}$$

donde

$m$  : cantidad de nodos de la red;

: cantidad de rutas de una solución determinada;

: costo por hora de operación de los buses;

: velocidad de los buses en la red;

: largo de la ruta  $k$ ;

$q_{ij}$  : demanda entre los nodos  $i$  y  $j$  (cantidad de viajes por hora);

$D_{ij}$  : largo de la ruta más corta seleccionada por los pasajeros viajando de  $i$  a  $j$ ;

$\alpha_{ijk}$  :  $\alpha_{ijk} = 1$  si la ruta  $k$  utiliza el arco  $(i,j)$ ,  $\alpha_{ijk} = 0$  en caso contrario;

$\gamma_v$  y  $\gamma_w$  : coeficientes que reflejan el valor subjetivo de los tiempos de viaje y espera;

$h_k$  : espaciamiento temporal del servicio operante en la ruta  $k$  (inverso de la frecuencia),

$$h_k = \min \left( \sqrt{\frac{4d_k C_v}{\gamma_w V \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m q_{ij} \alpha_{ijk}}}, h_k^{\max} \right)$$

donde  $h_k^{\max}$  depende del factor de carga y del arco con mayor flujo en la ruta  $k$ .

El modelo de Gruttmann, Pinninghoff, Tudela y Díaz (2002) difiere de todos los anteriores en la especificación de los componentes del sistema. Propone un modelo de asignación alternativo, que usa el método logit mediante el cálculo de utilidades de cada línea para cada par origen-destino  $(i,j)$ . No se contemplan aspectos tales como la determinación de frecuencias y dimensionamiento de flota; requiere la utilización de coeficientes de conversión y de valores subjetivos del tiempo. La función objetivo es:

$$\max \{ \alpha FO(R_i) - \beta FU(R_i) \}$$

donde:

$R_i$  :  $i$ -ésima ruta válida ( $R_i \in R$ , conjunto de rutas válidas, cada ruta se asocia a una línea);

$\alpha$  y  $\beta$  : coeficientes que representan la importancia relativa de cada objetivo;

$FO = IO_L - CO_L$ ; (función de beneficio del operador)

$IO_L = AF_L T_L$  (ingreso operador)

$CO_L = Distancia_L K_L$  (costo operador)

$AF_L$  : afluencia total de viajes que atrae la línea  $L$ ;

$T_L$  : tarifa cobrada por la línea  $L$ ;

$Distancia_L$  : largo del recorrido de la línea  $L$ ;

$K_L$  : costo unitario de operación por kilómetro;

$FU = CU_L = \sum_i \sum_i (\delta t_{ijL}^a + t_{ijL}^v + \eta t_{ijL}^e) \times VST \times V_{ijL}$  (función de costo del usuario por línea)

$t_{ijL}^a, t_{ijL}^v, t_{ijL}^e$  : los tiempos de acceso a la línea, de viaje y de espera respectivamente;

$VST$  : valor subjetivo del tiempo;

: número de viajes entre cada par origen-destino  $(i,j)$  que utilizan la línea  $L$ ;

y : pesos relativos de los tiempos de acceso y espera con respecto al tiempo de viaje.

### 3. ALGORITMOS PARA LA OPTIMIZACION DE RECORRIDOS Y FRECUENCIAS

Los trabajos que se presentan en esta sección, se basan en modelos de programación matemática resueltos con métodos aproximados, heurísticas y metaheurísticas. La Tabla 2 resume las principales características de los algoritmos estudiados. En particular varias aplicaciones utilizan algoritmos genéticos, metaheurística que ha probado ser flexible en otros contextos (Goldberg, 1989). Los algoritmos parten de una solución inicial (conjunto de rutas), que se mejora iterativamente, generalmente avanzando según tres fases bien diferenciadas: 1)generación, 2)evaluación y 3)mejora de soluciones, con algunas variantes en cada una de ellas.

En la fase de *generación de soluciones* se construye un conjunto de rutas que cubre la demanda, según criterios varios: camino más corto, aleatorio, etc. El cubrimiento puede ser total o parcial; en este último caso, se puede especificar la proporción de la demanda insatisfecha. La matriz origen-destino puede, o no, ser contemplada en esta fase, siendo un acuerdo general que la disposición de las rutas debe estar fuertemente relacionada con la estructura de la matriz; por ejemplo, una matriz donde una columna o fila domina a todas las demás debería generar un conjunto radial de rutas.

