FORMULACIÓN Y CALIBRACIÓN DE MODELOS ENTRÓPICOS DE DISTRIBUCIÓN DE VIAJES: UN ENFOQUE CONSOLIDADO

J. Enrique Fernández L., Joaquín de Cea Ch.
Departamento de Ingeniería de Transporte, Pontificia Universidad Católica de Chile,
Casilla 306, Santiago 22, Chile. E-mail: jef@ing.puc.cl jdc@ing.puc.cl

Louis de Grange C.
Escuela de Ingeniería Civil Industrial, Universidad Diego Portales, Santiago de Chile.
Fono: (56 2) 676 81 18, E-mail: louis.degrange@udp.cl

RESUMEN

En este trabajo se presenta un enfoque consolidado que permite construir diversos modelos de distribución de viajes entrópicos, a partir de la formulación y resolución de problemas de programación matemática multi-objetivo y sus respectivos problemas sustitutos. El enfoque consolidado propuesto permite formular una amplia variedad de modelos de distribución de viajes de tipo entrópico, así como también un nuevo modelo más completo que tiene una mejor capacidad predictiva y explicativa.

Palabras clave: distribución de viajes, modelo gravitacional, entropía, calibración, agregación espacial.

ABSTRACT

This paper presents a consolidated approach to trip distribution modeling in which different entropy distributions are constructed by formulating multi-objective mathematical programming models and solving their corresponding substitute problems. A key advantage of this approach is that, by enabling the formulation of previously reported models in the literature, it provides for a clearer economic interpretation. In addition, this method permits the main characteristics of these models to be combined in a single, more complete version that demonstrates superior capacities for predicting and explaining trip distribution.

Keywords: trip distribution, gravity model, entropy, calibration, spatial aggregation.

1. INTRODUCCIÓN

Los modelos de distribución de viajes buscan predecir, de la mejor forma posible, las elecciones de destino de los viajeros, a partir de información agregada relacionada con la generación y atracción de viajes por zona, y el nivel de impedancia o costo generalizado de viajar entre cada par de zonas.

Probablemente, el modelo de distribución más elemental y conocido corresponde al denominado problema de transporte o problema de Hitchcock (Hitchcock, 1941), que consiste en el abastecimiento de insumos a mínimo costo de una serie de destinos a partir de la producción de insumos en determinados orígenes. Este es un problema de programación lineal con costos constantes. Un avance respecto al problema de Hitchcock corresponde al modelo gravitacional entrópico doblemente acotado clásico (Wilson, 1970). Este modelo, a partir del concepto de entropía, y dadas ciertas generaciones y atracciones de viajes, permite determinar la matriz de distribución de viajes más probable, considerando que cada uno de los viajes del sistema tiene igual probabilidad de pertenecer a cada una de las celdas de la matriz de viajes (viajeros homogéneos). Particularmente, los modelos entrópicos corresponden a aquellos modelos de distribución de viajes que en su deducción analítica consideran explícitamente el concepto de entropía, el cual permite obtener la matriz de viajes más probable, considerando una serie de restricciones exógenas adicionales. Otros modelos de distribución, basados en el concepto de oportunidades que intervienen en la elección de destino (Stouffer (1940), Schneider (1959)), no han demostrado ser mejores que los modelos entrópicos clásicos.

A partir del concepto de entropía planteado por Wilson, múltiples modelos entrópicos de distribución de viajes han sido desarrollados, entre los que destacan, entre otros, Fotheringham (1983), Fang y Tsao (1995), y Thorsen y Gitlesen (1998). Estos autores presentan modelos de distribución entrópicos similares al modelo gravitacional doblemente acotado propuesto por Wilson (1970), pero incorporando sofisticaciones adicionales que mejoran la modelación. Como se expone en las secciones siguientes, todos estos modelos se obtienen a partir de un determinado problema de optimización equivalente.

En la sección 2 se reporta la deducción analítica de tres modelos de distribución entrópicos reportados en la literatura, los que son obtenidos a partir de la resolución de problemas de optimización no lineal. A partir de estos modelos de distribución, en la sección 3 se formula un nuevo modelo de distribución consolidado, que agrupa cada una de las propiedades de los tres modelos de distribución previamente reportados. En la sección 4 se presenta el enfoque de estimación de parámetros considerados, y se exponen las principales características de los datos utilizados para la calibración, así como también los principales resultados del proceso de calibración considerado y un breve análisis estadístico de los resultados; este análisis se desarrolla para 3 niveles de agregación de los datos. Finalmente, en la sección 5 se exponen las principales conclusiones y recomendaciones que se desprenden del análisis realizado.

