

---

## **PROBLEMA DE RUTEO DINÁMICO DE UNA FLOTA DE VEHÍCULOS CON UN ENFOQUE DE CONTROL PREDICTIVO HÍBRIDO BASADO EN ALGORITMOS GENÉTICOS**

Alfredo Núñez V.

Departamento de Ingeniería Eléctrica  
Universidad de Chile, Santiago, Chile  
Fono: (56-2) 678 4207, Fax: (56-2) 695 3881  
e-mail: alfnunez@ing.uchile.cl

Doris Sáez H.

Departamento de Ingeniería Eléctrica  
Universidad de Chile, Santiago, Chile  
Fono: (56-2) 678 4207, Fax: (56-2) 695 3881  
e-mail: dsaez@ing.uchile.cl

Cristián E. Cortés

Departamento de Ingeniería Civil  
Universidad de Chile, Santiago, Chile.  
Fono: (56-2) 678 4380, Fax: (56-2) 689 4206  
e-mail : ccortes@ing.uchile.cl

### **RESUMEN**

En este trabajo se presenta una solución basada en algoritmos genéticos para el problema de ruteo dinámico de una flota de vehículos que realiza un servicio de traslado de pasajeros puerta a puerta. Este problema es formulado como un problema de Control Predictivo Híbrido basado en variables de estado para el sistema flota-ciudad-clientes. El tiempo y carga son variables de estado, la secuencia de los vehículos corresponde a la variable de entrada o manipulada y las solicitudes por servicio son perturbaciones.

Para resolver el problema de ruteo dinámico se plantea un controlador predictivo híbrido que asigna las rutas a los vehículos minimizando una función de costos esperada a medida que ocurren solicitudes por servicio en cualquier instante de tiempo. Cuando ocurre un nuevo requerimiento, el controlador ocupa como información las secuencias (rutas) anteriores, las variables de estado y un modelo de predicción de llamadas. Debido al elevado tiempo computacional que toma encontrar la solución óptima global se realiza la optimización en un sub-espacio donde las soluciones satisfacen la restricción de mantener el orden de las rutas preestablecidas para cada vehículo. Como algoritmo de optimización se propone algoritmos genéticos que entregan soluciones cercanas al óptimo dado por enumeración explícita, pero en un tiempo computacional reducido.

## 1. INTRODUCCION

El problema de ruteo de vehículos de servicio de pasajeros puerta a puerta, ha sido formulado y resuelto en la literatura usando tanto algoritmos exactos como heurísticas (Savelsbergh y Sol, 1995). El problema se torna bastante más complejo cuando se trabaja con demanda dinámica que entra al sistema en tiempo real, y en ese caso, la mayoría de las soluciones se basan en algoritmos aproximados (Psaraftis, 1998). Cortés y Jayakrishnan (2004) y Cortés *et al.* (2005) reconocen una complejidad adicional en este problema, subdimensionada en la literatura tradicional, en el sentido de que es necesario incorporar en las funciones de costo el hecho de tener la posibilidad de insertar nuevos requerimientos de servicio en las rutas previamente establecidas, pues esto provoca un costo adicional sobre los pasajeros en servicio. Cortés *et al.* (2005) proponen una formulación del tipo Control Predictivo Híbrido para internalizar estos costos futuros y muestran que incorporar un buen modelo predictor de demanda reduce significativamente los costos reales observados en el sistema completo. Sin embargo, como algoritmo de solución los autores utilizan enumeración explícita, lo cual es bastante ineficiente considerando problemas en tiempo real.

En la literatura especializada en ruteo de vehículos en los últimos años, muchos autores como Bean y Costa (2005), Ceylan y Bell (2004), Le Bouthillier y Crainic (2005), Osman *et al.* (2005), y Mester y Bräysy (2005) han probado la eficiencia de los algoritmos genéticos en encontrar buenas soluciones en problemas similares de ruteo y en un tiempo reducido. Por otro lado, autores como Li *et al.* (2005) han debido utilizar algoritmos heurísticos para resolver problemas de ruteo de varios vehículos debido a que es un problema de optimización del tipo *NP-hard*, obteniendo buenos resultados computacionales. En este trabajo, la incorporación de control predictivo híbrido pretende resolver un problema bastante más complejo que un típico problema de ruteo, al incorporar el elemento predictivo en la toma de decisiones, a través de una formulación de control del tipo híbrido, involucrando tanto variables continuas como enteras.

En la actualidad, la comunidad de control automático ha mostrado un gran interés en sistemas híbridos, que son sistemas que involucran variables continuas, binarias y/o enteras, ya sea en su estado o en la variable manipulada. El Control Predictivo Híbrido (HPC) ha mostrado ser muy útil para el control de sistemas híbridos y autores como Bemporad y Morari (1999), Bemporad *et al.* (2002), y Thomas *et al.* (2004), entre otros, han reportado excelentes resultados por simulación en comparación con otras técnicas de control más simplificadas. Las estrategias de HPC más usadas involucran dos algoritmos de optimización: Enumeración Explícita (EE) y Branch and Bound (BB). Ambos permiten resolver problemas de optimización entera-mixta (MIOP) (Floudos, 1995), pero el elevado esfuerzo computacional, especialmente en el caso de EE, hace que sean ineficientes para resolver problemas en tiempo real. Como solución a esto se han propuesto Algoritmos Genéticos (GA) como una herramienta eficiente para resolver MIOP (Man *et al.*, 1998).

