CALIBRACIÓN SIMULTÁNEA DE MODELOS DE DISTRIBUCIÓN Y PARTICIÓN MODAL DE VIAJES

Louis de Grange C.
Fernández y De Cea Ingenieros Ltda. Apoquindo 3650, Of. 902, Santiago, CHILE.
FAX: (56-2) 435 0099; e-mail: ldegrang@FDCconsult.com

J. Enrique Fernández L., Joaquín de Cea Ch.
Profesores Titulares Depto. Ingeniería de Transporte, Pontificia Universidad Católica de Chile,
Casilla 306, Santiago 22, CHILE. FAX:(56-2) 686 4818

RESUMEN

En este trabajo se propone e implementa una metodología para la calibración simultánea y consistente de los parámetros asociados a modelos Distribución y Partición Modal de viajes. Las condiciones de equilibrio para determinar la estructura analítica de la Distribución y Partición Modal de viajes se basan en la resolución de un modelo de programación matemática con funciones objetivo entrópicas.

Los principales resultados asociados a este trabajo muestran que la incorporación de la distribución de viajes (elección de destino), como parte del proceso de decisión del viajero, induce variaciones en los estimadores de los parámetros de la función de utilidad o costo generalizado asociado a los diferentes modos alternativos, lo que a su vez redunda en variaciones en las estimaciones del valor subjetivo del tiempo.

1. INTRODUCCIÓN

Tradicionalmente, la calibración de los modelos de demanda se realiza de manera secuencial: primero se calibran los modelos de Partición Modal (modelos de elección discreta, típicamente Logit); luego se calibran los modelos de Distribución a partir de los resultados de la etapa de partición modal, como por ejemplo el modelo doblemente acotado de maximización de entropía. Sin embargo, este procedimiento no garantiza la consistencia de los parámetros calibrados para las distintas etapas. Incluso, es normal en la práctica que los modelos de estas dos etapas se calibren independientemente.

La motivación para el presente trabajo se basa en generalizar el desarrollo expuesto en Boyce y Bar-Gera (2003). En Boyce y Bar-Gera (2003), se plantea un caso particular, en el cual se consideran únicamente dos modos de transporte (Bus y Auto), con costos fijos para el Bus (tiempo de espera en paraderos y tiempo de viaje en vehículo constantes) pero variables para el Auto (congestión); el análisis se centra principalmente en la validación del modelo resultante. En el presente trabajo se utilizaron variables explicativas medidas en terreno, mientras que en Boyce y Bar-Gera (2003) utilizaron variables explicativas modeladas obtenidas a partir de un modelo de transporte, y se considera el caso más general, con múltiples modos de transporte y con la posibilidad de incorporar tiempo de espera variable en paradero en el caso del transporte público. Además, el enfoque de resolución analítico del problema también es diferente al expuesto en Boyce y Bar-Gera (2003), ya que en este último se utiliza un método de búsqueda exhaustiva, mientras que en este trabajo la calibración se basa en el uso de herramientas econométricas (máxima verosimilitud).

2. FORMULACIÓN DEL MODELO

La metodología se basa en maximizar una función de verosimilitud L considerando que la función de probabilidad $P_{ij}^{m}\left(\Phi,\theta^{m}\right)$, que define a la función de verosimilitud, proviene de un modelo de programación matemática de equilibrio simultáneo del tipo general (ver por ejemplo Boyce et al, 1988; Brice, 1989; Fernández et al,1994; Oppenheim, 1995; Florian et al, 1999; De Cea, Fernández y Soto, 2001; Boyce y Bar-Gera, 2003); el parámetro Φ está asociado a la distribución de viajes y los parámetros θ^{m} están asociados a las funciones de utilidad del modelo de partición modal y de asignación del modo m.

Considerando que la estructura de demanda de los usuarios del sistema de transporte corresponde a una estructura de demanda de tipo Logit Multinomial (MNL), y que la asignación en las distintas redes obedece al primer principio de Wardrop, la probabilidad $P_{ij}^{m}\left(\Phi,\theta^{m}\right)$ de que un individuo viaje entre el par $w = (i, j)$ en el modo m, dados los costos sobre la red, se puede definir a partir del siguiente problema de optimización:

$$\min\ Z=\sum_m \sum_{a\in A^m} \int_0^{f_a^m} c_a^m(x)dx+\sum_m \frac{1}{\lambda}\sum_w T_w^m\left(\ln T_w^m-1\right) + \frac{1}{\beta}\sum_w T_w\left(\ln T_w-1\right)-\frac{1}{\lambda}\sum_w T_w\left(\ln T_w-1\right) \qquad (1)$$

