

## UN MODELO DE DISEÑO DEL SISTEMA DE TRANSPORTE PÚBLICO URBANO

Luigi dell'Olio<sup>a</sup>, José Luis Moura<sup>b</sup>  
y  
Ángel Ibeas<sup>b</sup>

<sup>a</sup>Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Burgos  
Campus San Amaro Edificio "La Milanera" C/ Villadiego s/n 09001 Burgos, Spain  
Tel: 34-677-047411; e-mail: dellolioluigi@katamail.com

<sup>b</sup>Departamento de Transporte y Tecnología de Proyectos y Procesos, Universidad de Cantabria,  
Avda. De los Castros s/n, Código 39005, Santander, Spain  
Tel: 34-942-201734; Fax: 34-942-201703; e-mail: ibeasa@unican.es

### RESUMEN

En este trabajo se propone un modelo de localización de paradas y optimización de frecuencias en redes congestionadas de transporte público de superficie. Para conseguir dicho objetivo, se plantea y resuelve un problema de minimización del costo social total involucrado en la operación del sistema de transporte, que incluirá los costos de producir los servicios, los costos de viaje (percibidos por los usuarios del sistema), y el coste de construcción de las paradas.

Este Problema de Optimización se plantea como un problema de programación matemática de tipo bi-nivel. En el nivel superior, se define una función de costo social total del sistema que debe ser minimizado sujeto a restricciones tecnológicas; en el nivel inferior se define un modelo de comportamiento para los usuarios del sistema dado el diseño previamente definido. Para los usuarios de transporte público, se asume que eligen aquella ruta que minimiza su costo total individual de viaje sobre la red de servicios.

Dadas las dificultades existentes para resolver este problema, se propone un algoritmo de tipo heurístico para generar soluciones adecuadas. Este problema tiene múltiples soluciones y un algoritmo como el descrito no garantiza la obtención del óptimo global.

## 1. INTRODUCCION

El problema de diseño de un sistema de transporte público urbano es conocido por ser uno de los problemas más complejos a resolver en el sector del transporte. La experiencia internacional en varias ciudades muestra que el transporte público está perdiendo progresivamente participación en el mercado, en beneficio de los modos privados. Es por esta razón que en los últimos años los investigadores han realizado importantes esfuerzos en el diseño eficiente de redes de transporte público de superficie. En particular hay estudios dirigidos a mejorar la frecuencia (Furth and Wilson, 1981; Kocur and Hendrickson, 1986; Ceder, 1994; Constantin and Florian, 1995), y otros que se dirigen a mejorar la configuración de las líneas (Newell, 1979; Ceder and Wilson, 1986).

En el presente trabajo se aplica un modelo de optimización bi-nivel con el fin de estimar las frecuencias óptimas de las líneas (con trazados fijos) y encontrar una localización óptima de las paradas de Bus. En la bibliografía se pueden apreciar una serie de estudios de diseño de redes de transporte utilizando técnicas de programación bi-nivel (Yang and Michael, 1998; Yang, 1997; Wong and Yang, 1997; Yang and Bell, 1997).

Suponiendo definido el trazado de las líneas, existen entonces dos tareas importantes a realizar, y que afectan de manera determinante el funcionamiento del sistema de transporte público. Por un lado, regular las operaciones, y por otro, dar al sistema una cobertura en términos de demanda que proporcione un buen servicio al usuario sin generar costos muy elevados.

En particular nos referimos tanto a las frecuencias como al distanciamiento óptimo entre paradas de Buses, habida cuenta de que son dos variables que están fuertemente interrelacionadas y que tienen una incidencia elevada en los costos sociales de operación.