En este trabajo se presenta el enfoque analítico del problema original descrito por Cortés *et al.* (2005) para el ruteo dinámico de vehículos, con información histórica agregando capacidad predictiva al modelo, y se investiga la incorporación de GA para resolver el problema en forma más eficiente que con EE. Se muestran ventajas en términos de flexibilidad en la formulación y en la posibilidad de obtener soluciones más genéricas al utilizar este nuevo esquema de solución.



## 2. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

### 2.1 Generalidades

El problema está descrito por una flota de vehículos que debe satisfacer óptimamente la demanda por servicio de pasajeros puerta a puerta dentro de una red de transporte. El servicio consiste en recoger y entregar pasajeros en ciertas coordenadas dadas por su lugar de origen (*recogida*) y su destino (*entrega*). El ruteo debe ser automático y rápido debido a que aleatoriamente ocurren nuevas solicitudes por servicio que deben ser satisfechas mientras los vehículos están en movimiento. El ruteo se hace en base a la minimización de una función objetivo que depende de las variables de estado de los vehículos. Estas variables de estado incluyen todas las características relevantes de los vehículos, y son los tiempos estimados de llegada y el vector de carga entre paradas,  $T_j^i(k)$  y  $L_j^i(k)$  para el vehículo  $j$ , parada  $i$  e instante de tiempo  $k$ . Se cuenta además con un registro histórico de las coordenadas de *recogidas* y *entregas* de las llamadas ocurridas hasta la fecha en diversas horas del día el cual es utilizado para tomar mejores decisiones futuras.

### 2.2 Formulación analítica: modelación dinámica con restricciones

Se considera una formulación en variables de estado para el sistema flota-ciudad-clientes, donde el vector de tiempo y de carga entre destinos son las variables de estado, la secuencia de cada vehículo corresponde a la variable manipulada y las llamadas que solicitan servicio son otras variables de entrada no manipuladas. Cada vehículo  $j$  en un instante de tiempo  $k$ , tendrá una secuencia  $S_j(k)$ , un vector de tiempo  $T_j(k)$  y un vector de carga  $L_j(k)$  que contendrán toda la información de cada trayecto que une las  $w_j(k)$  paradas asignadas al vehículo  $j$  en el orden que establece la secuencia respectiva. Analíticamente:

$$S_j(k) = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & P_1 & label_1 \\ S_{21} & S_{22} & P_2 & label_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ S_{w_j(k)1} & S_{w_j(k)2} & P_{w_j(k)} & label_{w_j(k)} \end{bmatrix}, T_j(k) = \begin{bmatrix} T_j^1 \\ T_j^2 \\ \vdots \\ T_j^{w_j(k)} \end{bmatrix}, L_j(k) = \begin{bmatrix} L_j^1 \\ L_j^2 \\ \vdots \\ L_j^{w_j(k)} \end{bmatrix} \quad (1)$$

donde  $S_{i1}$  y  $S_{i2}$  indican si la parada  $i$  es una *recogida* o una *entrega*,  $P_i$  es la coordenada de la parada planificada  $i$  en la que se entrega o se toma al pasajero  $label_i$ .  $T_j^i$  y  $L_j^i$  indican la hora estimada de arribo a la parada  $i$  y la carga del vehículo al dejar esa parada. Es necesario señalar que se requiere conocer además las coordenadas actuales de los vehículos, sus cargas antes de llegar al primer destino y un reloj que sirva de referencia para estimar horas de llegada:  $P_0$ ,  $L_j^0$ ,  $T_j^0$ . El tiempo de viaje en áreas urbanas fluctúa debido a una gran variedad de factores, como por ejemplo accidentes, condiciones del tránsito y clima (Ceylan y Bell, 2004). Por simplicidad se ocupará una red conceptual y se considerará como estimador de tiempo distancias con norma euclidiana y velocidad de vehículos constante, lo cual se mejorará en trabajos posteriores. Notar que en este caso, la única fuente de aleatoriedad en los tiempos finales de viaje estará dada por las nuevas llamadas que aparecen en tiempo real, y que obliga a re-rutear algún vehículo. En la

figura 1 se muestra un ejemplo de secuencia con información de tiempo y carga en cada tramo y la derecha  $S_I(k)$ ,  $T_I(k)$  y  $L_I(k)$  indicarán la secuencia, el vector de tiempo y la carga que el vehículo 1 tiene en el instante  $k$  en forma matricial. Se consideró velocidad igual a 1 unidad de medición y de esa forma las distancias son iguales a los tiempos esperados de viaje.

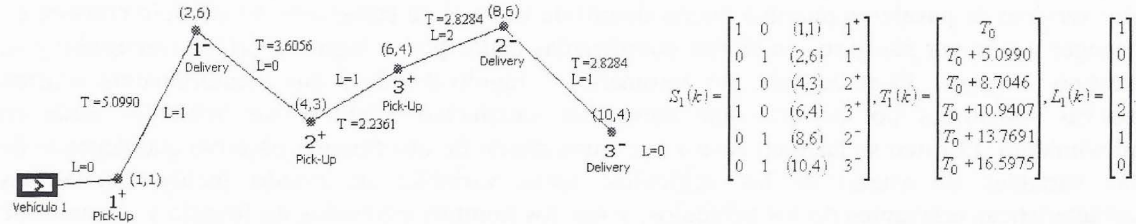


Figura 1: Ejemplo de secuencia gráfica para un vehículo y su notación en variables de estado.