$s.a.:$

$$O_i=\sum_j T_{ij} \quad \forall i \ (\mu_i)$$
$$D_j=\sum_i T_{ij} \quad \forall j \ (\eta_j) \qquad (2)$$
$$T_w=\sum_m T_w^m \quad \forall m \ (u_w)$$
$$f_a^m=\sum_w \sum_{p\in P_w} \delta_{ap}^{wm}\cdot h_p^{wm} \quad \forall a, \forall m$$

donde h_p^{wm} es el flujo entre el par w en la ruta p de la red del modo m; el parámetro δ_{ap}^{wm} vale 1 si la ruta p usa el arco a y 0 si no. La variable T_{ij}^m representa los viajes modelados entre (i, j) en el modo m; notar que $\sum_{ijm} T_{ij}^m=N$, y además $\sum_i O_i=\sum_j D_j=N$ (los viajes generados son iguales a los viajes atraídos). La variable f_a^m es el flujo en el arco a del modo m; dicho flujo corresponde a vehículos en el caso del transporte privado y a pasajeros en el caso de modos de transporte público; A^m representa el conjunto de arcos de la red del modo m (arcos viales o secciones de ruta, según el caso). c_a^m es el costo de viaje en el arco a del modo m (sección de ruta en el caso de modos de transporte público). La especificación de la función c_a^m será propia de cada modo de transporte. El problema (1)-(2) permite obtener una expresión analítica de las variables T_{ij}^m y P_{ij}^m, siendo esta última la que se incluye en la función de verosimilitud (13). Las condiciones de primer orden del problema de optimización (1)-(2) generan el siguiente resultado:

$$T_{ij}=A_iO_iB_jD_je^{\frac{\beta}{\lambda}\ln\sum_{m'}e^{-\lambda C_{ij}^{m'}}} \quad ; \quad T_{ij}^m=T_{ij}\frac{e^{-\lambda C_{ij}^m}}{\sum_{m'}e^{-\lambda C_{ij}^{m'}}} \qquad (3)$$

donde $C_{ij}^m=\sum_{a\in P} c_a^m\delta_{ap}^m=u_{ij}^m$ es el costo de equilibrio entre el par (i, j), en el modo m, asociado a los niveles de servicio de su respectiva red. Por otro lado, es factible realizar el siguiente cambio de variable:

$$P_{ij}=\frac{T_{ij}}{N} \Rightarrow P_{ij}=\frac{1}{N}A_iO_iB_jD_je^{\frac{\beta}{\lambda}\ln\sum_{m'}e^{-\lambda C_{ij}^{m'}}} \qquad (4)$$

$$P_{m/ij}=\frac{e^{-\lambda C_{ij}^m}}{\sum_{m'}e^{-\lambda C_{ij}^{m'}}} \qquad (5)$$

$$P_{ij}^{m} = \frac{T_{ij}^{m}}{N} \quad \Rightarrow \quad T_{ij}^{m} = P_{ij}^{m} \cdot N \tag{6}$$

La expresión (4) representa la probabilidad de viajar entre el par (i, j), y presenta la misma estructura que un modelo entrópico doblemente acotado cuyo costo generalizado de viajar entre (i, j) está dado por $-\frac{1}{\lambda}\ln\sum_{m'} e^{-\lambda C_{ij}^{m'}}$.

La expresión (5) representa la probabilidad condicionada de elección de modo, y presenta una estructura Logit Multinomial (MNL). Es decir, representa la probabilidad de escoger un modo dado que el viaje se realiza entre un determinado par (i, j).

Por lo tanto:

$$P_{ij}^{m} = \underbrace{\frac{1}{N} A_i O_i B_j D_j e^{\frac{\beta}{\lambda}\ln\sum_{m'} e^{-\lambda C_{ij}^{m'}}}}_{P_{ij}} \underbrace{\frac{e^{-\lambda C_{ij}^{m}}}{\sum_{m'} e^{-\lambda C_{ij}^{m'}}}}_{P_{m/ij}} \tag{7}$$

donde A_i y B_j son factores de balanceo que se obtienen a partir de:

$$A_i = \frac{1}{\sum_j \left(B_j D_j e^{\frac{\beta}{\lambda}\ln\sum_{m'} e^{-\lambda C_{ij}^{m'}}} \right)} ; B_j = \frac{1}{\sum_i \left(A_i O_i e^{\frac{\beta}{\lambda}\ln\sum_{m'} e^{-\lambda C_{ij}^{m'}}} \right)} \tag{8}$$

La expresión (7) representa la probabilidad conjunta de elegir modo y destino de viaje.

