
ESTRUCTURA DE COSTOS DE OPERACION DE UN CORREDOR DE TRANSPORTE PUBLICO URBANO DE PASAJEROS: UN ANALISIS TEORICO Y EMPIRICO

J. Enrique Fernández L., Joaquín de Cea Ch.
Dept. Ingeniería de Transporte, Pontificia Universidad Católica de Chile
Casilla 306, Santiago 22, CHILE
Fax: (56-2) 686 4818
e-mail: jef@ing.puc.cl

Louis de Grange C.
Fernández y De Cea Ingenieros
Lota 2257, Of. 403, Santiago, CHILE
Fax: (56-2) 234 1578
e-mail: ldegrang@fdccconsult.com

RESUMEN

En este trabajo se plantea un modelo microeconómico que permite definir las principales características de la estructura de costos de un corredor segregado de transporte público de pasajeros.

Se especifica la función de producción y la estructura de costos del sistema, para los casos sin y con congestión, y se analizan las características respecto a la presencia de economías de escala. En ausencia de congestión, se demuestra que siempre existen economías de escala en la producción del servicio; sin embargo, el grado de dichas economías decrece al aumentar el nivel de producción, tendiendo en el límite al valor 1 correspondiente a rendimientos constantes. Por otra parte, se muestra que en presencia de congestión, existen economías de escala sólo dentro de un rango acotado de niveles de producción, concluyéndose que la presencia de niveles significativos de congestión inducen deseconomías de escala en el sistema.

1. INTRODUCCION

En la literatura especializada, los resultados obtenidos por la gran mayoría de los autores, indican la presencia de economías de escala en la provisión de servicios de transporte público, entre los que destacan Mohring (1972), Janson (1980), Kerin (1992) y Jara-Díaz *et al* (1997). Estos estudios se caracterizan por considerar el tiempo de los usuarios como partes de los costos (tiempo de acceso, espera y viaje). No obstante, si consideramos únicamente los costos de provisión del servicio y nos alejamos de la perspectiva social que considera a los usuarios, se obtienen resultados interesantes en la literatura. Tauchen, Fravel y Gilbert (1983) concluyen que las economías de escala se producen sólo en firmas de tamaño pequeño, que operan con bajos niveles de demanda (producción). Por su parte, Wabe y Coles (1975) proveen de resultados que muestran que los costos totales crecen proporcionalmente más que el tamaño de la firma, evidenciando entonces la existencia de deseconomías de escala en la provisión de servicios de buses. En consecuencia, resulta fundamental considerar el tamaño de la firma que se esté estudiando para obtener resultados precisos que se puedan generalizar. Otro interesante análisis, que incluye variables de la red vial, características de la definición del producto, y variación en el tamaño de la firma, es el que desarrollan Xu, Windle, Grim y Corsi (1994); estos autores concluyen la existencia de deseconomías de escala en la provisión del servicio.

En el presente trabajo se desarrolla un modelo microeconómico que define la estructura de costo de un **servicio de buses dentro de un corredor desde una perspectiva de operadores**, considerando variables y parámetros relevantes en la provisión del servicio, como son los factores productivos (buses, mano de obra y terminales), capacidad de los buses y precios de determinados insumos. Notar que es un modelo de producción y costos, y no un modelo de equilibrio de mercado. En la sección 2 se definen las características operacionales del servicio ofrecido y principales variables usadas en la modelación; en la sección 3 se define la función de producción del servicio estudiado, mientras que en la sección 4 se detallan los componentes de la función de gasto del operador. En la sección 5 se especifican las funciones de costos totales y unitarios de corto y largo plazo, y se analiza la presencia de economías de escala en cada caso. Finalmente, en la sección 6 se presentan las principales conclusiones obtenidas del análisis expuesto.

2. CARACTERISTICAS DEL SERVICIO

Se considerará una flota de buses que ofrece el servicio en una ruta o corredor de largo L , la que está compuesta por un total de n arcos y $n + 1$ nodos sucesivos durante su recorrido, como se grafica en la Figura 1:

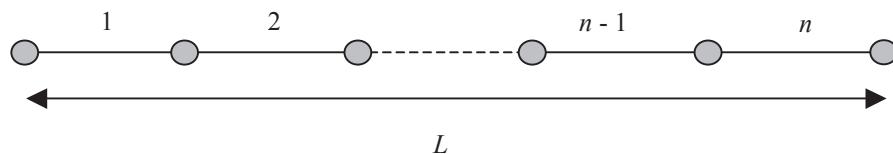


Figura 1: Estructura del Recorrido Ofrecido

A continuación se define el conjunto de variables y parámetros del modelo:

y : número total de viajes sobre el recorrido por unidad de tiempo (demanda inelástica)