La *evaluación de la solución* implica calcular la función objetivo del modelo. En la elección del método habrá un compromiso entre eficiencia (en tiempos de ejecución) y nivel de agregación de los elementos del sistema. La mayoría de los métodos consideran los pasajeros a un alto nivel de agregación de tipo “cantidad de pasajeros para cada par origen-destino”. En cuanto a la asignación de pasajeros a rutas, los métodos utilizados en el marco del tránsito privado no son aplicables directamente al caso de transporte público (Ortúzar y Willumnsen, 1996).

La *mejora de soluciones* se realiza a distintos niveles. A nivel de sistema, puede implicar, por ejemplo, un ajuste de los parámetros de generación de las soluciones iniciales; a nivel de componente, se implementa usualmente realizando intercambios de nodos entre las distintas rutas. En esta fase es donde mayormente se aplican técnicas de búsqueda local y metaheurísticas.

La metodología propuesta por Baaj y Mahmassani (1991) opera en base a la generación, evaluación y mejora de rutas. Inicialmente se genera un conjunto de rutas considerando la matriz origen-destino como guía principal y se encuentra los dos caminos más cortos entre un subconjunto de  $M$  pares de nodos de alta demanda, considerados en forma decreciente por su valor. Un parámetro de entrada especifica la proporción de demanda que se puede dejar sin satisfacer. Se insertan nodos adicionales en este esqueleto inicial de rutas, según reglas pre establecidas. El procedimiento de generación se repite, variando parámetros, obteniendo soluciones a diferentes compromisos entre objetivos. La regla principal para asignar la demanda es el criterio de minimización de transferencias; para cada par  $(i,j)$  de nodos se chequea si es posible viajar sin transferencias. Si no es posible, las alternativas de viaje con una o dos transferencias son contempladas. Además, se asignan los flujos de pasajeros en cada arco de la red, y se determinan las frecuencias válidas que cumplen con el valor del factor de carga establecido. Este procedimiento se repite hasta lograr convergencia (diferencia aceptada entre frecuencias de entrada y salida del algoritmo). Por otra parte la mejora de rutas opera en dos niveles bien diferenciados: cubrimiento del sistema (discontinuando servicios con poca carga de pasajeros, o con rutas muy cortas) y estructura de las rutas (combinando o dividiendo rutas). La estrategia es ensayada con un caso de prueba generado por Mandl (1980). Otros dos trabajos de

estos autores (Baaj y Mahmassani, 1990, 1994) utilizan como caso de estudio la red de 140 nodos de la ciudad de Austin (Texas, 500.000 habitantes aproximadamente). Los algoritmos de estos autores tienen la ventaja de proveer cierto grado de interactividad para definir algunas restricciones y parámetros; es flexible por su modularidad, permite planificaciones tanto a mediano como largo plazo. Su principal limitación es que no propone una manera sistemática de variar los parámetros para generar diferentes soluciones.

Shih, Mahmassani y Baaj (1998) plantean una extensión del método de Baaj y Mahmassani (1991) que se adecua particularmente a la planificación de servicios coordinados de transporte multimodal, en modalidad de flota heterogénea. Utilizan como base los mismos procedimientos heurísticos, agregándoles el concepto de centro de transferencia (comerciales y de empleo). Un centro de transferencia se detecta en base a los datos de producción y atracción de viajes, y tomando en cuenta métricas descriptoras de nodos, computadas por el procedimiento de evaluación de rutas, o manualmente. Una vez identificados los centros, las rutas se construyen considerándolos. Para las rutas que pasan por los centros, las frecuencias se determinan como múltiplos enteros de una frecuencia base, de manera de permitir coordinación entre rutas que comparten centros de transferencia. Los ensayos se realizan con los casos de prueba de Baaj y Mahmassani (1991).

Israeli y Ceder (1993 y 1998) resuelven los problemas de diseño de rutas y horarios simultáneamente, en base al modelo de su autoría de programación matemática no lineal (ver Capítulo 2), con variables mixtas y múltiples objetivos (minimización de los tiempos de viaje y minimización del tamaño de la flota). El modelo se resuelve en tres fases: primero se generan varios conjuntos de soluciones alternativas no dominadas, resolviendo un problema de cubrimiento de conjuntos; luego se realiza un procedimiento de asignación (no descrito), con el que se determinan las frecuencias. Para la exploración de soluciones alternativas se utiliza un método de búsqueda local que intenta no repetir soluciones ya encontradas, de forma de no iniciar ciclos. Finalmente se evalúan y seleccionan las alternativas más adecuadas, aplicando un método adaptado de "compromised programming" para optimización multiobjetivo. El método es probado en una red ficticia de 8 nodos, algo limitado como caso de prueba. Sus principales aportes son: el tratamiento formal del problema (reduciendo algunos subproblemas a problemas clásicos como el de *set covering*), y el método propuesto para la identificación de las soluciones no dominadas.