Por otra parte, la expresión de costo generalizado de equilibrio entre el par (i, j) en el modo m puede ser más compleja, e incluir variables adicionales $\left(X_{r,ij}^{m}\right)$ como por ejemplo:

$$C_{ij}^{m} = -\sum_r \theta_r^m X_{r,ij}^{m} \tag{9}$$

La expresión (9) indica que el costo generalizado de viajar entre un par (i, j) en un modo de transporte m está compuesto por una suma de variables (negativo de la función de utilidad indirecta condicionada a la elección de modo). Finalmente, reemplazando el término (9) en la expresión (7) se obtiene:

$$P_{ij}^{m} = \frac{1}{N} A_i O_i B_j D_j e^{\frac{\beta}{\lambda}\ln\sum_{m'} e^{-\lambda\sum_r \theta_r^{m'} X_{r,ij}^{m'}}} \frac{e^{-\lambda\sum_r \theta_r^{m} X_{r,ij}^{m}}}{\sum_{m'} e^{-\lambda\sum_r \theta_r^{m'} X_{r,ij}^{m'}}} \tag{10}$$

Por lo tanto, la expresión analítica de la función de verosimilitud a maximizar se obtiene reemplazando (10) en expresión (13).

3. ESTIMACIÓN DE LOS PARÁMETROS DEL MODELO SIMULTÁNEO

3.1 Definición de la Función de Verosimilitud

La función de verosimilitud $L\left(P_{ij}^{m}\right)$, y considerando que P_{ij}^{m} proviene de la (10), puede escribirse como (Abrahamson y Lundqvist, 1999):

$$L=\frac{N!}{N_{ij}^{m}!}\prod_{ijm}P_{ij}^{m}\left(\vec{\theta};\lambda;\beta;\vec{A};\vec{B}\right)^{N_{ij}^{m}} \quad (11)$$

N: total de viajes en el sistema.

N_{ij}^{m}: viajes observados entre cada par O/D (*i, j*), en el modo *m*.

$\vec{\theta}$: vector de parámetros de la función de costo generalizado.

β,λ: parámetros de los modelos de distribución y partición modal de viajes.

$\vec{A}$: vector de factores de balanceo de orígenes.

$\vec{B}$: vector de factores de balanceo de destinos.

Notar que $N=\sum_{i}\sum_{j}\sum_{m}N_{ij}^{m}$ es obtenido de las encuestas, y corresponde a información de entrada para la calibración de parámetros. Dado que la función de verosimilitud es en este caso estrictamente convexa, es factible y conveniente trabajar con su logaritmo natural:

$$\ln L=\sum_{ijm}N_{ij}^{m}\ln P_{ij}^{m}\left(\vec{\theta};\beta;\lambda;\vec{A};\vec{B}\right)+const. \quad (12)$$

Los estimadores de máxima verosimilitud son obtenidos de resolver el siguiente problema:

$$\max_{\{\vec{\theta};\beta;\lambda;\vec{A};\vec{B}\}} \quad \ln L=\sum_{ijm}N_{ij}^{m}\ln P_{ij}^{m}\left(\vec{\theta};\beta;\lambda;\vec{A};\vec{B}\right) \quad (13)$$

3.2 Identificabilidad de Parámetros

Dadas las características de equilibrio del problema (1)-(2), los parámetros β,λ y θ_{r}^{m} de la expresión (10) no son estimables de manera independiente. Sin embargo, sí son estimables los parámetros $\Phi=\frac{\beta}{\lambda}$ y $\hat{\theta}_{r}^{m}=\lambda\theta_{r}^{m}$. Luego, la expresión (10) puede rescribirse como:

$$P_{ij}^{m}=\frac{1}{N}A_{i}O_{i}B_{j}D_{j}e^{\Phi\ln\sum_{m'}e^{-\sum_{r}\hat{\theta}_{r}^{m'}x_{r,ij}^{m'}}}\frac{e^{-\sum_{r}\hat{\theta}_{r}^{m}x_{r,ij}^{m}}}{\sum_{m'}e^{-\sum_{r}\hat{\theta}_{r}^{m'}x_{r,ij}^{m'}}} \quad (14)$$

Adicionalmente, es necesario considerar que el parámetro θ_{0}^{m} (constante modal) de uno de los modos considerados (cualquiera) debe tomar el valor cero (ver Ortúzar, 1982).

Por otra parte, es interesante notar que los parámetros A_{i} y B_{j} pueden ser obtenidos, mediante balanceo (ver Wilson, 1970), a partir de valores de Φ, $\hat{\theta}_{r}^{m}$ y $X_{r,ij}^{m}$. Por lo tanto, al existir estructura multinomial en la elección de modo, los parámetros a estimar son Φ y $\hat{\theta}_r^{mn}$.