- T_v : tiempo de viaje sobre la ruta de largo L sin considerar las paradas intermedias
 t : tiempo que tarda un pasajero en subir y bajar del bus
 t_c : tiempo total del ciclo del recorrido de un bus (incluye tiempos muertos en terminales)
 l : largo promedio de viaje de los pasajeros
 L : largo total de la ruta recorrida por los vehículos de la flota
 k : tamaño de embarque (pasajeros por vehículo)
 K : capacidad de cada bus de la flota (pasajeros por vehículo)
 B : tamaño de flota o número de vehículos en operación
 f : frecuencia ofrecida por la flota de vehículos

3. FUNCION DE PRODUCCION

Para determinar la estructura de costos de los operadores de servicios de buses, se debe primero determinar las características de producción de dicho servicio; de esta forma, a partir de la función de gasto de los operadores se obtiene la respectiva función de costo. En Fernández, de Cea y de Grange (1999) se deriva una función de producción para un servicio de buses imponiendo la condición de igualar la frecuencia que es capaz de ofrecer el operador de un servicio ($f^o = B/t_c$) con la frecuencia demandada por los usuarios ($f^d = \alpha y/k$). Considerando que el tiempo de ciclo de un bus t_c va a ser la suma del tiempo de viaje en los arcos del trayecto más el tiempo durante las paradas ($t_c = T_v + ty/f^o$), la frecuencia ofrecida se puede escribir como $f^o = (B - ty)/T_v$. Luego, imponiendo $f^o = f^d$, se obtiene finalmente:

$$y = \frac{Bk}{\alpha T_v + kt} \quad (1)$$

La ecuación (1) puede interpretarse como la función de producción del servicio. Ella expresa que la cantidad de pasajeros que es posible transportar por unidad de tiempo depende de el tamaño de flota, la capacidad de los vehículos, la velocidad de operación de los buses y del largo promedio de viaje de los pasajeros, así como también del tiempo que éstos tardan en subir y bajar de los buses. El parámetro α ($0 < \alpha \leq 1$) dependerá de la estructura de la demanda que enfrente el operador del servicio a lo largo del trayecto. Una mayor heterogeneidad o irregularidad en la demanda dentro del recorrido (mayor valor de α) implica una mayor flota para transportar el mismo número de pasajeros que un recorrido con demanda más homogénea o regular a lo largo del recorrido (menor valor de α). Por otra parte, se supone que existe una relación directa entre el tamaño de flota B , el número de conductores H y la capacidad de terminales M . Esto implica que la función de producción corresponde a una función de coeficientes fijos (Leontief, 1946). En consecuencia, la utilización óptima de cada factor productivo se dará cuando $y = \frac{B}{a} = \frac{H}{b} = \frac{M}{c}$.

Debe notarse lo siguiente:

- a : cantidad de buses necesaria para satisfacer una unidad de y .
 b : cantidad de mano de obra necesaria para satisfacer una unidad de y .
 c : unidades de capacidad de terminal necesarias para satisfacer una unidad de y .

Finalmente, la función de producción de la firma que ofrece servicios de transporte público puede ser expresada de la siguiente manera:

$$y = \min \left\{ \frac{Bk}{\alpha T_v + kt}; \frac{Hk}{\eta(\alpha T_v + kt)}; \frac{Mk}{m(\alpha T_v + kt)} \right\} , \quad k \leq K \quad (2)$$

donde K representa la capacidad máxima de los buses. Si la demanda por viajes es diferente para los diferentes períodos del día, tanto α como y tomarán diferentes valores en cada período $(\alpha_t; y_t) \quad t=1, \dots, T$. Luego, el output del corredor está dado por un vector de viajes $\bar{Y} = (y_1, \dots, y_T)$ que está directamente relacionado con el vector de parámetros $\bar{\alpha} = (\alpha_1, \dots, \alpha_T)$, y además se debe cumplir que:

$$Y = \sum_{t=1}^T y_t \quad (3)$$

Sin embargo, tanto la flota como la capacidad de terminales está determinada por la demanda en el período punta ($y = y_p$). Si consideramos que los viajes producidos en cada período son productos diferentes, se tendrá un corredor multi-producto. Notar que las condiciones operacionales pueden ser diferentes para los diferentes períodos. Finalmente, si la misma flota es usada en diferentes períodos, se presentarán diferentes tasas de ocupación (k_t) en los distintos períodos del día ($k_t \leq K$).