Pattnaik, Mohan, y Tom (1998) se basan en el modelo de Baaj y Mahmassani (1991) del Capítulo 2. Proponen un algoritmo que inicialmente genera un conjunto de rutas en base a los caminos más cortos entre todo par de nodos y caminos alternativos. Se chequean rutas superpuestas que no cumplen con ciertas restricciones (por ejemplo, de mínimo largo) y se almacenan como conjunto de rutas candidatas. Se utilizan algoritmos genéticos para seleccionar subconjuntos del conjunto de rutas candidatas, siendo este un aporte en cuanto a la utilización de metaheurísticas en la resolución del problema. El procedimiento de evaluación de soluciones, así como la determinación de frecuencias es similar al utilizado por Baaj y Mahmassani (1991). El caso de prueba es un subconjunto de la red de transporte de la ciudad de Madras, India, de 25 nodos.

Ngamchai y Lovell (2000) proponen un método que genera rutas sin tener en cuenta la matriz de demandas; pero alcanzando a todos los nodos de la red, para el modelo de su autoría presentado en el Capítulo 2. Dado que utilizan algoritmos genéticos, inicialmente se crea una población de

una cantidad determinada de conjuntos de rutas. En cada iteración, un integrante de la población es mejorado a través de la aplicación de una serie de operadores genéticos cuya particularidad es que son específicos del problema, no utilizándose los estándares (reproducción, cruzamiento y mutación). La función objetivo se evalúa a través de una formulación explícita que incluye los tiempos de viaje y espera para pasajeros y el costo de operación de la flota (convertidos a la misma unidad). Las frecuencias se determinan de forma de minimizar el valor de la función objetivo (formulación explícita, obtenida en forma analítica). La implementación es ensayada con una red de 19 nodos. Una limitación de este método es que parte de soluciones iniciales que no tienen en cuenta la matriz de demandas. Un aporte de estos autores es la propuesta de nuevos operadores genéticos que buscan mejorar las soluciones generando nuevas subrutas, a partir de rutas en las que existe variación de flujo mayor o igual que un parámetro dado.

El enfoque de Rao, Muralidhar y Dhingra (2000) se basa en el modelo y algoritmos de Baaj y Mahmassani (1991). Inicialmente se aplica un procedimiento de identificación de corredores, el cual implica el cálculo de caminos más cortos entre todo par de nodos de la red, asignación de demanda a rutas y chequeo de restricciones de mínimo y máximo flujo de pasajeros en arcos. Este procedimiento identifica el subconjunto de nodos que participará en el procedimiento de generación de rutas. En la generación de soluciones iniciales, se considera un único objetivo, el de minimizar los tiempos de viaje de los pasajeros. Se generan los  $K$  caminos más cortos entre cada par de nodos de alto flujo ( $K$  dado por el usuario) y se utilizan algoritmos genéticos para seleccionar uno de los  $K$  entre todo par de nodos. El procedimiento de evaluación (principalmente el de asignación) de cada solución es también similar al utilizado por Baaj y Mahmassani (1991). En una segunda fase se determinan las frecuencias óptimas para la solución hallada en la fase anterior. Nuevamente se utilizan algoritmos genéticos, donde ahora la función objetivo incorpora los objetivos del operador, en la forma de costo de flota, y los tiempos de espera en los costos del usuario. El principal parámetro que controla este proceso es el factor de carga de los buses. La metodología es ensayada con la red de pruebas de Mandl (1980).

La metodología propuesta por Caramia, Carotenuto, y Confessore (2001) requiere de un conjunto inicial de rutas (las actuales del sistema de TPUC) a ser mejoradas. Utilizan algoritmos genéticos, donde la población es de cardinalidad prefijada, y cada gen corresponde a una línea; su valor alélico es un par, el primer componente indica el estado de la ruta en esa configuración (prendida o apagada) y el segundo un valor para su frecuencia. El enfoque es similar al utilizado por Patnaik, Mohan, y Tom (1998). La particularidad de este trabajo es que utiliza una red neuronal para la evaluación de la función objetivo. El entrenamiento de la red se realiza “off-line” en base a un cierto número de casos de prueba, donde para cada uno se efectúa un procedimiento de asignación y de análisis multicriterio para determinar el valor de la función objetivo. En las pruebas se utiliza como caso de estudio el sistema de TPUC de la ciudad de Parma (norte de Italia), con un total de 80 posibles líneas de ómnibus. Este artículo se centra en el aporte de las redes neuronales y algoritmos genéticos en la aproximación al subconjunto óptimo de rutas, sin dar más detalles del modelo y métodos.