3.3 Condiciones de Primer Orden

Una vez identificadas las elecciones de los individuos (origen-destino $w = (i, j)$ y modo de transporte m), y las variables explicativas de equilibrio asociadas a dicha elección para el individuo de categoría k $\left(X_{r,ij}^{mk}\right)$, es necesario determinar los valores del conjunto de parámetros que maximizan el valor de la función de verosimilitud (caso MNL). Para ello, es necesario resolver el problema (13). De las condiciones de primer orden del problema (13), se obtiene directamente el siguiente resultado, que es equivalente a las **ecuaciones normales** de los modelos clásicos de regresión:

$$\sum_{ijm} N_{ij}^m EMU_{ij} = \sum_i \mu_i \left(\sum_{jm} P_{ij}^m EMU_{ij} \right) + \sum_j \eta_j \left(\sum_{im} P_{ij}^m EMU_{ij} \right) \tag{15}$$

El resultado (15) es particularmente interesante, puesto que **garantiza que la calibración por máxima verosimilitud en este caso iguala el costo compuesto total observado del sistema** (lado izquierdo de (15)) **con el costo compuesto modelado** (derecho de (15)). De esta forma, se obtiene un resultado comparable con otros ampliamente conocidos; por ejemplo, en los modelos de regresión lineal, la suma de residuos es cero y la media modelada de la variable endógena es igual a la media observada de dicha variable. Del mismo modo, en los modelos Logit MNL convencionales, en términos agregados, la elección modelada es exactamente igual a la elección observada. En nuestro caso (15), entonces, el costo total observado es igual al costo total modelado.

3.4 Algoritmo de Resolución

Evidentemente, la resolución del sistema de ecuaciones definido por las condiciones de primer orden del problema (13) no es trivial, y sólo puede realizarse utilizando métodos numéricos. En total, debe resolverse un sistema con un número de ecuaciones no lineales igual al número de parámetros a estimar. Para resolver este problema se utilizó el **método de optimización BFGS (Broyden, Fletcher, Goldfarb, Shanno) incorporado en el software Gauss (Aptech Systems, 2002)**. El proceso iterativo es el siguiente:

Paso 1: Definir valores iniciales de Φ_0 y $\hat{\theta}_{k0}^{mn}$ para todo m, k (en nuestro caso los parámetros $\hat{\theta}_{k0}^{mn}$ se obtuvieron de ALOGIT).

Paso 2: A partir de los valores iniciales de Φ_0 y $\hat{\theta}_{k0}^{mn}$, y de las variables exógenas $\left(X_{r,ij}^{mk}\right)$, obtener A_{i0}^k y B_{j0}^k iniciales mediante balanceo.

Paso 3: Resolver numéricamente el sistema de ecuaciones obtenido de las condiciones de primer orden del problema (13), en nuestro caso con GAUSS, respecto a los parámetros Φ y $\hat{\theta}_k^{mn}$, pero considerando los valores de A_{i0}^k y B_{j0}^k del Paso 2. Luego se obtienen los valores de Φ_1 y $\hat{\theta}_{k1}^{mn}$.

Paso 4: Comparar los valores de Φ_1 y $\hat{\theta}_{k1}^{mn}$ con Φ_0 y $\hat{\theta}_{k0}^{mn}$. Si las diferencias son menores que un

ε preestablecido, el proceso finaliza; si no, volver al Paso 2 con los valores Φ_1 y $\hat{\theta}_{k1}^{mn}$, y repetir el proceso hasta que converja.

Debe notarse que el problema a resolver en el Paso 3 (logaritmo natural de la función de verosimilitud) mediante métodos numéricos, es siempre cóncavo cuando la función de costo generalizado es lineal (ver expresión (9)), por lo que su solución es única. Del mismo modo, la obtención de los factores de balanceo (Paso 2) en cada iteración también entrega una solución única. Por lo tanto, el proceso descrito debe también entregar una solución única.

Es importante notar que, por consistencia con los problemas de optimización formulados, debe considerarse que los valores de las variables explicativas $\left(X_{r,ij}^{mk}\right)$, que son obtenidos de encuestas y mediciones en terreno, corresponden a los valores que perciben los usuarios del sistema en el equilibrio (tarifa, tiempo de viaje, tiempo de espera, etc.).
Las variables explicativas consideradas y las elecciones de los individuos usadas para la calibración de los parámetros de demanda (destino y modo de transporte) se obtuvieron de mediciones y de la encuesta de origen-destino de viajes realizada en el año 2001 para la ciudad de Santiago de Chile (SECTRA, 2001).

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

4.1 Definición de Modos, Variables Explicativas y Forma Funcional

La función de costo generalizado para cada uno de los 11 modos se detalla en la Tabla 1.