Por lo tanto, el problema fundamental que se pretende resolver consiste en encontrar un equilibrio entre lo que es el óptimo para la oferta y lo que sería óptimo para el usuario. Su solución no es sencilla, ya que en la mayor parte de las ocasiones estos intereses son contrapuestos. De hecho, para el usuario sería conveniente tener la parada muy cerca de su casa y que los Buses pasasen con más frecuencia. Para los operadores, por el contrario, esta opción le causaría un incremento significativo de los costes de operación. También es cierto que si cada usuario tuviera una parada próxima a su casa, y si las frecuencias fueran muy altas, también acabaría siendo afectado en su coste generalizado de transporte ya que se produciría un incremento considerable de los tiempos de viaje, viéndose también afectados los usuarios de los vehículos privados que sufrirían el incremento de congestión causado por el número elevado de Buses en circulación. Al contrario, un número limitado de paradas y frecuencias muy bajas acabarían favoreciendo a los operadores en cuanto a que, si bien disminuirían los costes de operación, perjudicaría a dichos usuarios de transporte público, los cuales verían aumentar el tiempo de acceso al sistema así como los de espera. Todo esto podría transformarse en un incentivo para los usuarios del transporte público a pasar a utilizar el vehículo privado.

Por lo tanto, en el presente trabajo se procede a modelar el sistema completo para encontrar una solución de equilibrio que permita resolver los problemas antedichos.



## 2. HIPÓTESIS BÁSICAS

Este estudio tiene por lo tanto como principal objetivo determinar el distanciamiento óptimo entre paradas de Buses así como estimar las frecuencias óptimas de los distintos recorridos del sistema. Las hipótesis principales son las que siguen:

1. Se ha definido a priori el trazado de las líneas (no se modifica).
2. Se conocen las velocidades medias en los tramos en que se ha dividido la red de transporte público.
3. Dichas velocidades se supondrán constantes, dados los niveles de demanda existentes en la aplicación practica considerada.
4. Se conoce la demanda de viajes en transporte público entre cada par origen destino en el intervalo de tiempo modelado (matriz O-D).
5. Se fija una serie de puntos candidatos a ser posibles puntos de paradas siguiendo las indicaciones basadas en la práctica habitual.
6. Se define una serie de clases de secciones de la red, especificándose cada una de dichas clases por tener asignadas determinadas características comunes de forma que a cada una de ellas se le asigna un determinado valor de distanciamiento entre paradas.

En lo que se refiere a la demanda de viajes, se considera oportuno considerar la de la hora punta, ya que las frecuencias podrán recalibrarse (aplicando el mismo modelo) en las horas valle y después que se haya encontrado el distanciamiento óptimo entre paradas en aquel caso. De hecho, el distanciamiento entre paradas no es fácilmente modificable a lo largo del día, por esto es importante que sea lo mas adecuado posible en las horas más críticas del día.

Respecto al punto 4 anterior se han seguido las siguientes indicaciones:

- a. Se consideran como candidatos a puntos de parada, aquellos en los que se prevé importantes concentraciones de potenciales viajeros, como puede ser el caso de demandas originadas en centros comerciales, hospitales, colegios, etc. así como en las proximidad de puntos de intersección de dos o mas líneas, o cerca de parking (para favorecer el park and ride).
- b. La parada debe ser visible, especialmente para los Buses que se acercan a ella; la visibilidad no debe de ser obstruida por árboles, edificios u obstáculos varios.
- c. Es preferible que la parada de Bus no esté exactamente ubicada frente a la parada de la dirección contraria. Generalmente, es recomendable que las paradas de Bus de los dos sentidos de la misma calle tengan una separación horizontal de al menos 20 metros.
- d. La pendiente longitudinal de la calle en la sección alrededor de la parada de Bus no debe ser más grande del 4 %, para evitar problemas a los Buses a la hora de dejar la parada en las maniobras de arranque y disminuir los niveles de ruido, etc.
- e. Cuando los Buses tienen que girar a la izquierda después de la parada, la ubicación de ella debe situarse al menos a 50 metros del punto de giro. Esta distancia debe ser incrementada a 75 o incluso 100 metros si hay intensidades de tráfico elevadas. En caso de un giro a la derecha la distancia mínima es 35 metros.