El método propuesto por Gruttmann, Pinnighoff, Tudela, y Díaz (2002) se basa en la utilización de algoritmos genéticos en el sentido clásico. La asignación de pasajeros a rutas se efectúa utilizando un modelo logit, calculando previamente la utilidad de cada línea para cada tipo de pasajero (cada par  $(i,j)$ ) y la evaluación de la calidad de las soluciones tiene en cuenta los tiempos de viaje y de espera. Una dificultad importante es la implementación de los operadores genéticos, en particular los de cruzamiento y mutación; dado que las soluciones están formadas por rutas,

estas deben ser conexas (secuencias válidas de nodos), y esta condición debe chequearse al momento de aplicar los operadores. Se mencionan resultados obtenidos según la variación de los parámetros que regulan el trade-off entre los distintos objetivos, consistiendo en rutas largas concentradas en zonas de alta demanda cuando se prioriza al operador, y muchas rutas dispersas cuando se prioriza a los usuarios. El caso de prueba utilizado es la red de la ciudad de Los Angeles (Chile) cuya dimensión no se especifica.

**Tabla 2**  
**Comparación de Algoritmos**

Autor(es)	Modelo	Generación	Evaluación	Mejora	Ensayos	Aportes	Limitaciones
Baaj y Mahmassani (1991)	Baaj y Mahmassani (1991)	Caminos más cortos entre pares de nodos de alta demanda	Asignación: min. transferencias y tiempo, propone frecuencias	Combinación y división de rutas (heurística)	Red ficticia (15 nodos - Mandl, 1980) Austin (140 nodos)	Modularización y parametrización	No hay exploración del dominio de parámetros
Shih, Mahmassani y Baaj (1998)	Baaj y Mahmassani (1991) aumentado	Idem anterior	Idem anterior	Idem anterior	Austin (140 nodos)	Centros de transferencia y flota heterogénea	Idem anterior
Israeli y Ceder (1993 y 1998)	Israeli y Ceder (1993 y 1998)	Cubrimiento de conjuntos (heurística)	No especificada	Búsqueda local con prevención de ciclos	Red ficticia (8 nodos)	Formalización Optimización multiobjetivo	Caso de prueba pequeño
Pattnaik, Mohan y Tom (1998)	Baaj y Mahmassani (1991)	Exhaustivo, muchas rutas factibles	Idem Baaj y Mahmassani (1991)	Selección del subconjunto óptimo de rutas (A. Genéticos)	Madras (25 nodos)	Metaheurísticas para búsqueda eficiente	-
Ngamchai y Lovell (2000)	Ngamchai y Lovell (2000)	Aleatoriedad	No especificada	Operadores genéticos específicos	Red ficticia (19 nodos)	Frecuencias óptimas Procedimiento de mejora	Generación no tiene en cuenta la demanda
Rao, Muralidhar y Dhingra (2000)	Baaj y Mahmassani (1991)	Idem Baaj y Mahmassani, con identificación de corredores	Idem Baaj y Mahmassani (1991)	Optimización de rutas y frecuencias en dos fases (A. Genéticos)	Red ficticia (15 nodos - Mandl, 1980)	Metaheurísticas para exploración del dominio de los parámetros	-
Caramia, Carotenuto y Confessore (2001)	No se específica	Rutas preestablecidas	Asignación "off-line" Evaluación con redes neuronales	Selección del subconjunto óptimo de rutas y determinación de frecuencias (A. Genéticos)	Parma (80 líneas)	Aplicable a planificación a corto y mediano plazo	-
Gruttmner, Pinninghoff, Tudela y Díaz (2002)	Gruttmner, Pinninghoff, Tudela y Díaz (2002)	Aleatoriedad	Asignación utilizando modelo logit	A. Genéticos en la estructura de las rutas	Los Angeles (dimensión no especificada)	Implementación sencilla	Generación no tiene en cuenta la demanda

#### 4. CONCLUSIONES

Este trabajo es una puesta al día en cuanto a modelos y algoritmos para la optimización de rutas y frecuencias de buses, necesario en el marco del desarrollo de herramientas de apoyo a la toma de decisiones para el diseño de sistemas de transporte público urbano colectivo. El problema tratado es NP-difícil, por lo que diversos procedimientos heurísticos para resolverlo han sido propuestos en la literatura. Se percibe una evolución hacia la utilización de algoritmos genéticos, similar a la ocurrida en otras áreas de la optimización combinatoria. Los métodos que aparecen ser más aplicables son aquellos que permiten la interactividad con el usuario. La calidad de las soluciones solo pueden probarse luego de su implantación. La eficiencia en cuanto a tiempo de

procesamiento de los algoritmos es un aspecto que no está claramente reflejado en los trabajos publicados, y los casos de prueba consisten en redes de a lo máximo 140 nodos, por lo que no podemos afirmar que puedan ser aplicables a la ciudad de Montevideo. El problema de la determinación de frecuencias variables en el tiempo a partir de requerimientos de demanda también variables en el tiempo, es un tema que se mantiene abierto, interesante de incursionar.