Tabla 1: Funciones de Costo Generalizado, Propósito Trabajo, Período Punta Mañana

Mo lo	Función de Costos
Caminata	$C_{ij}^{cam} = \theta_{cam} + \theta_{tcam} tcam_{ij}^{cam}$
Autochofer	$C_{ij}^{Ach} = \theta_{Ach} + \theta_{Tgen}^{Ach} tgen_{ij}^{Ach} + cost_{ij}^{Ach}(\theta_{cost} + \theta_{d2}d2 + \theta_{d3}d3 + \theta_{d4}d4 + \theta_{d5}d5) + \theta_{autos} autos$
Autoacomp	$C_{ij}^{Aac} = \theta_{Aac} + \theta_{Tgen}^{Aac} tgen_{ij}^{Aac} + \theta_{autos} autos$
Bus	$C_{ij}^{Bus} = \theta_{Tgen}^{Bus} tgen_{ij}^{Bus} + cost_{ij}^{Bus}(\theta_{cost} + \theta_{d2}d2 + \theta_{d3}d3 + \theta_{d4}d4 + \theta_{d5}d5)$
Metro	$C_{ij}^{Met} = \theta_{Met} + \theta_{Tgen}^{Met} tgen_{ij}^{Met} + cost_{ij}^{Met}(\theta_{cost} + \theta_{d2}d2 + \theta_{d3}d3 + \theta_{d4}d4 + \theta_{d5}d5)$
Taxi	$C_{ij}^{Taxi} = \theta_{Taxi} + \theta_{Tgen}^{Taxi} tgen_{ij}^{Taxi} + cost_{ij}^{Taxi}(\theta_{cost} + \theta_{d2}d2 + \theta_{d3} \cdot d3 + \theta_{d4}d4 + \theta_{d5}d5)$
Taxicolectivo	$C_{ij}^{Txc} = \theta_{Txc} + \theta_{Tgen}^{Txc} tgen_{ij}^{Txc} + cost_{ij}^{Txc}(\theta_{cost} + \theta_{d2}d2 + \theta_{d3}d3 + \theta_{d4}d4 + \theta_{d5}d5)$
Autochofer Metro	$C_{ij}^{Ach-Met} = \theta_{Ach-Met} + \theta_{Tgen}^{Ach-Met} tgen_{ij}^{Ach-Met} + \theta_{autos} autos + cost_{ij}^{Ach-Met}(\theta_{cost} + \theta_{d2}d2 + \theta_{d3}d3 + \theta_{d4}d4 + \theta_{d5}d5)$
Autoacomp Metro	$C_{ij}^{Aac-Met} = \theta_{Aac-Met} + \theta_{Tgen}^{Aac-Met} tgen_{ij}^{Aac-Met} + \theta_{autos} autos + cost_{ij}^{Aac-Met}(\theta_{cost} + \theta_{d2}d2 + \theta_{d3}d3 + \theta_{d4}d4 + \theta_{d5}d5)$
Bus – Metro	$C_{ij}^{Bus-Met} = \theta_{BusMet} + \theta_{Tgen}^{Bus-Met} tgen_{ij}^{Bus-Met} + cost_{ij}^{Bus-Met}(\theta_{cost} + \theta_{d2}d2 + \theta_{d3}d3 + \theta_{d4}d4 + \theta_{d5}d5)$
Taxicolectivo – Metro	$C_{ij}^{Txc-Met} = \theta_{Txc-Met} + \theta_{Tgen}^{Txc-Met} tgen_{ij}^{Txc-Met} + cost_{ij}^{Txc-Met}(\theta_{cost} + \theta_{d2}d2 + \theta_{d3}d3 + \theta_{d4}d4 + \theta_{d5}d5)$

Donde:

tcam: Tiempo de viaje en el modo Caminata; variable es exclusiva para el modo Caminata.

$tgen^m$: Tiempo generalizado de viaje. En el caso del Transporte Privado (Autochofer, Autoacompañante, Taxi) corresponde al tiempo en vehículo; en el caso del Transporte Público (Bus, Metro y Taxicolectivo), corresponde a una suma ponderada del tiempo de caminata (acceso y egreso), espera en paradero y viaje en vehículo. En el caso de los modos combinados, corresponde a la suma de los tiempos de cada modo, para el trayecto realizado. El ponderador del tiempo de viaje es 1, el del tiempo de espera es 1,93 y el del tiempo de caminata es 3,63 (SECTRA, 2001).