### 3. EL PROBLEMA DE LOCALIZACIÓN DE PARADAS Y OPTIMIZACIÓN DE FRECUENCIAS EN REDES DE TRANSPORTE PÚBLICO

El problema de diseño del sistema de transporte público urbano puede ser concebido como un juego no cooperativo de dos niveles (Juego de Stakelberg). En este juego participan el planificador, que determina las características del sistema de transporte, y los usuarios del sistema, que tienden a minimizar su costo generalizado de viaje, produciendo un patrón de flujos sobre este sistema. En el coste generalizado de viaje se encuentran todos los elementos que un individuo valora a la hora de realizar un viaje, como el tiempo de caminata para acceder al sistema de transporte, el tiempo de espera, el tiempo de viaje en vehículo, la comodidad del viaje, la tarifa, la seguridad etc.

En el primer nivel, en primera instancia, el planificador define la estructura topológica de los servicios, estableciendo los trazados y las tecnologías de transporte público a utilizar para cada servicio (problema de diseño físico). En una segunda etapa el planificador determina las características operacionales del sistema, como frecuencia y capacidad óptima para cada servicio (problema de diseño operacional). En el segundo nivel se encuentran los usuarios del sistema, los cuales reaccionan frente a esta estructura de servicios generando un perfil de flujos sobre dichos servicios de transporte público propuestos. Este segundo nivel está modelado normalmente a través de un modelo de comportamiento, que permite predecir la asignación de los usuarios a la estructura de transporte público analizada. (Norambuena, 2002)

El objetivo del problema a resolver es la minimización del costo total involucrado en la operación del sistema de transporte, el que se incluirán los costos de producir los servicios (percibidos por los operadores), los costos de viaje (percibidos por los usuarios del sistema), y los costos externos, producidos sobre los usuarios de otros medios de transporte (por ejemplo, los usuarios de automóvil).

Dada una especificación del sistema de transporte público, es decir, dada una oferta de servicios con sus recorridos y frecuencias de operación, las principales restricciones del problema corresponden a los flujos provenientes de las decisiones que los usuarios toman para satisfacer sus necesidades de viajes,

En cuanto se refiere a la localización de paradas de Buses, se utilizará un enfoque discreto, es decir, se consideraran asimismo los posibles puntos candidatos susceptibles de ser paradas. La elección de este tipo de enfoque se justifica porque permite obtener resultados lo más cercano posible a la realidad, ya que, como se sabe, no todos los puntos de una línea de transporte público son idóneos para localizar las paradas, ya sea por falta de espacio o por restricciones normativas que serían muy difíciles de modelar en el caso de considerar un enfoque continuo.

Respecto de la optimización de frecuencias, dicha variable se considerará continua. La utilización de un enfoque de programación continuo no significa en la práctica una limitación importante en la representación del fenómeno real que se desea modelar, sino por el contrario, existen importantes ventajas algorítmicas y computacionales al suponer que las variables que representan las frecuencias de los servicios de transporte público son continuas (Fernández y Elton, 1996). Los requerimientos computacionales del enfoque de programación entera hacen que sea altamente ineficiente y poco aplicable a casos de tamaño real.



En términos generales, si se utiliza una formulación continua de las variables de decisión del problema, es posible obtener directamente la solución óptima discreta a partir de la solución continua, utilizando sencillas reglas de aproximación. De acuerdo con los resultados presentados en Fernández y Elton (1996), una vez realizadas las aproximaciones correspondientes, en gran parte de los casos analizados, las soluciones obtenidas bajo ambos enfoques resultaron idénticas.

#### 4. EL MODELO PROPUESTO

Como se ha citado anteriormente, el problema de localización de paradas de autobús y Optimización de Frecuencias en Redes de Transporte Público se puede plantear como un problema de programación matemática bi-nivel. En el nivel superior se minimiza el coste social total involucrado en la operación del sistema de transporte. Se considerará en particular el coste total de viaje ( $CTV$ ) que depende de la ubicación de las paradas y de su distanciamiento ( $d_g$ ), y de la frecuencia en la sección de ruta  $s$  ( $f_s$ ); el coste de operación que depende del distanciamiento ( $d_g$ ) entre paradas, y de la frecuencia de cada línea ( $f_l$ ) y el coste de construcción de las paradas que depende del número de paradas ( $n$ ) que se van a necesitar. Todos ellos sujetos a la restricción de capacidad en los paraderos (2).