2. FORMULACIÓN DE MODELOS ENTRÓPICOS DE DISTRIBUCIÓN DE VIAJES

2.1. Modelo de Distribución Gravitacional Doblemente Acotado (GM)

El tradicional Modelo Gravitacional (GM) de Distribución corresponde al planteado por Wilson (1970), y se obtiene de resolver el siguiente problema de optimización:

$$\begin{aligned}
&\min_{\{T_{ij}\}} \quad Z_1 = \sum_w T_w \left(\ln T_w - 1\right) \\
&s.a.: \\
&\qquad \sum_j T_{ij} = O_i \quad (\mu_i), \ \sum_i T_{ij} = D_j \quad (\lambda_j), \ \sum_w C_w T_w = C \quad (\beta)
\end{aligned} \tag{1}$$

con $w = (i, j)$. Al aplicar las condiciones de primer orden se obtiene:

$$T_w = A_i O_i B_j D_j e^{-\beta C_w}, \ A_i = \frac{1}{\sum_j B_j D_j e^{-\beta C_{ij}}}, \ B_j = \frac{1}{\sum_i A_i O_i e^{-\beta C_{ij}}} \tag{2}$$

donde A_i y B_j son los típicos factores de balanceo del modelo gravitacional doblemente acotado, C_w es el costo generalizado (constante en este caso) entre el par $w = (i, j)$ y C es el costo total del sistema (constante pero desconocido). Es interesante notar que el problema (1) es la forma reducida del siguiente problema bi-objetivo:

$$\begin{array}{lcl}
\begin{aligned}
&\min_{\{T_{ij}\}} \quad F_1 = \sum_w C_w T_w \\
&\min_{\{T_{ij}\}} \quad F_2 = \sum_w T_w \left(\ln T_w - 1\right) \\
&s.a.: \\
&\sum_j T_{ij} = O_i \qquad (\mu_i) \\
&\sum_i T_{ij} = D_j \qquad (\lambda_j)
\end{aligned}
& \rightarrow &
\begin{aligned}
&\min_{\{T_w\}} Z_1 = \sum_w C_w T_w + \frac{1}{\beta} \sum_w T_w \left(\ln T_w - 1\right) \\
&s.a.: \\
&\sum_j T_{ij} = O_i \qquad (\mu_i) \\
&\sum_i T_{ij} = D_j \qquad (\lambda_j)
\end{aligned}
\end{array} \tag{3}$$

2.2. Modelo de Distribución Basado en Destinos Compitentes (CDM)

El modelo de distribución de destinos compitentes (competing destinations model) desarrollado por Fotheringham (1983) presenta la siguiente forma funcional:

$$T_{ij} = A_i O_i B_j D_j \left(S_{ij}\right)^{\rho} e^{-\beta C_{ij}}, \ A_i = \frac{1}{\sum_j B_j D_j \left(S_{ij}\right)^{\rho} e^{-\beta C_{ij}}}, \ B_j = \frac{1}{\sum_i A_i O_i \left(S_{ij}\right)^{\rho} e^{-\beta C_{ij}}} \tag{4}$$

donde S_{ij} representa la accesibilidad o atractividad de viajar entre la zona i y la zona j.

Fotheringham define al atractividad S_{ij} de la siguiente manera: $S_{ij} = \sum_{\substack{k=1 \\ k\neq i, k\neq j}}^{w} D_k e^{-\sigma C_{jk}}$. El parámetro σ es el "peso" asociado a la impedancia de viajar entre i y j. La variable w es el número de destinos potenciales.

En la expresión (4), el signo del parámetro ρ será resultado del análisis empírico en que sea implementado este modelo. Al respecto, Fotheringham define dos tipos de fuerzas que inciden en la elección de destino:

i) Una primera fuerza, está relacionada con la impedancia y costo de viajar entre dos zonas: a medida que aumenta el costo entre dos zonas, tiende a reducirse el número de viajes entre dichas zonas. Esta fuerza es la que incorporan normalmente todos los modelos de distribución, y particularmente los entrópicos. A esta primera fuerza, Fotheringham la denomina fuerza de aglomeración (agglomeration forces).

ii) Una segunda fuerza está relacionada con el hecho de que, conforme aumentan la distancia que está dispuesto a viajar un individuo, aumentan las alternativas de destino, y por lo tanto aumenta la probabilidad de satisfacción de realizar su viaje, ya que, por ejemplo, hay más alternativas de empleo, de comercio o de educación. A esta segunda fuerza, Fotheringham la denominó fuerzas de competitividad (competition forces).