$cost^m$: Corresponde al desembolso monetario en que incurre el individuo para realizar su viaje. En el caso del Autochofer, dicho valor corresponde principalmente al consumo de combustible (proporcional a la distancia) y eventuales tarifas por peajes; en el caso de los modos de Transporte Público (Bus, Metro y Taxicolectivo), dicho valor corresponde a la tarifa. En el caso del Autoacompañante esta variable no se considera, mientras que en el caso del Taxi, esta variable es la suma de una parte fija (bajada de bandera) y una parte variable proporcional a la distancia recorrida. En el caso de modos combinados, corresponde a la suma de los costos de cada modo, para cada trayecto realizado.

autos: corresponde al número de autos existentes en el hogar al que pertenece el individuo que realiza el viaje.

dk: es una variable dummy para cada nivel de ingreso *k*, asociada al costo de realizar el viaje. De esta forma, para los 5 niveles de ingreso considerados, se definieron 4 variables dummy (*dk* = 2, 3, 4 y 5).

4.2 Resultados de la Estimación y Significancia Estadística de Parámetros

La calibración simultánea de los modelos de demanda se realizó considerando 2 niveles de agregación. Primero se consideró un total de 618 zonas, consistente con la información proveniente de la encuesta de viajes de donde se obtuvieron las variables explicativas. Sin embargo, dicho nivel de zonificación no permitió ajustar el parámetro asociado a la distribución de viajes (Φ), motivo por el cual fue necesario realizar una agregación a nivel comunal, reduciendo de 618 a 38 el nivel de zonificación.

En la Tabla 2 se presentan los parámetros obtenidos del modelo simultaneo de distribución y partición modal, considerando los **datos a nivel zonal (618) y a nivel comunal (38)**. En dicha Tabla también se resumen los resultados obtenidos al estimar el mismo modelo de partición modal en forma aislada (sin considerar distribución en la elección, $\Phi = 0$) y en forma conjunta (considerando la distribución en la decisión, $\Phi \neq 0$) utilizando en ambos casos idénticas funciones de costo generalizado por modo (utilidad). De la Tabla 2 se destacan los siguientes resultados:

a) con un nivel de agregación de 618 zonas, no es posible calibrar el parámetro de la distribución, razón por la cual los resultados de la calibración simultánea y secuencial es la misma. Ello se debe a la enorme cantidad de pares O-D considerados (618 x 618) para la cantidad de información disponible (7.371 observaciones).

b) considerando un nivel de agregación mayor, equivalente a 38 comunas, sí es factible estimar adecuadamente el parámetro de distribución, ya que el número de pares O-D es menor (38 x 38), por lo que el número de observaciones lo permite.

c) a nivel comunal, los estimadores de los parámetros de las funciones de utilidad son diferentes entre los casos $\Phi \neq 0$ y $\Phi = 0$. La explicación de dicho cambio es que, en el caso de partición modal aislada ($\Phi = 0$), al no considerar la distribución como parte de la elección de los individuos, equivale a incorporar una restricción exógena al modelo ($\Phi = 0$); luego, si dicha restricción no es correcta, el resto de los parámetros estimados considerando sólo partición modal serán sesgados.

Para la agregación a nivel comunal, de la Tabla 2 se observa que $\hat{\Phi} = 0,4211$, con una significancia estadística muy importante. Análogamente, es factible analizar la significancia estadística de la diferencia del valor obtenido respecto al valor 1, mediante el siguiente contraste estadístico:

$$\left|\frac{\hat{\Phi}-1}{\hat{\sigma}_{\Phi}}\right| = \left|\frac{0,4211-1}{0,03}\right| = 21,76 > 1,96 \tag{16}$$

y por lo tanto es significativamente distinto de 1 al 95% de confianza (y más) y también significativamente distinto de cero.

4.3 Análisis del Valor Subjetivo del Tiempo (VST)

El análisis del valor subjetivo del tiempo se basa en la definición microeconómica que considera a la tasa marginal de sustitución entre tiempo y costo como un estimador adecuado de dicho valor (De Serpa, 1971; Train y McFadden, 1978):

$$VST = \left.\frac{\partial U / \partial T}{\partial U / \partial C}\right|_{\bar{U}} \tag{17}$$

En nuestro caso, al considerar funciones de utilidad lineales, y diferenciación según nivel de ingreso (ver Tabla 1), el estimador del valor subjetivo del tiempo para cada modo y categoría de ingreso se obtiene de la siguiente expresión:

$$VST_m^k = \frac{\theta_{Tgen}^m}{\theta_{\cos t} + \theta_{dk} \cdot dk} \tag{18}$$

En las siguientes Tablas se presenta la estimación del VST para el Transporte Privado y Transporte Público, según nivel de ingreso, con y sin elección de destino ($\Phi \neq 0$, $\Phi = 0$):

Tabla 3: Valor Subjetivo del Tiempo, Transporte Privado, MNL Propósito Trabajo

Categoría de Ingreso	Ingreso Medio ($/hr)	VST ($/hr) $\Phi = 0$	VST ($/hr) $\Phi \neq 0$
Bajo	504	210	198
Medio-Bajo	1,110	354	288
Medio	2,118	414	342
Medio-Alto	4,206	540	420
Alto	11,004	1,014	714