##### Nivel superior:

$$\text{Min } Z = CTV(d_g, f_s) + CO(d_g, f_l) + CC(n) \quad (1)$$

$$\text{s.a. } f_s \leq \min \left( \frac{3600}{TO_{k'}} \right) \quad \forall s \quad (2)$$

Donde:

$CTV$  = Coste total de viaje

$CO$  = Coste de Operación

$CC$  = Coste de construcción de las paradas

$f_l$  = Frecuencia de la línea  $l$ .

$TO_{k'}$  = Tiempo de ocupación del paradero  $k'$  expresado en segundos.

En el nivel inferior se considera un modelo de asignación al transporte público. El modelo de asignación de equilibrio en redes de transporte público utilizado en la formulación requiere definir una red más compleja, representada por un grafo  $G' = (\bar{N}, S)$ , donde  $S$  es el conjunto de arcos de la red, compuesto por *secciones de ruta* y arcos de acceso. Una sección de ruta es una porción de una ruta entre dos nodos de trasbordo consecutivos, y tiene asociado un conjunto de líneas igualmente *atractivas* para los usuarios (ver De Cea y Fernández, 1993).

##### Nivel Inferior:

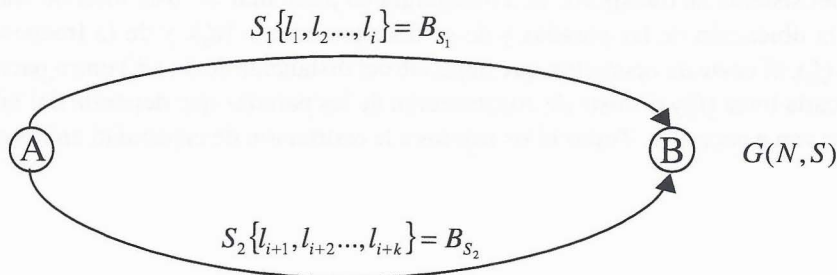
$$c(V^*) \cdot (V^* - V) \leq 0, \quad \forall V \in \Omega \quad (3)$$

donde  $c$  es el vector de costes en secciones de ruta,  $V$  es cualquier vector factible de flujos en secciones de ruta  $\{V_s\}$  y  $V^*$  representa la solución de equilibrio en términos de flujos en secciones de ruta. El conjunto de todos los flujos factibles corresponde a  $\Omega$ .

Dado que el vector de funciones de coste  $c(V)$  tiene, en general, asociado un Jacobiano no simétrico, el problema planteado en (3) no tiene un problema de optimización equivalente.

Un método de solución comúnmente utilizado en estos casos es el algoritmo de diagonalización (Florian, 1977; Abdulaal y LeBlanc, 1979), que permite obtener en cada iteración funciones de coste separables y, por lo tanto, el planteamiento de un problema de optimización equivalente.

Para representar el hecho que los viajeros seleccionan un subconjunto de las líneas de  $L_1$  (subconjunto de líneas *atractivas*) para desplazarse desde  $A$  a  $B$ , y al mismo tiempo tomar en cuenta la restricción de capacidad de los vehículos, la situación anterior se modela de la siguiente forma:



**Figura 1: Arcos de Transporte Público Red  $G' = (\bar{N}, S)$**

El primer *arco de transporte público*,  $S_1$ , representa el conjunto de *líneas rápidas*,  $B_{S_1}$ , y corresponde al conjunto de líneas que permite minimizar el tiempo (costo) generalizado de viaje sin considerar restricción de capacidad de los vehículos, es decir, el conjunto de líneas comunes determinadas mediante el algoritmo de Chriqui (ver Chriqui, 1974, y Chriqui y Robillard, 1975). El segundo arco de transporte público,  $S_2$ , representa el conjunto de *líneas lentas*,  $B_{S_2}$ .