Si producto del análisis empírico se obtiene $\rho > 0$, se tendrá que las fuerzas de aglomeración serían las dominantes. Sin embargo, si el parámetro $\rho < 0$, entonces las fuerzas de competitividad serían las dominantes. La deducción del modelo (4) se obtiene directamente de resolver el siguiente problema de optimización multi-objetivo:

$$\min_{\{T_{ij}\}} \quad F_1 = \sum_{ij} T_{ij} C_{ij} \tag{5}$$

$$\min_{\{T_{ij}\}} \quad F_2 = \sum_{ij} T_{ij} \left(\ln T_{ij} - 1\right) \tag{6}$$

$$\max_{\{T_{ij}\}} \quad F_3 = \sum_{ij} T_{ij} \ln\left(S_{ij}\right) \tag{7}$$

s.a.:

$$\sum_{j} T_w = O_i \qquad \forall i \qquad (\mu_i) \tag{8}$$

$$\sum_{i} T_w = D_j \qquad \forall j \qquad (\gamma_j) \tag{9}$$

Se observa por lo tanto que el modelo de Fotheringham corresponde al modelo gravitacional clásico de Wilson (1970) pero incorporando un objetivo adicional (7), que es maximizar el logaritmo natural de la atractividad de viajar entre i y j para todos los pares existentes en el sistema. El problema multi-objetivo anterior tiene el siguiente problema sustituto:

$$
\begin{aligned}
&\min_{\{T_{ij}\}} \quad Z_2 = \sum_{ij} T_{ij} C_{ij} + \frac{1}{\beta} \sum_{ij} T_{ij} \left(\ln T_{ij} - 1 \right) - \frac{\rho}{\beta} \sum_{ij} T_{ij} \ln S_{ij} \\
&s.a.: \\
&\sum_j T_{ij} = O_i \qquad \left(\mu_i \right) \\
&\sum_i T_{ij} = D_j \qquad \left(\lambda_j \right)
\end{aligned}
\tag{10}
$$

Notar que los parámetros β y ρ corresponden a los pesos relativos de los objetivos (5) y (7) respectivamente. Luego, resolviendo el problema (10), se obtienen las condiciones de optimalidad (4) del modelo de Fotheringham.

2.3. Modelo de Distribución Autodisuasivo Con Costos Cuadráticos (SDGM)

El modelo de distribución entrópico con costos cuadráticos (Fang y Tsao, 1995) se obtiene de resolver el siguiente problema de optimización:

$$
\begin{aligned}
&\min_{\{T_{ij}\}} \quad Z_3 = \sum_i \sum_j T_{ij} C_{ij} + \frac{1}{\beta} \sum_i \sum_j T_{ij} \left(\ln T_{ij} - 1 \right) + \frac{\lambda}{2\beta} \sum_i \sum_j T_{ij}^2 C_{ij} \\
&s.a.: \\
&\sum_j T_{ij} = O_i \qquad \left(\mu_i \right), \; \sum_i T_{ij} = D_j \qquad \left(\lambda_j \right)
\end{aligned}
\tag{11}
$$

Las condiciones de primer orden de (11) son las siguientes:

$$
T_{ij} = A_i O_i B_j D_j e^{-\beta C_{ij} - \lambda T_{ij} C_{ij}} \;, \; A_i = \frac{1}{\sum_j B_j D_j e^{-\beta C_{ij} - \lambda T_{ij} C_{ij}}} \;, \; B_j = \frac{1}{\sum_i A_i O_i e^{-\beta C_{ij} - \lambda T_{ij} C_{ij}}} \tag{12}
$$