Tabla 4: Valor Subjetivo del Tiempo, Transporte Público, MNL Propósito Trabajo

Categoría de Ingreso	Ingreso Medio ($/hr)	VST ($US/hr) $\Phi = 0$	VST ($/hr) $\Phi \neq 0$
Bajo	504	288	306
Medio-Bajo	1,110	492	444
Medio	2,118	582	528
Medio-Alto	4,206	750	648
Alto	11,004	1,416	1,104

En el caso del Transporte Privado (Tabla 3), la calibración considerando $\Phi = 0$ estima un VST que en promedio es un 29% mayor que la calibración simultánea ($\Phi \neq 0$). Análogamente, para el Transporte Público (Tabla 4), la calibración aislada ($\Phi = 0$) estima un VST un 16% mayor que la calibración simultánea ($\Phi \neq 0$). En términos econométricos, estas diferencias corroboran la presencia de sesgo en la estimación de los parámetros producto de incorporar una restricción exógena ($\Phi = 0$) incorrecta al proceso de calibración. En términos microeconómicos, la interpretación de este resultados es la siguiente: al considerar la elección de destino, el individuo escogerá aquel modo que le sea más atractivo para realizar su viaje hacia el destino elegido, por lo que su desutilidad será menor respecto al caso en que no tiene elección de destino.

5. CONCLUSIONES

El enfoque metodológico expuesto en el presente trabajo permite obtener de manera consistente los estimadores de los parámetros asociados a los distintos modelos de demanda que definen el comportamiento de los viajeros en un sistema de transporte multimodal con múltiples clases de usuarios. Ello permite garantizar consistencia absoluta entre las distintas etapas del modelo clásico de transporte.

Los análisis y resultados expuestos permiten interpretar y cuantificar el efecto que tiene sobre la estimación de los parámetros la incorporación de la decisión de origen y destino como parte del proceso de elección de los viajeros en el sistema de transporte. Particularmente, y en términos econométricos, la no incorporación del parámetro de distribución como parte de la función de probabilidad individual (que es lo que normalmente se realiza al calibrar modelos de partición modal) equivale a incorporar una restricción exógena al modelo, que es la imposición de un valor nulo para el parámetro Φ de distribución. Dicha restricción, como toda restricción exógena que se impone en un modelo econométrico, induce un sesgo en la estimación del resto de los parámetros. Dicho sesgo, como ya se ha explicado, redunda en estimaciones diferentes para el valor subjetivo del tiempo.

Finalmente, es interesante destacar la similitud existente entre los resultados de los modelos probabilísticos basados en la teoría de la utilidad aleatoria y los resultados que se obtienen de la resolución de modelos de programación matemática basados en el concepto de entropía.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen el apoyo de SECTRA para el desarrollo del presente documento.

REFERENCIAS

Abrahamsson, T. and L. Lundqvist (1999): Formulation and Estimation of Combined Network Equilibrium Models with Applications to Stockholm. **Transportation Science 33,** 80-100.

Aptech Systems,Inc. (2002). **Constrained Maximum Likelihood Estimation for Gauss**, Version 2.0 June 11,2002. Part Number.001860

Boyce, D. E., L.J. Leblanc, and K.S. Chon, (1988). Network equilibrium models of urban location and travel choices: a retrospective survey, **Journal of Regional Science 28,** 159-183.

Boyce, D. and H. Bar-Gera (2003), Validation of Multiclass Urban Travel Forecasting Models Combining Origin-Destination, Mode, and Route Choices, **Journal of Regional Science 43,** 517-540.

Brice, S. (1989). Derivation of nested transport models within a mathematical programming framework. **Transportation Research 23B,** 19–28.

De Serpa, A. (1971). A Theory of the Economics of Time. **The Economic Journal 81**, 828-846.

De Cea, J., J.E. Fernández, and A. Soto, (2001). ESTRAUS: A Simultaneous Equilibrium Model to Analyze and Evaluate Multimodal Urban Transportation Systems with Múltiple User Classes, **9th WCTR**, Seoul, Korea.

Fernández, J.E., J. De Cea, M. Florian, and E. Cabrera, (1994). Network equilibrium models with combined modes. **Transportation Science 28,** 182-192.

Florian, M., J.H. Wu and S. He, (1999). A multi-class multi-mode variable demand network equilibrium model with hierarchical logit structures. **IX Congreso Chileno de Ingeniería de Transporte**, 18-22 Octubre 1999, Santiago, Chile.

Oppenheim, N. (1995). **Urban Travel Demand Modeling**. John Wiley & Sons, New York.