## 5. ALGORITMO DE SOLUCIÓN

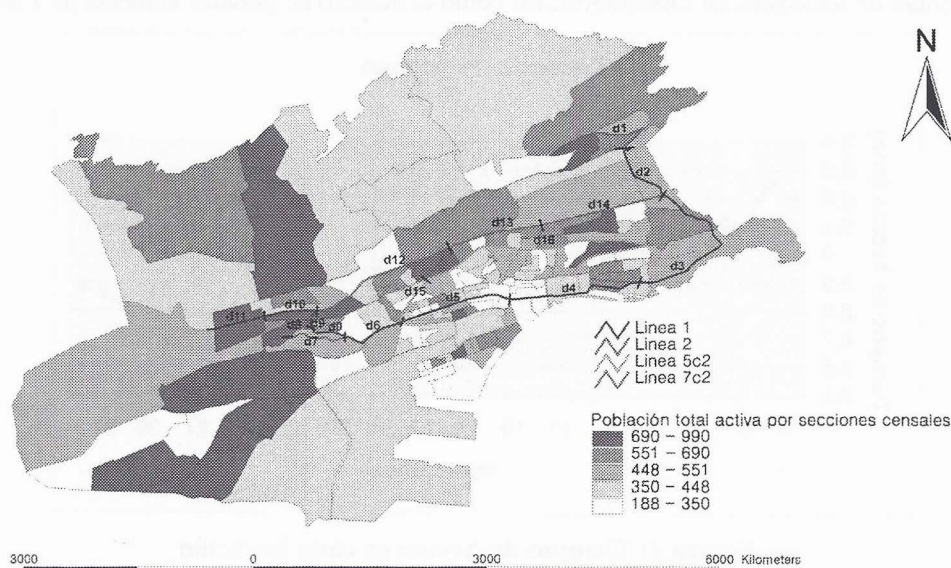
Para resolver el problema de programación matemática bi-nivel se propone un algoritmo heurístico que se describe a continuación:

- Paso 1: Se genera un vector de frecuencias factibles  $f_i$  y se fija por sector un distanciamiento  $d_z$  entre paradas, que satisfagan las restricciones del problema del nivel superior.
- Paso 2: Se resuelve el problema de optimización del nivel inferior; es decir, se asigna la matriz origen destino de transporte público obteniendo los flujos de equilibrio  $V_i^*$ .
- Paso 3: Se insertan las frecuencias factibles  $f_i$  y los flujos de equilibrio  $V_i^*$  en la función objetivo del nivel superior y se evalúa la función objetivo  $Z$ .
- Paso 4: Se utiliza el algoritmo de Hooke-Jeeves para evaluar las nuevas frecuencias  $f_i$  y los nuevos distanciamientos entre paradas  $d_z$  y se vuelve al paso 2.

El algoritmo se repite hasta que no se encuentra la combinación óptima de frecuencias y distanciamientos que reduzca los costos del sistema respecto a la iteración anterior.

## 6. ANÁLISIS DE UNA APLICACIÓN

El modelo se aplicó experimentalmente a 4 líneas del Servicio Municipal de Transporte Urbano de la ciudad de Santander (España). En la figura 2 se puede ver la división de la red de autobuses en 16 trozos. Estos trozos fueron elegidos como tramos en los que se puede considerar constante el distanciamiento medio entre paradas.



**Figura 2: Plano de la Ciudad y de la Red Considerada**

Los parámetros de costos considerados fueron los siguientes:

### 1) costos de operación de buses:

costo de rodadura por bus-km =	0,8 €/km
costo de personal =	14,16 €/hora
costos fijos =	32,13 €/hora

### 2) Costos por parada = 10.000 €/parada

### 3) Valor del Tiempo = 6 €/hora

Dados estos valores, y el enfoque descrito en la sección anterior, se obtuvieron los siguientes resultados generales:

Costo Total Antes de Optimizar =	9194 €/hora (71 paradas)
Costo Total Después de Optimizar =	8421 €/hora (78 paradas)