El modelo **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**, denominado por sus autores como modelo gravitacional auto-disuasivo (self deterrent gravity model) es similar al modelo gravitación clásico (ver (2)), y la diferencia se debe a la aparición de la variable T_{ij} en el exponente de **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**. La presencia de esta variable permite utilizar información de una matriz de viajes previa para la predicción (matriz a priori). Luego, el modelo gravitacional auto-disuasivo (SDGM) descrito en (11) corresponde a un problema sustituto del siguiente problema de optimización multi-objetivo:

$$
\min_{\{T_{ij}\}} \quad F_1 = \sum_{ij} T_{ij} C_{ij} \tag{12}
$$

$$
\min_{\{T_{ij}\}} \quad F_2 = \sum_{ij} T_{ij} \left(\ln T_{ij} - 1 \right) \tag{13}
$$

$$\min_{\{T_{ij}\}} \quad F_4 = \sum_{ij} C_{ij} T_{ij}^2 \tag{14}$$

s.a.:

$$\sum_j T_w = O_i \qquad \forall i \qquad (\mu_i) \tag{15}$$

$$\sum_i T_w = D_j \qquad \forall j \qquad (\gamma_j) \tag{16}$$

Se observa por lo tanto que el modelo de Fang y Tsao corresponde al modelo gravitacional clásico de Wilson (1970) pero incorporando un objetivo adicional (14), que en este caso es minimizar la suma de los cuadrados los viajes ponderado por los costos respectivos. Este enfoque proporciona un mayor grado de libertan al modelo, y permite captar de mejor manera la no linealidad asociada al efecto del costo sobre la demanda de viajes.

3. FORMULACIÓN DE UN MODELO ENTRÓPICO CONSOLIDADO (CM)

Considerando los 3 modelos de distribución entrópicos descritos en las secciones anteriores, es factible construir un nuevo modelo de distribución que incluya las características más relevantes de los modelos antes expuestos; este nuevo modelo será denominado Modelo Consolidado (CM). Para ello, se debe plantear un problema de optimización multi-objetivo, obtener el problema sustituto respectivo, y finalmente aplicar las condiciones de optimalidad. Considerando las características más importantes de los modelos reportados en las secciones anteriores, el problema de optimización multi-objetivo presenta la siguiente estructura:

$$\min_{\{T_{ij}\}} \quad F_1 = \sum_{ij} T_{ij} C_{ij} \tag{17}$$

$$\min_{\{T_{ij}\}} \quad F_2 = \sum_{ij} T_{ij} \left(\ln T_{ij} - 1\right) \tag{18}$$

$$\max_{\{T_{ij}\}} \quad F_3 = \sum_{ij} T_{ij} \ln\left(S_{ij}\right) \tag{19}$$

$$\min_{\{T_{ij}\}} \quad F_4 = \sum_{ij} C_{ij} T_{ij}^2 \tag{20}$$

s.a.:

$$\sum_j T_w = O_i \qquad \forall i \qquad (\mu_i) \tag{21}$$

$$\sum_i T_w = D_j \qquad \forall j \qquad (\gamma_j) \tag{22}$$

Un problema sustituto es en este caso el siguiente:

$$\min_{\{T_{ij}\}} \quad Z_4 = \sum_i \sum_j T_{ij} C_{ij} + \frac{1}{\beta} \sum_i \sum_j T_{ij} \left(\ln T_{ij} - 1 \right) - \frac{\rho}{\beta} \sum_{ij} T_{ij} \ln S_{ij} + \frac{\lambda}{2\beta} \sum_{ij} C_{ij} T_{ij}^2$$

s.a.:

$$\sum_j T_{ij} = O_i \qquad (\mu_i) \ , \ \sum_i T_{ij} = D_j \qquad (\lambda_j) \tag{23}$$

Notar que los parámetros β, ρ y λ corresponden a los pesos relativos de los objetivos (17), (19) y (20) respectivamente. Las condiciones de optimalidad de (23) entregan como resultado las siguientes ecuaciones:

$$T_{ij} = A_i O_i B_j D_j \left(S_{ij} \right)^{\rho} e^{-\beta C_{ij} - \lambda C_{ij} T_{ij}} \ , \ A_i = \frac{1}{\sum_j B_j D_j \left(S_{ij} \right)^{\rho} e^{-\beta C_{ij} - \lambda C_{ij} T_{ij}}} \ , \ B_j = \frac{1}{\sum_i A_i O_i \left(S_{ij} \right)^{\rho} e^{-\beta C_{ij} - \lambda C_{ij} T_{ij}}} \tag{24}$$

Respecto a la unicidad de la solución (mínimo global), es factible analizar las condiciones de segundo orden de la función objetivo del problema (23):

$$\frac{\partial^2 Z_4}{\partial T_{ij}^2} = \frac{1}{\beta T_{ij}} + \frac{\lambda C_{ij}}{\beta} = \frac{1}{\beta} \left(\frac{1}{T_{ij}} + \lambda C_{ij} \right) > 0 \tag{25}$$

En consecuencia, para que se cumpla la condición (25), se debe cumplir que $\lambda < 0$ y que $\frac{1}{T_{ij}} > \left| \lambda C_{ij} \right|$.