4. FUNCION DE GASTO

La función de gasto teórica de una empresa de transporte urbano de buses puede expresarse de acuerdo al siguiente modelo:

GASTO TOTAL = Gastos de Administración + Gastos de Terminal + Gastos de Adquisición de Buses + Gastos de Operación de Buses + Gastos de Mano de Obra

- a) **Gastos de Administración:** Corresponde a los gastos que se derivan de la gestión y administración de la empresa, representado principalmente por remuneraciones a ejecutivos, secretarias, contadores, personal de apoyo, etc. Se pueden considerar como fijos en el corto plazo. Se incluye la capacidad empresarial y de gestión de la firma.
- b) **Gastos de Terminal:** Dentro de este ítem se encuentran todos los recursos usados para la operación de los terminales, como el valor del terreno e infraestructura construida, el personal necesario para el control operacional y fiscalización. Se pueden considerar como fijos en el corto plazo.
- c) **Gastos de Adquisición de Buses:** Este ítem corresponde a los recursos usados en la adquisición de los buses, expresado a través del gasto de amortización al que se le puede imputar también el valor de los seguros del vehículo, permiso de circulación y revisión técnica. También incluye la amortización del cobrador automático, y gastos fijos de mantención. Se pueden considerar como fijos en el corto plazo.

- d) **Gasto de Operación Buses:** Considera el consumo de insumos como combustible, lubricantes y neumáticos. Además, aquellos gastos asociados a la mantención del vehículo producto de su desgaste por uso (cambio de balatas, frenos, filtros, alternador, compresor, etc.). Se pueden considerar como gastos variables en el corto plazo.
- e) **Gasto Mano de Obra:** En este ítem se considera el salario de los choferes de los buses, además de las leyes sociales, previsiones, gratificaciones, indemnizaciones y vacaciones. Se pueden considerar como fijos de corto plazo.

Mediante la siguiente expresión analítica es posible obtener una cuantificación de los costos de provisión de servicios de buses para un determinado nivel de producción:

$$G_{TOT} = \underbrace{A}_{\substack{\text{Costo} \\ \text{Administración}}} + \underbrace{p_m \cdot M}_{\substack{\text{Costo} \\ \text{Terminales}}} + \underbrace{p_b \cdot B}_{\substack{\text{Costo} \\ \text{Adquisición Buses}}} + \underbrace{p_h \cdot H}_{\substack{\text{Costo} \\ \text{Mano de Obra} \\ (\text{conducción})}} + \underbrace{\sum_t C_b^{kt} \cdot B_t \cdot L_t \cdot N_t}_{\substack{\text{Consumo} \\ \text{Ralenti}}} + \underbrace{\overbrace{C_r \cdot t \cdot Y}^{\text{Costo} \\ \text{Operación Buses}}}_{(4)}$$

A: costos de administración de la empresa (\$/día).

p_m: valor unitario de operación de un terminal con capacidad *M* (m²). Dado que existe una relación directa entre la capacidad o tamaño del terminal *M* y el tamaño de flota *B*, expresada como *M* = *mB*, con *m* igual al número de buses que es capaz de satisfacer el terminal de capacidad *M*; luego, la unidad de *m* es (m²/bus), y se obtiene finalmente que las unidades de *p_m · m* son (\$/día-bus) y las de *p_m* son (\$/día-m²).

M: capacidad del terminal (m²).

p_b: valor unitario de adquisición de un bus, expresado en términos de su depreciación. La unidad considerada será de (\$/día-bus).

B: número de buses (o vehículos en general) utilizados en la operación del servicio.

p_h: valor unitario de la mano de obra de conducción de los buses. También existe una relación directa entre el tamaño de flota *B* y el número de conductores o choferes utilizados (*H*). La relación en este caso se expresa como *H* = *ηB*, con *η* igual al número de choferes necesarios para operar una flota de tamaño *B*. Luego, las unidades de *η* son (hombre/bus) mientras que las de *p_h* son (\$/(hombre-día))

H: número de choferes necesarios para operar una flota de *B* buses.

C_b^k: costo unitario de operación por distancia recorrida de un bus de capacidad *k*. Este costo incluye el consumo de combustible (sólo del vehículo en movimiento), consumo de lubricantes, consumo de neumáticos, y costos de mantención y reparación periódicos realizadas sobre los buses. La unidad de este parámetro es (\$/km).

L: distancia recorrida por los buses del servicio analizado en una vuelta (kilómetro/vuelta)

N: número de vueltas que realiza un bus durante un día (vuelta/día-bus)

C_r: costo del consumo en ralenti de los buses producto de las detenciones en paradero (\$/hora).

t: tiempo que tarda un pasajero en subir y bajar del bus (hora/pax)

Y: número de pasajeros que transporta la flota de *B* buses durante un día (pax/día)

No obstante, y dado que en la actualidad casi la totalidad del sueldo de los choferes corresponde a un porcentaje de los ingresos, este ítem se puede escribir de la siguiente manera:

$$\underbrace{p_h \cdot H}_{\frac{\$}{(\text{hombre-día})} \cdot \text{hombre}} = \underbrace{\tilde{p}_h \cdot H}_{\frac{\$}{(\text{día-hombre})} \cdot \text{hombre}} + \underbrace{\pi \cdot Y}_{\frac{\$}{\text{pax día}}} \quad (5)$$

El parámetro \tilde{p}_h representa el precio unitario del valor de la mano de obra asociado a las imposiciones, vacaciones e indemnizaciones; el parámetro π , por su parte, corresponde a la proporción de precio del boleto que recibe cada conductor como parte de su sueldo.