Número de Paradas Antes de Optimizar = 71

Número de Paradas Después de Optimizar = 78

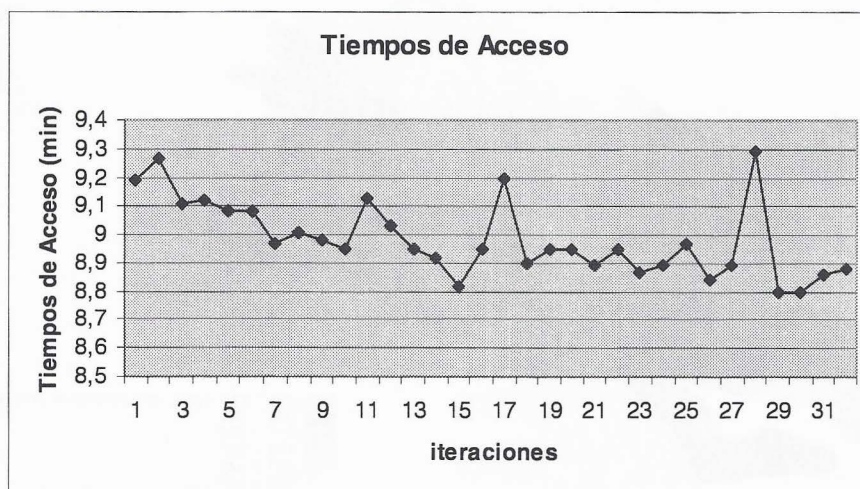
Costo de Operadores Antes de Optimizar = 891 €/hora

Costo de Operadores Después de Optimizar = 988 €/hora

Costo de Usuarios Antes de Optimizar = 8118 €/hora

Costo de Usuarios Después de Optimizar = 7230 €/hora

En el proceso de optimización se reducen substancialmente los costes de los Usuarios y se incrementan de los costes de Operadores, así como el número de paradas aumenta de 7 unidades.



**Figura 3: Tiempos de Acceso en cada Iteración**

En la figura 3 se propone una grafica de la variación del tiempo de acceso en cada iteración. Los resultados obtenidos representan ahorros significativos respecto a la situación actual como se puede ver en la tabla siguiente (Tabla 1).

**Tabla 1: Intervalos de Buses**

Líneas	Intervalos Antes de Optimizar	Intervalos Después de Optimizar
L1	16	11
L2	18	11
L5C2	12	17
L7C2	12	13

El modelo nos entrega unos valores de las frecuencias más altos para las líneas 1 y 2 y más bajos por las líneas 5C2 Y 7C2, respecto a la situación actual.

En lo que se refiere al distanciamiento óptimo entre paradas (Tabla 2.), el resultado de la aplicación del modelo determinó un aumento del número de paradas de autobuses y una distribución determinada a lo largo de las líneas más coherente con los usos del suelo.



**Tabla 2: Distancias medias modeladas entre paradas por tramo**

<b>d1</b>	284 m	<b>d5</b>	207 m	<b>d9</b>	362 m	<b>d13</b>	236 m
<b>d2</b>	310 m	<b>d6</b>	414 m	<b>d10</b>	333 m	<b>d14</b>	323 m
<b>d3</b>	282 m	<b>d7</b>	227 m	<b>d11</b>	261 m	<b>d15</b>	221 m
<b>d4</b>	293 m	<b>d8</b>	345 m	<b>d12</b>	282 m	<b>d16</b>	246 m

## 7. CONCLUSIONES

En este artículo se expone un problema de diseño de sistemas de transporte público en aquello que se refiere al problema de la localización de las paradas de Buses y a la optimización de las frecuencias de las líneas que lo constituyen.

Como se puede ver en el desarrollo expuesto, estos dos problemas no son separables dado de la localización de las paradas es función de la frecuencia de Buses que sirven las diferentes líneas y, viceversa, la frecuencia es función del número y de la localización de las paradas de Bus.

Por estas razones el problema de diseño del sistema de transporte público urbano se planteó como un juego no cooperativo de dos niveles (Juego de Stakelberg), donde en el nivel superior se minimizan los costos totales (costes del usuario + costes de operación + costes de construcción) y en el nivel inferior (modelo de asignación al transporte público) se describe un modelo de comportamiento del usuario, que se supone seguir el primer principio de Wardrop.