Notar que estas condiciones de unicidad son también válidas para el SDGM de Fang y Tsao (1995). La unicidad de la solución del GM y del CDM requieren sólo que T_{ij} sea mayor que cero, lo que evidentemente se cumple siempre (no hay viajes negativos).

4. ESTIMACIÓN DE LOS PARÁMETROS DEL MODELO DE DISTRIBUCIÓN

4.1. Estimación de Parámetros

Los modelos de distribución pueden ser estimados bajo diferentes enfoques alternativos, los cuales presentan ventajas y desventajas (ver por ejemplo Abrahamsson y Lundqvist (1999), Ortúzar y Willumsen (2001), Ham, Kim y Boyce (2005)). En nuestro caso se aplicó un enfoque basado en Mínimos Cuadrados en 2 Etapas (De Vos y Bikker, 1982), el cual permite obtener una mayor cantidad de indicadores de bondad de ajuste. Si bien la presencia de los factores de balanceo induce endogeneidad, para efectos de predicción su efecto es pequeño, por lo que no afecta el análisis. Para entender este enfoque de calibración, nos basaremos primero en el modelo gravitacional clásico (Willson, 1970); no obstante, el enfoque es análogo para todos los otros casos. Aplicando logaritmo natural sobre (2) se obtiene:

$$\ln T_{ij} = \ln(A_i B_j) + \ln O_i + \ln D_j - \beta C_{ij} \tag{26}$$

$$\underbrace{\ln T_{ij} - \ln O_i - \ln D_j}_{Y_{ij}} = \ln A_i + \ln B_j - \beta C_{ij} \qquad (27)$$

Luego, es factible calibrar el siguiente modelo de regresión lineal:

$$Y_{ij} = \theta_0 + \ln A_i + \ln B_j - \beta C_{ij} + \varepsilon_{ij} \qquad (28)$$

En el caso del modelo de destinos compitentes (CDM, Fotheringham, 1983), el desarrollo es análogo, y se llega a una expresión de la siguiente forma:

$$Y_{ij} = \theta_0 + \ln A_i + \ln B_j - \beta C_{ij} + \rho \ln S_{ij} + \varepsilon_{ij} \qquad (29)$$

Para el modelo gravitacional auto-disuasivo (SDGM, Fang y Tsao, 1995), la expresión es la siguiente:

$$Y_{ij} = \theta_0 + \ln A_i + \ln B_j - \beta C_{ij} - \lambda\, C_{ij} T_{ij} + \varepsilon_{ij} \qquad (30)$$

Finalmente, el modelo consolidado general (CM) expuesto en el Capítulo 3 se relaciona con la siguiente expresión:

$$Y_{ij} = \theta_0 + \ln A_i + \ln B_j - \beta C_{ij} + \rho \ln S_{ij} - \lambda\, C_{ij} T_{ij} + \varepsilon_{ij} \qquad (31)$$

La variable endógena en este caso (Y_{ij}) está relacionada con los viajes observados entre cada par de zonas, y además los viajes generados y atraídos. Las variables exógenas están asociadas a los niveles de servicio (C_{ij} ,S_{ij}) y a las generaciones y atracciones a nivel zonal (O_i y D_j). Por otra parte, debe notarse que desde un punto de vista econométrico, el modelo (31) corresponde al modelo más general, mientras que el modelo más restringido es el definido en (28); esto último implica que es factible utilizar contrastes estadísticos para comparar modelos restringidos. Es importante notar que la definición de S_{ij} en los modelos (29) y (31) no es recomendable que considere la forma propuesta originalmente por Fotheringham $S_{ij} = \sum_{\substack{k=1 \\ k\neq i, k\neq j}}^{w} D_k e^{-\sigma C_{jk}}$, ya que transforma el problema en un modelo no lineal en parámetros, que puede ser muy complejo de resolver sin garantizar la unicidad de la solución. Por dicha razón, y para efectos de los modelos (29) y (31), se puede utilizar como medida de atractividad la siguiente alternativa: $S_{ij} = 1/C_{ij}$. De esta forma, y sin pérdida de generalidad, se garantiza que todos los modelos sean lineales en los parámetros, por lo que la solución que entregue un enfoque de mínimos cuadrados es óptima y única en cada caso; Notar que si $S_{ij} = 1/C_{ij}$ entonces $\left(S_{ij}\right)^{\rho} = \left(C_{ij}\right)^{-\rho}$.