Las restricciones del modelo son las siguientes:

**Restricción 1.-**  $S_{1i}$  y  $S_{2i}$  son variables binarias distintas pues una parada puede ser una *recogida* o una *entrega* pero nunca ambos.  $S_{i1}, S_{i2} \in \{0,1\}$ ,  $S_{i1} \neq S_{i2} \Leftrightarrow S_{i1} + S_{i2} = 1$

**Restricción 2.-** De precedencia. No puede ocurrir la *entrega* de un pasajero antes que su *recogida*. De acá se deduce que toda ruta acaba con una *entrega*:  $S_{n1} = 0, S_{n2} = 1$ .

**Restricción 3.-** Un destino  $P_i$  se debe recorrer una sola vez. Puede tomar un valor igual a la coordenada de algún destino dado por una lista de requerimientos. Un solo vehículo debe satisfacer el requerimiento tanto de *recoger* como de *entregar*.

**Restricción 4.-** Restricción de carga máxima. Un vehículo no podrá llevar en un trayecto más pasajeros que su carga posible máxima.  $L^i(k+1) \leq L_{\max}$ .

## 2.3 Controlador Predictivo Híbrido

### 2.3.1 Función objetivo

Para rutear la flota de vehículos se define como criterio la minimización de la siguiente función objetivo en el instante actual de tiempo  $k$  en el cual ocurrió el nuevo requerimiento por servicio:

$$J(S(k)) = \sum_{t=1}^{N_{pred}} \sum_{j=1}^{N_v} \sum_{h=1}^{h_{prob}(k+t)} p_h(k+t) \cdot \left( \Delta C_j(k+t) \Big|_{S_j(k+t-1), h} \right) \quad (2)$$

$$C_j(k+t) \Big|_{S_j(k+t-1), h} = \sum_{i=1}^{w_j(k+t)} \left\{ \underbrace{\left[ L_j^{h,i-1}(k+t+1) + 1 \right] \left( T_j^{h,i}(k+t+1) - T_j^{h,i-1}(k+t+1) \right)}_{J \text{ de tiempo de viaje}} + \underbrace{r_j^{h,i}(k+t+1) \alpha \left( T_j^{h,i}(k+t+1) - T_j^{h,0}(k+t+1) \right)}_{J \text{ de tiempo de espera}} \right\}$$

donde  $k+t$  es el instante en que ocurre el  $t$ -ésimo requerimiento después de ocurrido el requerimiento en el instante  $k$ ,  $N_{pred}$  es el horizonte de predicción,  $N_v$  el tamaño de la flota,



$h_{prob}(k+t)$  la cantidad de requerimientos probables en el instante  $k+t$ ,  $p_h(k+t)$  es la probabilidad de ocurrencia del requerimiento  $h$  en el instante  $k+t$ ,  $\Delta C_j(k+t) = C_j(k+t) - C_j(k+t-1)$ ,  $C_j(k+t)$  es la función de costos del vehículo  $j$  en el instante  $k+t$  dada una secuencia en el instante anterior  $S_j(k+t-1)$  y un nuevo requerimiento  $h$  que tiene probabilidad de ocurrencia  $p_h(k+t)$ ,  $w_j(k+t)$  es el número de destinos por recorrer del vehículo  $j$  en el instante  $k+t$ ,  $L_j^{h,i-1}(k+t+1)$  es la carga en el trayecto que une los destinos  $i-1$  con  $i$ ,  $T_j^i(k+t+1) - T_j^{i-1}(k+t+1)$  es el tiempo que demora el vehículo en ir del destino  $i-1$  al destino  $i$ ,  $r_j^{h,i}(k+t+1)$  es el factor de espera por servicio,  $\alpha$  es un ponderador del tiempo de espera respecto del tiempo de viaje (por simplicidad asumimos  $\alpha=1$ ),  $T_j^{h,i}(k+t+1) - T_j^{h,0}(k+t+1)$  es el tiempo que le falta al vehículo  $j$  para llegar desde su posición actual hasta el destino  $i$ .

El primer término de la función de costos ( $J$  de tiempo de viaje) considera el tiempo de viaje de cada trayecto ponderado por su carga más uno con el fin de considerar el costo de mover vehículos sin pasajeros. El segundo término ( $J$  de tiempo de espera) representa al tiempo que un pasajero espera antes de ser recogido. Es importante minimizar esta función de espera pues si el vehículo demora mucho tiempo en buscar a un cliente, es posible que este prefiera acceder a otro servicio de transporte (aunque al ocupar este se demore más tiempo en llegar a su destino).  $r_j^{h,i}(k)$  se activa cuando la parada  $i$  es una *recogida*.

Por otro lado, la función objetivo requiere información de instantes futuros que se extraen de un estudio de demanda histórica. Se puede llegar a obtener que en una cierta hora del día hay diferentes "viajes tipo" con mayor probabilidad de ocurrencia que otros. Por ejemplo, en el horario punta mañana muchas solicitudes pueden ser de traslados de un sector residencial a uno empresarial o a un colegio, etc. El criterio a  $n$  pasos buscará la inserción óptima de una llamada actual de modo de minimizar los costos finales de todos los escenarios futuros posibles ponderados por la probabilidad de ocurrencia de cada secuencia probable de  $n$  llamadas futuras. Con el criterio a un paso, la expresión para  $J$  en (2) con  $N_{pred} = 1$ , queda como

$$J = \sum_{t=1}^1 \sum_{j=1}^{N_v} \sum_{h=1}^{h_{prob}(k+t)} p_h(k+t) \cdot \Delta C_j(k+t) \Big|_{S_j(k+t-1), h} \quad (3)$$

donde  $h_{prob}(k+1)=1$  pues el nuevo requerimiento es uno y es conocido, por lo que tiene probabilidad 1. La función objetivo (3) se puede escribir como:

$$J = \sum_{j=1}^{N_v} \Delta C_j(k+1) \Big|_{S_j(k), 1} \quad (4)$$

A un paso, la búsqueda del óptimo se basa sólo en la información de la secuencia anterior y la llamada actual. La decisión no incorpora información de las llamadas futuras más probables por lo que el ruteo es miope y puede ser costoso. Con el criterio a dos pasos, la función objetivo en (2) con  $N_{pred} = 2$  es como sigue:

$$\begin{aligned}
J &= \sum_{t=1}^2 \sum_{j=1}^{N_v} \sum_{h=1}^{h_{prob}(k+t)} p_h(k+t) \cdot \Delta C_j(k+t) \Big|_{S_j(k+t-1),h} = \\
&\sum_{j=1}^{N_v} \left[ C_j(k+1) \Big|_{S_j(k-1),1} - C(k) + \sum_{h=1}^{h_{prob}(k+2)} p_h(k+2) \cdot C_j(k+2) \Big|_{S_j(k),h} - \sum_{h=1}^{h_{prob}(k+2)} \overbrace{p_h(k+2)}^{=1} \cdot \overbrace{C_j(k+1)}^{\text{Independiente de h}} \Big|_{S_j(k-1),1} \right] = \\
&\sum_{j=1}^{N_v} \left[ \sum_{h=1}^{h_{prob}(k+2)} p_h(k+2) \cdot C_j(k+2) \Big|_{S_j(k),h} - \overbrace{C(k)}^{cte. conocida} \right] \quad (5)
\end{aligned}$$

En este caso, la optimización buscará la secuencia que incorpore la siguiente llamada, tal que se minimice la suma de los costos finales de todos los casos probables de llamadas futuras ponderados por la probabilidad de ocurrencia de cada caso. En total son  $h_{pred}(k+2)$  llamadas posibles con un probabilidad  $p_h(k+2)$  de que ocurra la llamada  $h$ . Con el criterio a dos pasos no se minimiza el costo de la etapa intermedia  $C(k+1)$  en la cual sólo se insertó el nuevo requerimiento, sino más bien el costo del trayecto completo que incluye tanto la llamada en  $k+1$  como las llamadas más probables en  $k+2$ . En este trabajo se mostrarán resultados con la función objetivo a 2 pasos.

### 2.3.2 Planteamiento para resolver el problema de optimización

El problema de optimización consiste en encontrar las secuencias óptimas de los vehículos de la flota que minimizan la función objetivo. Se denotará por  $P_i$  a la parada  $i$  desconocida que debe ser calculada, mientras que  $f_i$  será un destino o coordenada conocida y puede ser una *recogida* o una *entrega* del pasajero  $label_i$ . Una parada desconocida  $P_i$  se puede escribir como una combinación lineal de todas las paradas conocidas utilizando los factores de activación binarias  $g_{jk}$  como se muestra:

$$P_i = g_{i1}f_1 + g_{i2}f_2 + \dots + g_{in}f_n \quad (6)$$

donde  $n = w_j(k)$ ,  $g_{ik} \in \{0,1\}$  y vale 0 si  $f_k$  no es la parada  $i$  y vale 1 si  $f_k$  es la parada  $i$ . El óptimo global del problema de ruteo se puede obtener escogiendo óptimamente la activación de los factores  $(g_{ik})_{i=1..n, k=1..n}$  de un matriz  $G$ , para cada vehículo. De la restricción 3, sección 3.1 resulta:

$$g_{i1} + g_{i2} + \dots + g_{in} = 1, \quad \forall i = 1, \dots, n \quad (7)$$

$$g_{1j} + g_{2j} + \dots + g_{nj} = 1, \quad \forall j = 1, \dots, n \quad (8)$$

Dentro de los conjuntos de destinos que son conocidos existe una subdivisión que es conocida y es cuales destinos son *recogidas* y cuales *entregas*. Será posible entonces ordenar los destinos según sean *recogidas* o *entregas*. Si se ocupa la matriz  $G$  como incógnita, en lugar de la secuencia, la carga  $i$  se puede expresar como la suma de la carga inicial más todas las activaciones de las *recogidas* anteriores menos las activaciones de todas las *entregas*. La restricción de carga (restricción 4, sección 3.1) en función de los factores de activación de la matriz  $G$  esta dada por:



$$L_j^{h,i-1}(k+1) = L_j^{h,0}(k) + \sum_{j=1}^i \left( \sum_{k_p: f_{k_p} \text{ pickup}} g_{jk_p} - \sum_{k_d: f_{k_d} \text{ delivery}} g_{jk_d} \right) \leq L_{\max} \quad i = 2, \dots, n-1 \quad (9)$$