El algoritmo de solución propuesto es de tipo heurístico y se acerca a la solución optima a través de sucesivas aproximaciones que consisten en actualizar, mediante iteraciones las frecuencias de las diferentes líneas (usando el algoritmo de Hooke-Jeeves) y la localización de las paradas de Buses (minimizando la función objetivo del nivel superior), de modo que la función objetivo del nivel superior se “desplace” hacia sus valores mínimos. Para considerar la vinculación oferta-demanda, entre iteraciones se realiza una asignación al transporte público; de esta manera es posible contar en cada iteración con flujos de equilibrio que sean consistentes con las frecuencias y la localización de paradas calculadas.

Finalmente, se puede afirmar que en esta metodología se usa un enfoque distinto al utilizado comúnmente en la literatura y que se considera mas adecuado respecto a los métodos tradicionales. Este método tiene un inconveniente ya que no se puede garantizar la unicidad de la solución, que como en la mayoría de los casos, por la no linealidad del problema, con mucha probabilidad dependerá de las soluciones iniciales factibles con las que se comienza el algoritmo. No obstante, y como es típico de estos estudios, se puede afirmar que la obtención de un óptimo local es adecuado para dar una solución a este tipo de problema ante la alternativa de no hacer nada.

## AGRADECIMIENTOS

Se agradecen los preciosos consejos de los Prof. E. Fernández y J. de Cea de la Pontificia Universidad Católica de Santiago de Chile y de los ingenieros Luis de Grange y Mariela Barquin (de Fernández y de Cea Ingenieros Ltda.).

## REFERENCIAS

- Abdulaal, M. and L. J. LeBlanc (1979) Continuous Equilibrium Network Design Models. **Transportation Research**. **13B**, 19-32.
- Barquin, M., Diseño Operacional de Redes de Transporte Público: Formulación Matemática y Algoritmos de Solución. Master of science thesis. Pontificia Universidad Católica de Santiago de Chile.
- Ceder, A., N. Wilson. (1986). Bus network design. **Transportation Research B** **20**, 331-334.
- Ceder, A., 1994. Bus frequency determination using passenger count data. **Transportation Research A** **18**, 439-453.
- Chiriqui, C. (1974) "Réseaux de transport en commun: Les problèmes de cheminement et d'accès", Center of Transport Research, University of Montreal, Publication No. 11.
- Chiriqui, C. and P. Robillard (1975) "Common bus lines", **Transportation Science** **9**, 115-121.
- Constantin, I., M. Florian. (1995). Optimizing frequencies in a transit network: a nonlinear bi-level programming approach. **International Transactions in Operational Research** **2**, 149-164.
- De Cea, J. and J. E. Fernandez (1993) "Transit assignment for congested public transport systems: An equilibrium model", **Transportation Science** **27**, 133-147.
- Florian, M. (1977) A traffic equilibrium model of travel by car and public transit modes. **Transportation Science** **2**, 166-179.
- Furth, P., N.H.M. Wilson. (1981) Setting frequency on bus routes: Theory and practice. **Transportation Research Record** **818**, 1-7.
- Kocur, G., C. Hendrickson. (1986). Design of local bus service with demand equilibrium. **Transportation Science** **16**, 149-170.
- Newell, G. (1979). Some issues relating to the optimal design of bus routes. **Transportation Science** **13**, 20-35.
- Norambuena, I. J. (2002). Diseño óptimo de sistemas de transporte urbano. Master of science thesis. Pontificia Universidad Católica de Santiago de Chile.
- Wong, S.C., H. Yang. (1997). Reserve capacity of a signal-controlled road network. **Transportation Research** **30B**, 397-402.
- Yang, H. (1997). Sensitivity analysis for the elastic-demand network equilibrium problem with application. **Transportation Research** **31B**, 55-70.
- Yang, H., M.G.H. Bell. (1997). Traffic restraint, road pricing and network equilibrium. **Transportation Research B** **31**, 303-314.
- Yang, H., G.H.B. Michael. (1998). Models and algorithm for the road network design: a review and some new development. **Transport Review** **18**, 257-278.