## REFERENCIAS

- Axhausen, K. W. y Smith, R. L. (1984) Evaluation of Heuristic Transit Network Optimization Algorithms. **Transportation Research Record**, Vol. 976, 7-20.
- Baaj, M. H. y Mahmassani, H. S. (1991) An AI-Based Approach for Transit Route System Planning and Design. **Journal of Advanced Transportation**, Vol. 25(2), 187-210.
- Baaj, M. H. y Mahmassani, H. S. (1990) TRUST: A LISP program for the analysis of transit route configurations. **Transportation Research Record**, Vol. 1283, 125-135.
- Baaj, M. H. y Mahmassani, H. S. (1995) Hybrid route generation heuristic algorithm for the design of transit networks. **Transportation Research**, Vol. 3C(1), 31-50.
- Barra, A. y Kawamoto, E. (2000) Roteirização de ônibus urbano: escolha de um método apropriado às cidades brasileiras. **Engenharia de Tráfego e Transportes 2000: Avanços para uma era de mudanças**. Rio de Janeiro: ANPET, 729-742.
- Caramia, M., Carotenuto, P. y Confessore, G. (2001) Metaheuristics techniques in bus network optimization. **NECTAR Conference no 6 EUROPEAN STRATEGIES IN THE GLOBALISING MARKETS; Transport Innovations, Competitiveness and Sustainability in the Information Age**, 16-18 Mayo de 2001, Helsinki, Finlandia.
- Ceder, A. e Israeli, Y. (1998) User and Operator Perspectives in Transit Network Design. **Transportation Research Record**, Vol. 1623, 3-7.
- Ceder, A. y Wilson, N. H. M. (1986) Bus Network Design. **Transportation Research**, Vol. 20B(4), 331-344.
- Goldberg, D. (1989) **Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning**. Addison-Wesley.
- Gruttmann, E., Pinninghoff, M. A., Tudela, A. y Díaz, H. (2002) Recorridos Optimos de Líneas de Transporte Público Usando Algoritmos Genéticos. **Jornadas Chilenas de Computación**. Noviembre de 2002, Copiapó, Chile.
- Interconsult (1997) **Estudio sobre utilización del Transporte Colectivo Urbano de Pasajeros en la ciudad de Montevideo**.

Israeli, Y. y Ceder, A. (1993) Transit Route Design Using Scheduling and Multiobjective Programming Techniques. **Computer-Aided Transit Scheduling**, Julio de 1993, Lisboa, Portugal, 56-75.

Mandl, C. E. (1980) Evaluation and optimization of urban public transportation networks. **European Journal of Operational Research**, Vol. 6, 31-56.

Ngamchai, S., y Lovell, D. J. (2000) Optimal Time Transfer in Bus Transit Route Network Design Using a Genetic Algorithm. **Computer-Aided Scheduling of Public Transport**. 21-23 Junio 2000, Berlin, Alemania.

Ortúzar, J. de D. y Willumnsen, L. (1996) **Modelling transport**. John Wiley and Sons, Inc.

Pattnaik, S. B., Mohan, S. y Tom, V. M. (1998) Urban Bus Transit Route Network Design Using Genetic Algorithm. **Journal of Transportation Engineering**, Vol. 124(4), 368-375.

Rao, K. V. Krishna, Muralidhar, S. y Dhingra, S. L. (2000) Public Transport Routing And Scheduling Using Genetic Algorithms. **Computer-Aided Scheduling of Public Transport**. 21-23 de Junio de 2000, Berlin, Alemania.

Shih, M. C., Mahmassani, H. S., y Baaj, M. H. (1998) Planning and Design Model for Transit Route Netwoks with Coordinated Operations. **Transp. Research Record**, Vol. 1623, 16-23.

Wren, A. (1999) Heuristics Ancient and Modern; Transport scheduling through the ages. **Leeds Artificial Intelligence Seminar Series**, University of Leeds.

(<http://www.scs.leeds.ac.uk/seth/seminars/nov-17-99b.DOC>, Mayo 2003)