5. FUNCION DE COSTO

Luego, la función de costos queda definida por el siguiente problema de optimización:

$$\min G_{TOT} = A + p_m \cdot M + p_b \cdot B + \tilde{p}_h \cdot H + \sum_t C_b^{kt} \cdot B_t \cdot L_t \cdot N_t + \pi \cdot Y + C_r \cdot t \cdot Y \quad (6)$$

$$s.a: \quad y_t = \min \left\{ \frac{B_t k_t}{\alpha_t T_V^t + k_t \cdot t}, \frac{H_t k_t}{\eta (\alpha_t T_V^t + k_t \cdot t)}, \frac{M k_t}{m (\alpha_t T_V^t + k_t \cdot t)} \right\} \quad (7)$$

$$Y = \sum_{t=1}^T y_t \quad (8)$$

$$y_p = \frac{BK}{\alpha_p T_V^p + K \cdot t} \quad (9)$$

$$M = mB; H = \eta B, k_t \leq K, \forall t \quad (10)$$

5.1. Costos de Corto Plazo

Los gastos de corto plazo relacionados con administración y operación de terminales, amortización de vehículos y remuneraciones básicas de los conductores son fijos. Luego, los costos fijos de corto plazo está dado por:

$$F = A + (p_m \cdot m + \eta \cdot \tilde{p}_h + p_b) \cdot B \quad (11)$$

Luego, la función de gasto de corto plazo se puede escribir como:

$$G_{TOT}^{CP} = F + \sum_t B_t \cdot C_b^{kt} \cdot L_t \cdot N_t + (C_r \cdot t + \pi) \cdot Y \quad (12)$$

El costo variable corresponde a los costos de operación de los buses y a la remuneración variable de los conductores. Usando la relación básica (1) en (12) obtenemos la siguiente función de costos de corto plazo:

$$C_{TOT}^{CP}(B, H, M; \bar{Y}) = F + \sum_t y_t \left(\frac{\alpha_t T_V^t}{k_t} + t \right) \cdot C_b^{kt} \cdot L_t \cdot N_t + (C_r \cdot t + \pi) \cdot Y \quad (13)$$

Derivando (13) con respecto y_t ¹ podemos calcular el costo marginal por viaje de corto plazo del período t :

$$CMG_t^{CP} = \left(\frac{\alpha_t T_V^t}{k_t} + t \right) \cdot C_b^{kt} \cdot L_t \cdot N_t + (C_r \cdot t + \pi) \quad (14)$$

Por otra parte, derivando (13) con respecto a N_t obtenemos el costo marginal de corto plazo por realizar una vuelta adicional en el período t :

$$CMGN_t^{CP} = \left(y_t + \frac{\partial y_t}{\partial N_t} N_t \right) \left(\frac{\alpha_t T_V^t}{k_t} + t \right) \cdot C_b^{kt} \cdot L_t + \frac{\partial y_t}{\partial N_t} (C_r \cdot t + \pi) \quad (15)$$

Dada la formulación multiproducto, el costo medio no está definido. Una alternativa es calcular el costo medio incremental (CI_t) para cada período (Baumol et al., 1982):

$$CI_t^{CP} = \frac{C_{TOT}(B, H, M; y_1, \dots, y_t, \dots, y_T) - C_{TOT}(B, H, M; y_1, \dots, 0, \dots, y_T)}{y_t} \quad (16)$$

Reemplazando la expresión C_{TOT} de (13) obtenemos:

$$CI_t^{CP} = \left(\frac{\alpha_t T_V^t}{k_t} + t \right) \cdot C_b^{kt} \cdot L_t \cdot N_t + (C_r \cdot t + \pi) \quad (17)$$

Comparando (17) con (14) podemos ver que $CI_t^{CP} = CMG_t^{CP}$. Esto implica que los retornos a escala específicos para la producción de viajes en el período t son $S_t = 1, \forall t$ (retornos constantes). Esto implica que, dada la flota de buses (B), los conductores (H) y los terminales (M), viajes adicionales en el período t pueden ser producidos incurriendo sólo en el correspondiente costo marginal de corto plazo. Esto genera entonces economías de diversidad, ya que se pueden servir viajes en diferentes períodos más barato utilizando los mismos recursos (particularmente la misma flota de buses) que separar la misma producción y servirla con diferentes flotas.