Ortúzar, J. de D. (1982). Fundamentals of Discrete Multimodal Choice Modelling. **Transport Reviews 2**, 56-71.

SECTRA (2001). Actualización de Encuestas de Origen y Destino de Viajes, V Etapa. Trabajo desarrollado por la Pontificia Universidad Católica de Chile, a través de su Dirección de Investigaciones Científicas y Tecnológicas (DICTUC).

Train, K. and D. McFadden, (1978). "The goods/leisure trade-off and disaggregate work trip mode choice models. **Transportation Research 12**, 349-353.

Wilson, A. G. (1970). **Entropy in Urban and Regional Modeling**. Pion, London.

Tabla 2: Resultados de Calibración Simultánea, MNL

	618 ZONAS				38 COMUNAS			
	$\Phi \neq 0$		$\Phi = 0$		$\Phi \neq 0$		$\Phi = 0$	
PARÁMETRO	Valor	Test - *t*	Valor	Test - *t*	Valor	Test - *t*	Valor	Test - *t*
Φ	0,031	0,802	-	-	0,4211	15,8140	-	-
θ_{cam}	0,887	5,870	0,888	5,900	0,9582	6,5690	0,8881	5,9000
θ_{ach}	-1,427	-9,799	-1,428	-9,800	-1,3683	-9,5180	-1,4280	-9,8000
θ_{aac}	-2,221	-14,184	-2,224	-14,200	-2,1726	-13,9740	-2,2240	-14,2000
θ_{met}	0,705	2,661	0,698	2,600	0,7990	3,1000	0,6982	2,6000
θ_{taxi}	-2,447	-14,314	-2,444	-14,300	-2,3311	-13,8120	-2,4440	-14,3000
θ_{txc}	-0,321	-1,400	-0,326	-1,400	-0,2520	-1,1010	-0,3256	-1,4000
$\theta_{ach\text{-}met}$	-3,757	-4,857	-3,738	-4,800	-3,4589	-4,3910	-3,7380	-4,8000
$\theta_{aac\text{-}met}$	-3,222	-5,999	-3,221	-6,000	-2,8605	-5,2690	-3,2210	-6,0000
$\theta_{bus\text{-}met}$	-2,062	-7,660	-2,057	-7,600	-1,9799	-7,3200	-2,0570	-7,6000
$\theta_{txc\text{-}met}$	-1,433	-3,730	-1,428	-3,700	-1,2321	-3,1770	-1,4280	-3,7000
θ_{cost}	-0,004	-8,348	-0,004	-8,400	-0,0036	-7,7320	-0,0041	-8,4000
θ_{d2}	0,002	3,426	0,002	3,400	0,0011	2,4650	0,0017	3,4000
θ_{d3}	0,002	4,297	0,002	4,300	0,0015	3,2700	0,0020	4,3000
θ_{d4}	0,003	5,232	0,002	5,200	0,0019	4,2840	0,0025	5,2000
θ_{d5}	0,003	6,712	0,003	6,700	0,0026	5,6040	0,0032	6,7000
θ_{autos}	1,339	13,998	1,340	14,000	1,3343	14,0410	1,3400	14,0000
θ_{cam}	-0,068	-17,208	-0,068	-17,200	-0,0671	-16,9640	-0,0683	-17,2000
θ_{Tgen}^{Ach}	-0,014	-3,168	-0,014	-3,100	-0,0119	-2,8460	-0,0141	-3,1000
θ_{Tgen}^{Aac}	-0,071	-16,576	-0,071	-16,600	-0,0705	-16,8630	-0,0711	-16,6000
θ_{Tgen}^{Bus}	-0,020	-13,430	-0,020	-13,400	-0,0184	-13,1190	-0,0196	-13,4000
θ_{Tgen}^{Txc}	-0,056	-10,333	-0,056	-10,300	-0,0555	-10,2540	-0,0563	-10,3000
θ_{Tgen}^{Met}	-0,021	-5,528	-0,020	-5,500	-0,0218	-6,0870	-0,0205	-5,5000
$\theta_{Tgen}^{Ach-Met}$	-0,021	-1,604	-0,021	-1,600	-0,0227	-1,7420	-0,0209	-1,6000
$\theta_{Tgen}^{Aac-Met}$	-0,029	-3,356	-0,029	-3,400	-0,0327	-3,7780	-0,0290	-3,4000
$\theta_{Tgen}^{Bus-Met}$	-0,011	-4,189	-0,011	-4,200	-0,0110	-4,0110	-0,0115	-4,2000
$\theta_{Tgen}^{Txc-Met}$	-0,018	-4,012	-0,018	-4,000	-0,0190	-4,1430	-0,0185	-4,0000