El vector de tiempo ocupando la matriz  $G$  está dado por:

$$T(k+1) = \begin{bmatrix} T^0(k) & T^0(k) + G^{(1)}T(G^{(2)})^T & \dots & T^0(k) + \sum_{k=1}^{i-1} G^k T(G^{k+1})^T & \dots & T^0(k) + \sum_{k=1}^{w_j-1} G^k T(G^{k+1})^T \end{bmatrix}^T \quad (10)$$

con  $G^{(i)}$  = Fila  $i$  de  $G$ ,  $T$  es una matriz con los tiempos estimados entre todos los destinos. En cada instante de tiempo se debe generar una matriz  $T$  auxiliar que indique el tiempo de viaje entre todos los puntos posibles en el mismo orden que las paradas en la matriz  $G$ . Ocupando la matriz  $G$ , la función objetivo a un paso (ecuación (4)) se puede describir como:

$$J = \sum_{j=1}^{N_v} \Delta C_j(k+1) \Big|_{S_j(k+t-1), h} \quad (11)$$

$$C_j(k+t) \Big|_{S_j(k+t-1), h} =$$

$$\sum_{i=1}^{w_j} \left[ L^0(k) + 1 + \sum_{i=1}^{w_j-2} \left( \sum_{k_p: f_{k_p} \text{ pickup}} g_{ik_p} - \sum_{k_d: f_{k_d} \text{ delivery}} g_{ik_d} \right) \right] \left[ G^{(i-1)}T(G^i)^T \right] + \alpha \cdot r^i(k) \left( T^0(k) + \sum_{k=1}^{i-1} G^k T(G^{k+1})^T \right)$$

La formulación analítica del problema permite generalizar los criterios de optimización a  $n$  pasos y evaluar a futuro diversas técnicas de optimización entera mixta no lineal. En un vehículo con varios destinos, la inserción de una nueva llamada provoca que una búsqueda de la solución óptima ocupando enumeración explícita sea muy lenta y no factible como método de optimización para el problema que se debe solucionar en tiempo real reducido. Más aún si se considera que la inserción se debe realizar entre una flota grande de vehículos y con una función objetivo a  $n$  pasos.

Es por esta razón que se proponen los algoritmos genéticos como técnica de solución heurística. En este trabajo se realizará la optimización en un sub-espacio de soluciones que satisfacen la restricción de *no-swapping*. Este criterio lo cumplen secuencias que ubican la *recogida* y *entrega* de la última llamada dentro de la misma secuencia anterior. Con este criterio se encontrarán soluciones factibles del problema, en poco tiempo, que incorporan la información de la optimización en el instante anterior, y que son sub-óptimas en el sentido de no considerar todas las posibles secuencias.

Con este criterio de *no-swapping*, si  $f_1 \rightarrow f_2 \rightarrow \dots \rightarrow f_{n-2}$  es la secuencia anterior a la nueva llamada y si  $f_{n-1}$  y  $f_n$  son la *recogida* y la *entrega* de la nueva llamada, se obtiene la expresión (12) para las paradas posibles. En este caso se mantiene la secuencia  $f_1 \rightarrow f_2 \rightarrow \dots \rightarrow f_{n-3} \rightarrow f_{n-2}$  pero se puede intercalar una sola vez la secuencia  $f_{n-1} \rightarrow f_n$  en cualquier posición. Muchas incógnitas de la matriz  $G$  son cero, lo cual reduce considerablemente el problema de optimización.

En sección 3, se describen el método de optimización basado en algoritmos genéticos que servirá para resolver el problema de ruteo formulado analíticamente en esta sección.

$$P_i = \begin{cases} g_{11}f_1 + g_{1,n-1}f_{n-1} = (x_1, y_1) & \text{si } i = 1 \\ g_{21}f_1 + g_{22}f_2 + g_{2,n-1}f_{n-1} + g_{2,n}f_n = (x_2, y_2) & \text{si } i = 2 \\ g_{i,i-2}f_{i-2} + g_{i,i-1}f_{i-1} + g_{i,i}f_i + g_{i,n-1}f_{n-1} + g_{i,n}f_n = (x_i, y_i) & \text{si } i = 3, \dots, (n-2) \\ g_{n-1,n-3}f_{n-3} + g_{n-1,n-2}f_{n-2} + g_{n-1,n-1}f_{n-1} + g_{n-1,n}f_n = (x_{n-1}, y_{n-1}) & \text{si } i = n-1 \\ g_{n,n-2}f_{n-2} + g_{n,n}f_n = (x_n, y_n) & \text{si } i = n \end{cases} \quad (12)$$

### 3. ALGORITMOS GENETICOS

#### 3.1 Principios básicos

El problema de optimización se resolverá utilizando Algoritmos Genéticos (GA). Este método es muy fácil de aplicar en problemas de Optimización Entera-Mixta debido a que la codificación binaria de las variables enteras no es necesaria. Los genes de los individuos (soluciones posibles) están dados directamente por las variables enteras de optimización que en este caso son las distintas paradas que se deben recorrer y el vehículo que cumplirá el requerimiento. El cálculo de gradiente no es necesario lo que permitirá ahorrar un significativo tiempo computacional. El algoritmo genético simple que se ocupará se puede resumir como (Man *et al.*, 1998):

1. Inicializar una población aleatoria de individuos, que corresponden a posibles soluciones.
2. Evaluar la función objetivo para cada individuo de la población actual.
3. Seleccionar padres aleatorios.
4. Aplicar operadores genéticos como *crossover* y/o mutación a los padres, para una nueva generación.
5. Evaluar la función objetivo de todos los individuos de la nueva generación
6. Escoger los mejores individuos según los mejores valores de la función objetivo.
7. Reemplazar los individuos más débiles de la generación anterior por los mejores de la nueva generación generada en el punto 6.
8. Si el valor de la función objetivo alcanza una cierta tolerancia o el número máximo de generaciones se ha alcanzado, entonces se debe detener el algoritmo. En otro caso, se regresa al punto 2