Podemos calcular también el costo medio radial (CR) (Baumol et al., 1982). Para ello, un conjunto de viajes por período debe ser definido como un producto unitario. Supongamos el conjunto $\bar{Y}^{o1} = (1/T, \dots, 1/T, \dots, 1/T)$ al que se le asigna arbitrariamente el valor unitario; en general, podemos tomar un vector $\bar{Y}^o = (y_1^o, \dots, y_t^o, \dots, y_T^o)$ tal que $\sum_t y_t^o = 1$.

Luego, podemos obtener cualquier nivel de producto haciendo $\bar{Y} = r \cdot \bar{Y}^o$, donde r es el número de unidades en el grupo. Esto nos permite definir el costo medio del producto compuesto \bar{Y} como:

¹ Notar que $\partial Y / \partial y_t = 1$ ya que $Y = \sum_t y_t$.

$$CR^{CP} = \frac{C_{TOT}(B, H, M; \bar{Y})}{\sum_t y_t} = \frac{C_{TOT}(B, H, M; r \cdot \bar{Y}^o)}{Y} \quad (18)$$

Notar que, dada la definición del producto, se cumple que $Y = r$. Para el caso especial en que el producto es \bar{Y}^o obtenemos:

$$CR^{CP}(r \cdot \bar{Y}^o) = \frac{F}{Y} + \frac{1}{T} \sum_t \left(\frac{\alpha_t T_V^t}{k_t} + t \right) \cdot C_b^{kt} \cdot L_t \cdot N_t + (C_r \cdot t + \pi) \quad (19)$$

Luego, las economías de escala radiales de corto plazo puede ser calculado como:

$$S_T^{CP} = \frac{C_{TOT}(B, H, M; \bar{Y})}{\sum_t y_t \cdot CMG_t^{CP}} = 1 + \frac{F}{Y \left[\frac{1}{T} \left(\sum_t \left(\frac{\alpha_t T_V^t}{k_t} + t \right) \cdot C_b^{kt} \cdot L_t \cdot N_t \right) + C_r \cdot t + \pi \right]} > 1 \quad (20)$$

5.2. Costos de Largo Plazo

Considerando entonces que todos los factores pueden adaptarse a \bar{Y} , obtenemos la siguiente expresión para el costo total de largo plazo:

$$\begin{aligned} C_{TOT}^{LP} = A_s(Y) + (p_b + m \cdot p_m + \eta \cdot \tilde{p}_h) \left(\frac{\alpha_p T_V^p}{K} + t \right) \cdot y_p + \\ \sum_t \left(\frac{\alpha_t T_V^t}{k_t} + t \right) \cdot C_b^{kt} \cdot L_t \cdot N_t \cdot y_t + (C_r \cdot t + \pi) \cdot Y \end{aligned} \quad (21)$$

A continuación usaremos la siguiente notación: $\tilde{p}_b = (p_b + m \cdot p_m + \eta \cdot p_h)$, donde \tilde{p}_b al precio generalizado por bus. Consideramos también que los buses operan a capacidad en el período punta ($k_p = K$).

Sin Congestión

Considerando que no existe congestión (T_V^t independiente de y_t) podemos calcular el costo marginal de largo plazo para el período t , derivando (21) con respecto a y_t :

$$CMG_p^{LP} = \left(\frac{\alpha_p T_V^p}{K} + t \right) \cdot (\tilde{p}_b + C_b^{kt} \cdot L_p \cdot N_p) + (C_r \cdot t + \pi), \quad si : t = p \quad (22)$$

$$CMG_t^{LP} = \left(\frac{\alpha_t T_V^t}{k_t} + t \right) \cdot C_b^{kt} \cdot L_t \cdot N_t + (C_r \cdot t + \pi), \quad si : t \neq p \quad (23)$$

Usando las expresiones (22), (23) y (14) podemos obtener las diferencias entre los costos marginales de corto y de largo plazo:

$$CMG_t^{LP} = CMG_t^{CP}, \quad si : t \neq p \quad (24)$$

$$CMG_p^{LP} - CMG_p^{CP} = \left(\frac{\alpha_p T_V^p}{K} + t \right) \cdot \tilde{p}_b, \quad si : t = p \quad (25)$$

El costo medio incremental de largo plazo para cada período (CI_t^{LP}), considerando dos períodos (punta y fuera de punta) puede ser obtenido como:

$$CI_p^{LP} = \tilde{p}_b \left(\frac{\alpha_p T_V^p}{K} + t \right) \left(\frac{y_p - y_t}{y_p} \right) + C_b^{kt} \cdot L_p \cdot N_p \left(\frac{\alpha_p T_V^p}{K} + t \right) + (C_r \cdot t + \pi), \quad si : t = p \quad (26)$$

$$CI_t^{LP} = \left(\frac{\alpha_t T_V^t}{k_t} + t \right) \cdot C_b^{kt} \cdot L_t \cdot N_t \cdot y_t + (C_r \cdot t + \pi) \cdot Y, \quad si : t \neq p \quad (27)$$

Comparando (26) con (22) resulta que $CI_p^{LP} < CMG_p^{LP}$; análogamente, comparando (27) y (23) resulta $CI_t^{LP} = CMG_t^{LP}$. En consecuencia, en ausencia de congestión, los retornos a escala específicos de largo plazo en el período punta p son $S_p < 1$ y en fuera de punta t son $S_t = 1$ (retornos constantes). Los costos medios radiales de largo plazo (CR_{LP}) pueden ser obtenidos de manera análoga al caso de corto plazo:

$$CR_{LP}(r \cdot \bar{Y}^{ol}) = \frac{A_s(Y)}{Y} + \frac{1}{T} \cdot \left[\tilde{p}_b \left(\frac{\alpha_p T_V^p}{K} + t \right) + \sum_t \left(\frac{\alpha_t T_V^t}{k_t} + t \right) \cdot C_b^{kt} \cdot L_t \cdot N_t \right] + (C_r \cdot t + \pi) \quad (28)$$

Luego, las economías de escala radiales de largo plazo son:

$$S_T^{LP} = 1 + \frac{A_s}{Y \left\{ \frac{1}{T} \left[\tilde{p}_b \left(\frac{\alpha_p T_V^p}{K} + t \right) + \sum_t \left(\frac{\alpha_t T_V^t}{k_t} + t \right) \cdot C_b^{kt} \cdot L_t \cdot N_t \right] + C_r \cdot t + \pi \right\}} > 1 \quad (29)$$

Con Congestión

Si asumimos que en determinados períodos existe congestión (aumento en el tiempo de viaje producto de los mayores de flota requerimientos por mayor demanda), particularmente en los períodos punta del día, tendremos que $\partial T_V^t / \partial y_t > 0$. Luego, los costos marginales de largo plazo, en presencia de congestión, tienen la siguiente expresión:

$$CMG_p^{LP} = \left[\frac{\alpha_p}{K} \left(T_V^p + y_p \frac{\partial T_V^p}{\partial y_p} \right) + t \right] \cdot (\tilde{p}_b + C_b^{kt} \cdot L_p \cdot N_p) + (C_r \cdot t + \pi), \quad si : t = p \quad (30)$$

$$CMG_t^{LP} = \left[\frac{\alpha_t}{k_t} \left(T_V^t + y_t \frac{\partial T_V^t}{\partial y_t} \right) + t \right] \cdot C_b^{kt} \cdot L_t \cdot N_t + (C_r \cdot t + \pi), \quad si : t \neq p \quad (31)$$

Comparando los valores de (30) y (31) con el caso sin congestión (22) y (23) respectivamente, dado que $f_t = \frac{y_t \alpha_t}{k_t}$, observamos la siguiente diferencia analítica:

$$\left[f_p \frac{\partial T_V^p}{\partial y_p} \right] \cdot (\tilde{p}_b + C_b^{kt} \cdot L_p \cdot N_p), \quad si : t = p \quad (32)$$

$$\left[f_t \frac{\partial T_V^t}{\partial y_t} \right] \cdot C_b^{kt} \cdot L_t \cdot N_t, \quad si : t \neq p \quad (33)$$

Se observa por lo tanto que, conforme aumenta la frecuencia de buses en el corredor y los costos unitarios, el aumento en los costos marginales producto de la congestión también será mayor. Dado que el vector multiproducto está definido por los viajes en los diferentes períodos de operación, el costo medio incremental de largo plazo en presencia de congestión es igual que en ausencia de congestión (ver (26) y (27)). Luego, las economías de escala específicas de largo plazo son en este caso las siguientes:

$$S_p^{LP} = \frac{\tilde{p}_b \left(\frac{\alpha_p T_V^p}{K} + t \right) \left(\frac{y_p - y_t}{y_p} \right) + C_b^{kt} \cdot L_p \cdot N_p \left(\frac{\alpha_p T_V^p}{K} + t \right) + (C_r \cdot t + \pi)}{\left[\frac{\alpha_p}{K} \left(T_V^p + y_p \frac{\partial T_V^p}{\partial y_p} \right) + t \right] \cdot (\tilde{p}_b + C_b^{kt} \cdot L_p \cdot N_p) + (C_r \cdot t + \pi)} < 1, \quad si : t = p \quad (34)$$

$$S_t^{LP} = \frac{\left(\frac{\alpha_t T_V^t}{k_t} + t \right) \cdot C_b^{kt} \cdot L_t \cdot N_t \cdot y_t + (C_r \cdot t + \pi) \cdot Y}{\left[\frac{\alpha_t}{k_t} \left(T_V^t + y_t \frac{\partial T_V^t}{\partial y_t} \right) + t \right] \cdot C_b^{kt} \cdot L_t \cdot N_t + (C_r \cdot t + \pi)} < 1, \quad si : t \neq p \quad (35)$$

Se observa que en el largo plazo, la presencia de congestión en el corredor genera deseconomías de escala específicas.