#### 3.2 Aplicación al problema de ruteo

Los individuos deben ser secuencias factibles, cumpliendo con las restricciones de precedencia y de carga. Se considera que tienen tres componentes: el vehículo  $j$  en el cual se plantea realizar la inserción y la posición dentro de la secuencia anterior donde se realizará la *recogida* y la *entrega* de la nueva llamada  $(x,y)$ . Una posible población aleatoria  $i$  de 7 individuos para el vehículo  $j$  se muestra en figura 2. Los individuos pueden repetirse debido a que la generación de una nueva población debe ser aleatoria. Nótese que en el ejemplo el Individuo 2 y el Individuo 6 son iguales. En la generación aleatoria de individuos ya sea en una nueva generación o luego de aplicar los operadores genéticos mutación o *crossover*, se deben eliminar a aquellos que no satisfagan la condición de carga con un filtro que elimine a los no factibles. Para evitar que el programa no encuentre solución se puede imponer un individuo en la generación inicial a alguno



que sea siempre factible como por ejemplo el  $(j, w_j - 1, w_j)$ . Si  $w_j$  es el número de paradas incluyendo la última llamada, la cantidad de individuos posibles para un vehículo  $j$  incluyendo los que no satisfacen la restricción de carga son  $(w_j - 1) \cdot w_j / 2$ .

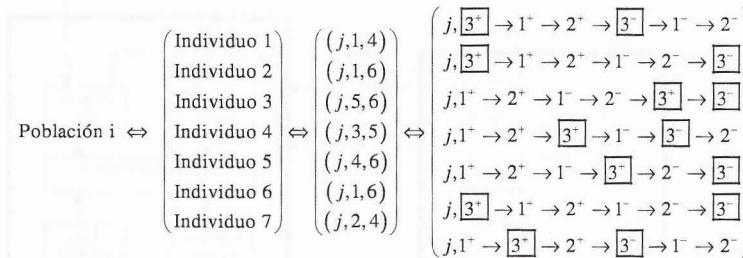


Figura 2: Ejemplo de población aleatoria  $i$  con siete individuos, para veh.  $j$

Se tomarán entonces poblaciones totales (individuos por generaciones) con un número inferior a las combinaciones totales posibles para evitar resolver el problema como una enumeración explícita. El operador genético *crossover* no se aplicará dado que el problema se define sin *swapping* y por lo tanto el *crossover* generaría soluciones no factibles que no cumplirían con la condición de *no-swapping* dentro del espacio de búsqueda. En la figura 3 se muestra un esquema del sistema de control, donde se aprecia la relación entre el sistema real de Flota-Ciudad-Clientes y el controlador que asigna las rutas. El controlador ocupa las variables de estado, un modelo de predicción de llamadas y la información del nuevo requerimiento para calcular la secuencia óptima o variable manipulada.

## 4. RESULTADOS

### 4.1 Bases de comparación (*benchmark*)

Se realizan pruebas comparativas entre los métodos de EE y AG para evaluar su rendimiento, graficando la función objetivo y el tiempo computacional que consumen. Se ocupará un sistema con 4 vehículos y predicción a dos pasos con 6 llamadas potenciales a ocurrir. Los vehículos inician su recorrido promediando una velocidad comercial para una red urbana de 20 kilómetros por hora, con un área total de servicio de 400 km<sup>2</sup> (Cortés *et al.*, 2005). Las pruebas que se realizan para comparar los métodos son: i) frente a una acumulación de llamadas, ii) en una operación normal y iii) una decisión con Genético cuando los individuos aumentan su número de genes o paradas. El método basado en AG tiene como parámetros de ajuste el número de individuos y de generaciones. En este trabajo solo se muestran resultados para tres casos distintos de ajustes fijos y se deja pendiente el determinar el ajuste óptimo de estas variables frente a distintas condiciones de operación. La solución genética G1 considera 5 individuos y 5 generaciones, G2 ocupa 10 individuos y 10 generaciones y G3 ocupa 20 individuos y 20 generaciones.

### 4.2 Primera prueba: frente a una acumulación de llamadas

En esta prueba se observa el comportamiento de los métodos cuando ocurren muchas llamadas en poco tiempo. Se debe planificar cada nueva llamada dentro de un número cada vez mayor de posiciones posibles y sujetos a la decisión en el instante anterior. En la figura 4 se muestran los

gráficos tiempo computacional y función objetivo en función de los instantes  $k$  en los que ocurren nuevas llamadas. En tabla 1 se muestra la media y desviación estándar de los distintos resultados.

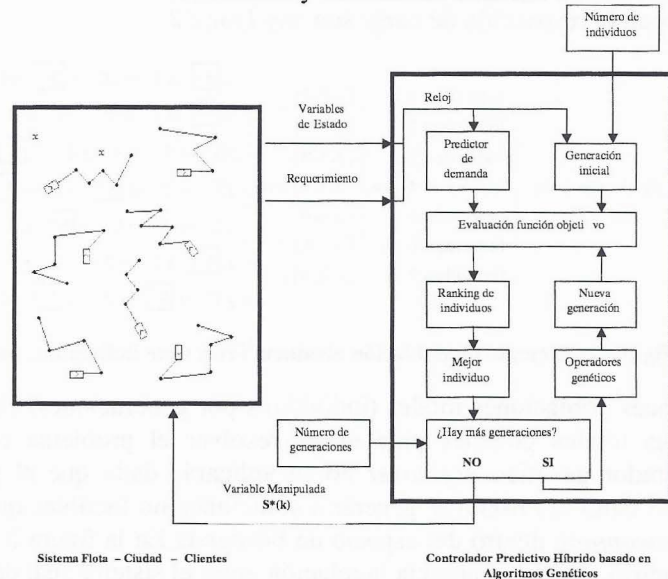


Figura 3: Esquema del sistema de control para el problema de ruteo.