Ejemplo Numérico

Consideremos una función de tipo BPR para incorporar el efecto de la congestión sobre el tiempo medio de viaje $T_V^t(y_t)$, producto principalmente de la congestión en los paraderos de buses:

$$T_V^t = T_0 \left[1 + \beta \left(\frac{\alpha_t y_t}{k_t \cdot CK} \right)^\gamma \right] \quad (36)$$

donde $f_t = (\alpha_t y_t / k_t)$ es el flujo de buses (igual a la frecuencia en (*bus/hr*)) sobre el corredor en el período t , CK es la capacidad nominal del corredor (*bus/hr*), T_0 es el tiempo medio de viaje en el corredor en condiciones de flujo libre, y β, γ son parámetros de calibración. Para ilustrar los efectos de la congestión, consideremos los valores que se presentan en la Tabla 1.

Tabla 1
Parámetros de Función de Producción y BPR

Parámetro	Unidades	Valor
T	sec.	8.0
K	Pas/bus	25
α_t	-----	0.5
T_0	hr	1.0
β	-----	1.0
CK	Bus/hr	300
γ	-----	5.0

Usando la relación entre tamaño de flota y frecuencia en el corredor ($B_t = f_t \cdot t_c$) podemos calcular la relación entre flota B_t y flujo f_t . Luego, a partir de las relaciones anteriores, es posible obtener la relación entre viajes servidos en el corredor durante el período t (y_t) y el tiempo de viaje T_V^t . Esta relación se muestra en la Figura 2, y puede ser utilizada para calcular el valor de $(\partial T_V^t / \partial y_t)$ en (36).

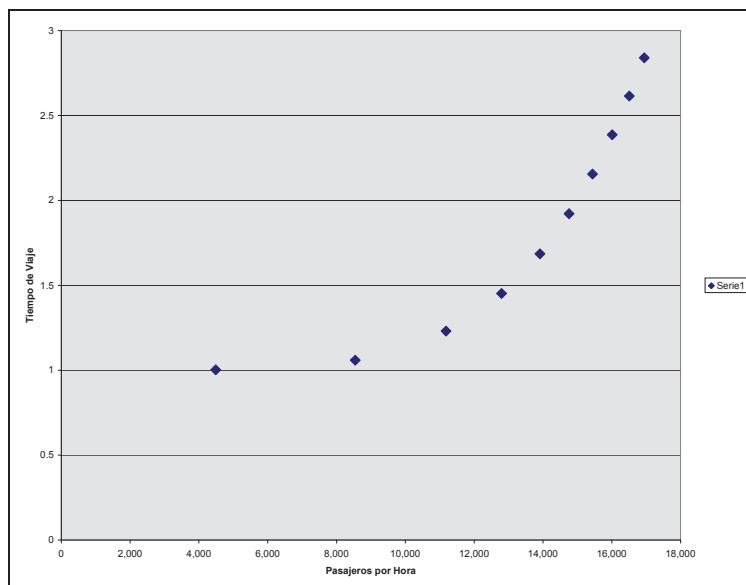


Figura 2: Tiempo de Viaje (T_V) vs. Viajes (y)

De la figura 2, y para los valores de parámetros considerados (Tabla 1), se observan deseconomías de escala a partir de 8.000 pasajeros por hora.

A partir de las relaciones mostradas en la Figura 2 resulta evidente que $\partial T_V^t / \partial B_t > 0$, $\partial T_V^t / \partial y_t > 0$, y $\partial^2 T_V^t / \partial y_t^2 > 0$. Luego, si consideramos la operación durante un único período, es posible graficar las siguientes funciones de costo:

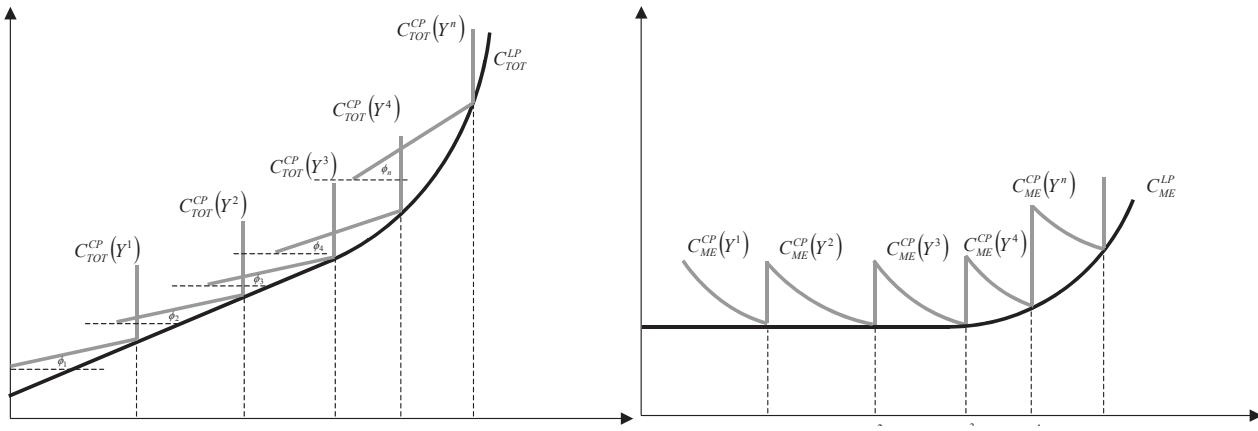


Figura 3: Costos Totales y Medios de Corto Plazo vs Largo Plazo

En presencia de congestión, las curvas de costos tienen las formas mostradas en la Figura 3. Se puede observar que para $Y > Y^3$ la congestión induce un aumento en los costos medios de operación en el corredor. Luego, en los rangos de producción en que se presenta congestión, el costo marginal aumentará y será mayor que el costo medio, lo que producirá deseconomías de escala. Para el caso analizado en la Figura 2, el valor a partir del que se presentan deseconomías de escala es de 8.000 pasajeros a la hora.

6. CONCLUSIONES

A partir de los desarrollos expuestos, considerando las limitaciones que el modelo presenta, particularmente referidas a los supuestos de producción y a los rangos de valores considerados para los parámetros y variables considerados en el contexto de un corredor segregado de buses, se obtienen las siguientes conclusiones: 1) En el largo plazo, las economías de escala son producidas únicamente por los gastos de administración, los que también pueden crecer más que proporcionalmente que los aumentos en la producción en determinados rangos. Por otra parte, cuando hay congestión, se generan deseconomías de escala. 2) El valor de parámetros como largo del recorrido, precio generalizado de los vehículos y estructura de demanda, afectan directamente la magnitud de las deseconomías de escala cuando existe congestión. Si aumenta el valor de dichos parámetros, aumentará también el efecto negativo de la congestión. Por el contrario, un aumento en la capacidad de los buses reduce el efecto negativo de la congestión; sin embargo, ello debe balancearse con los mayores costos de operación. 3) En el ejemplo numérico expuesto, que obedece a determinados valores del modelo analítico, se obtiene como resultado que existen deseconomías de escala a partir de 8.000 pasajeros por hora. 4) Una importante característica de las funciones de costo expuestas corresponde a la aplicación del caso multiproducto, representado por la producción de viajes en diferentes períodos de operación. Luego, muchas de las características de costos del corredor dependen de la senda de expansión del producto en un espacio conformado por las variables período y viajes a la hora; ello está relacionado con la definición del conjunto de productos unitarios y vector de productos expuesto en el análisis de economías de escala radiales. Resumiendo, para bajos niveles de producción de viajes pueden existir leves economías de escala, las que se transformarán en deseconomías de escala para elevados niveles de producción producto de la congestión en el corredor.

REFERENCIAS

- Baumol, W.J., Panzar, J.C. and Willig, R.D. **Contestable Markets and the Theory of Industry Structure.** Harcourt Brace Jovanovich, Inc. 1982.
- Fernández, J.E., J. De Cea y L. De Grange (1999) Características de producción de un servicio de transporte público de pasajeros, **Actas del IX Congreso Chileno de Ingeniería de Transporte, 431-448.**
- Jansson, J. O. (1980) A simple bus line model for optimization of service frequency and bus size. **Journal of Transportation Economic and Policy, 14, 53-80.**
- Jara-Díaz, S.R. y A. Gschwender (1997) Tarifas óptimas en transporte público programado, **Actas del VIII Congreso Chileno de Ingeniería de Transporte, 265-278.**
- Kerin, Paul (1992) Efficient bus fares. **Transport Reviews, 12, 33-48.**
- Leontief, W. (1946) The pure theory of the guaranteed annual wage contract. **Journal of Political Economy.**
- Mohring, H. (1972) Optimization and scale economies in urban bus transportation. **American Economic Review, 62, 591-604.**
- Tauchen, Helen; Frederic Fravel and Gorman Gilbert (1983) Cost structure of the intercity bus industry. **Journal of Transportation Economic and Policy, 17, 25-48.**
- Wabe, S. J. Y O. B. Coles (1975) The short and long run cost of bus transport in urban areas. **Journal of Transportation Economic and Policy, 9, 127-140.**
- Xu, K.; R. Windle; C. Grim Y T. CORSI (1994) Re-evaluating returns to scale in transport. **Journal of Transportation Economic and Policy, Sept, 275-286.**