Se observa en la figura 4 que en el caso de que ocurra una congestión de requerimientos, los AG presentarán un costo acumulativo en cada nueva llamada debido a que la decisión tomada en el instante anterior no siempre es el óptimo global.

Además, se observa que el tiempo computacional ocupando EE crece exponencialmente con el número de paradas, mientras que con los AG se mantiene prácticamente constante. Según la figura 4 y tabla 1, al aumentar el número de individuos y el número de generaciones se observa un mejor seguimiento de la función objetivo óptima global (G3, en especial).

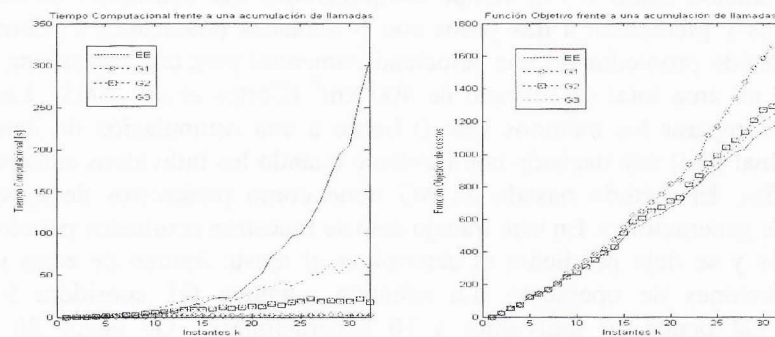


Figura 4: Gráficos Tiempo computacional y Función Objetivo en función de los instantes  $k$ .



Tabla 1: Media y Desviación Estándar de la función objetivo y tiempo computacional.

Estrategia de Control (Acumulación de llamadas)	Función Objetivo		Tiempo Computacional	
	Media	Desviación Estándar	Media	Desviación Estándar
Enumeración Explícita	561.7069	379.7575	62.6997	83.8158
A. Genéticos G1	708.1025	536.1053	1.6450	0.7910
A. Genéticos G2	602.4819	424.0337	10.5133	7.0684
A. Genéticos G3	576.6193	401.0675	26.5277	21.3254

#### 4.3 Segunda prueba: frente a una operación normal

En esta prueba, se consideran secuencias cortas no superiores a los 10 destinos por vehículo. El error de seleccionar una secuencia sub-óptima no será acumulativo pues en la mayoría de los casos se alcanza a recorrer paradas planificadas. En la figura 5 se muestran los gráficos tiempo computacional y función objetivo en función de los instantes  $k$ , mientras que en la tabla 2 se muestra la media y la desviación estándar de los distintos resultados. Frente a una operación normal, en la figura 5 se observa que los AG se aproximan en buena forma al óptimo de EE. No se observa ventajas significativas en cuanto a tiempo computacional. En la tabla 2 se observa que a medida que se aumentan los individuos y generaciones la función objetivo se aproxima más a la solución óptima de EE. En particular, los resultados de G3 coinciden con los de EE, debido a que genético abordó todos los casos posibles debido a su elevada cantidad de población.

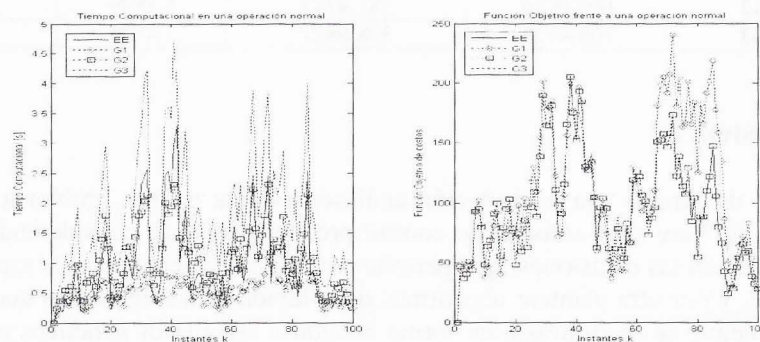
Figura 5: Gráficos Tiempo computacional y Función Objetivo en función de los instantes  $k$ .

Tabla 2: Media y Desviación Estándar de la función objetivo y tiempo computacional.

Estrategia de Control (Acumulación de llamadas)	Función Objetivo		Tiempo Computacional	
	Media	Desviación Estándar	Media	Desviación Estándar
Enumeración Explícita	94.4609	43.2513	0.9260	0.7232
A. Genéticos G1	110.9015	57.5904	0.5169	0.2200
A. Genéticos G2	95.3830	44.2636	1.0293	0.5431
A. Genéticos G3	94.4609	43.2513	1.8081	0.9981

#### 4.4 Tercera prueba: decisión genético frente a secuencias óptimas con un número elevado de paradas.

En este caso, se analizan los AG cuando las secuencias son largas. Se realizó una prueba similar a la acumulación de llamadas, pero en cada instante se define como secuencia anterior la óptima global dada por la EE. De esta manera se mide el error con AG cuando la secuencia es cada vez más larga. En la figura 6 se muestran los gráficos función objetivo y error de la función objetivo cuando se aumentan los instantes  $k$  y en la tabla 3 la media y la desviación estándar.

De la figura 6 y de la tabla 3 se desprende que la decisión tomada por algoritmos genéticos es en cada instante muy aproximada a enumeración explícita sin importar la cantidad de paradas planificadas.

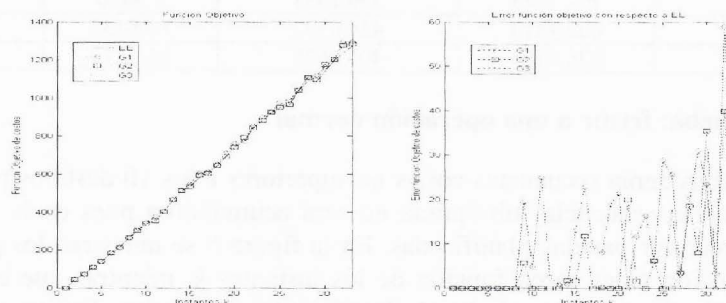


Figura 6: Gráficos Función Objetivo y error en función de los instantes k.

Tabla 3: Media y Desviación Estándar de la función objetivo y error.

Estrategia de Control (Acumulación de llamadas)	Función Objetivo		Error	
	Media	Desviación Estándar	Media	Desviación Estándar
Enumeración Explícita	604.1539	376.4069	-----	-----
A. Genéticos G1	615.7978	384.6132	11.9823	13.4860
A. Genéticos G2	609.0659	381.9743	5.1809	9.9973
A. Genéticos G3	605.4726	378.0871	1.4405	5.0791

## 5. CONCLUSIONES

En este trabajo se desarrolló una formulación analítica estricta para el problema dinámico de ruteo de vehículos en base a un enfoque de control predictivo híbrido considerando información histórica de demanda en las decisiones, que permite por una parte generalizar la especificación de la función objetivo, y por otra plantear algoritmos de solución más sofisticados que enumeración explícita. Puntualmente, se ha utilizado en forma novedosa algoritmos genéticos para hacer más eficiente la resolución del problema en términos computacionales. Se reporta varias pruebas realizadas para diferentes escenarios posibles, obteniéndose en prácticamente todos los casos resultados promisorios con algoritmos genéticos en términos de la relación entre calidad de soluciones y esfuerzo computacional, al compararse con el óptimo dado por enumeración explícita. En particular, se concluye que para pocas paradas planificadas se sugiere escoger un número de individuos y generaciones reducidos en el algoritmo genético. Además, con este tipo de enfoque es posible resolver problemas más complejos (secuencias más largas, funciones objetivos con más términos, problemas menos restrictivos, etc.) manteniendo el tiempo computacional, aunque en estos casos la elección del número de individuos y generaciones debe ser más cuidadosa.

Como investigación en curso se analizan problemas más generales, búsqueda del óptimo global relajando la restricción de *no-swapping*, horizontes de predicción mayores a dos pasos, incorporación de la variable de estado velocidad de los vehículos introduciendo la estocasticidad en los tiempos de viaje y el peso  $\alpha(label_i)$  se plantea tratarlo como función de cada pasajero con el objeto de implementar una regla de servicio en que se acote la espera de los pasajeros.



## AGRADECIMIENTOS

Esta investigación ha sido parcialmente financiada por los proyectos FONDECYT 1030700 y 1040698, y por el Núcleo Milenio, en su proyecto “Sistemas Complejos de Ingeniería”.

## REFERENCIAS

- Bean N., y A. Costa (2005). An analytic modelling approach for network routing algorithms that use “ant-like” mobile agents. **Computer Networks**, en prensa.
- Bemporad A., W. Heemels y B. De Schutter (2002). On hybrid systems and closed-loop mpc systems, **IEEE Transaction on Automatic Control** **47**, 863–869.
- Bemporad A. y M. Morari (1999). Control of systems integrating logic, dynamics and constraints. **Automatica** **35**, 407–427.
- Ceylan H., y M.G.H. Bell (2004). Traffic signal timing optimization based on genetic algorithm approach, including drivers’ routing, **Transportation Research** **38B**, 329–342.
- Cortés C.E. y R. Jayakrishnan (2004). Analytical modeling of stochastic rerouting delays for dynamic multi-vehicle pick-up and delivery problems, **Proceeding of the Triennial Symposium on Transportation Analysis (TRISTAN) V**, Guadeloupe, French West Indies.
- Cortés C.E., D. Sáez, F. Murcia y A. Núñez (2005). Hybrid predictive control for a real-time routed transit system, enviado a **Transportation Science**.
- Floudos C. (1995), **Non-linear and mixed integer optimization**, Oxford University Press.
- Le Bouthillier A., y T.G. Crainic (2005). A cooperative parallel meta-heuristic for the vehicle routing problem with time windows. **Computers & Operations Research** **32**, 1685–1708.
- Li F., B. Golden y E. Wasil (2005). Very large-scale vehicle routing: new test problems, algorithms, and results. **Computers & Operations Research** **32**, 1165–1179.
- Mester D., y O. Bräysy (2005). Active guided evolution strategies for large-scale vehicle routing problems with time windows. **Computers & Operations Research** **32**, 1593–1614.
- Man K.,K. Tang y S. Kwong (1998). **Genetic Algorithms**, Concepts and Designs. Springer.
- Osman M.S., M.A. Abo-Sinna y A.A. Mousa (2005). An effective genetic algorithm approach to multiobjective routing problems (MORPs), **Applied Mathematics and Computation** **163**, 769–781.
- Psaraftis, H. (1998). Dynamic vehicle routing problems, B.L. Golden and A.A. Assad editors, en **Vehicle routing methods and studies**, 223–248.
- Savelsbergh M.W.P., y M Sol (1995). The general pickup and delivery problem. **Transportation Science** **29**, 17–29.
- Thomas J., D. Dumur., y J. Buisson (2004). Predictive control of hybrid systems under a multi-mld formalism with state space polyhedral partition, **Proceedings of American Control Conference**, Boston, Massachusetts, USA.