El proceso iterativo de estimación de parámetros para el modelo consolidado (31) es el siguiente (para el resto de los modelos el proceso es análogo, pero con menos parámetros):

Paso 1: Definir valores iniciales de β_0 , ρ_0 , λ_0.

Paso 2: A partir de los valores iniciales de β_0 , ρ_0 , λ_0 y de las variables exógenas conocida (C_{ij} ,

O_i , D_j , S_{ij} y T_{ij}), obtener mediante balanceo los parámetros A_i^0 y B_j^0. El intercepto θ_0 no es necesario para determinar los factores de balanceo.

Paso 3: Con los parámetros A_i^0 y B_j^0, estimar una nueva variable endógena de la forma siguiente: $Y_{ij}^0 = Y_{ij} - \ln (A_i^0 B_j^0)$.

Paso 4: Definir el modelo $Y_{ij}^0 = \theta_0 + \theta_{ij} - \beta C_{ij} - \rho \ln C_{ij} - \lambda T_{ij} C_{ij} + \varepsilon_{ij}$ y obtener $\hat{\beta}_0, \hat{\rho}_0, \hat{\lambda}_0$ mediante Mínimos Cuadrados.

Paso 5: Comparar los valores de $\hat{\beta}_0, \hat{\rho}_0, \hat{\lambda}_0$ con β_0 , ρ_0 , λ_0. Si las diferencias son menores que un *valor pequeño* preestablecido, el proceso finaliza; si no, volver al Paso 2 con los valores $\hat{\beta}_0, \hat{\rho}_0, \hat{\lambda}_0$, y repetir el proceso hasta que converja.

El proceso iterativo descrito fue probado cientos de veces para el caso de Santiago, entregando en todos los casos una solución convergente. Sin embargo, este método de estimación no garantiza necesariamente unicidad de la solución, pero proporciona resultados satisfactorios para los objetivos que plantea el uso de modelos agregados de demanda espacial de viajes en la planificación de sistemas de transporte. Por otra parte, es importante notar que la presencia de la variable T_{ij} al lado derecho del SDGM y del CM induce endogeneidad (al igual que los factores de balanceo), lo que podría sesgar la estimación de parámetros, ya que no se cumplen los supuestos básicos del término de error aleatorio que valida la utilización del criterio de Mínimos Cuadrados Ordinarios. Sin embargo, y como se muestra en la sección 4.3, los resultados obtenidos son adecuados en el contexto en que son utilizados estos modelos (planificación de sistemas de transporte), por lo que este método aproximado resulta ser razonable.

4.2. Datos Utilizados

La información de viajes utilizada para la estimación de los parámetros de los distintos modelos correspondió a una serie de matrices de viajes en Bus estimada a partir de una masiva encuesta realizada en el año 2001 a los usuarios de Bus de Santiago (SECTRA, 2001). Dichas matrices presentan las siguientes características, considerando 3 niveles alternativos de agregación:

Tabla 1:Matriz de Viajes en Bus Período Punta Mañana Año 2001, Santiago

VARIABLE	Agregación Zonal	Agregación Comunal	Agregación Áreas
N° de Zonas	577	36	7
N° de Pares O-D	332.929	1.296	49
Viajes Totales	524.674	524.674	524.674
N° de Celdas con Viajes	50.151	1.201	49
N° de Celdas sin Viajes	282.778	95	0
% de Ceros	84,9%	7,3%	0%

El costo generalizado C_{ij} entre cada par (i, j) corresponde a tiempo a flujo libre sobre la red estratégica

4.3. Análisis de Resultados

En la Tabla 2 se resumen los resultados de MCO para los 3 casos analizados. El R^2 es el coeficiente de determinación de la regresión lineal, y r^2 es el coeficiente de correlación entre la variable observada y la modelada.

Tabla 2: Parámetros Estimados MCO

N° Zonas	MODELO	R^2	r^2	$-\beta^*$	$-\rho^*$	λ^*
577	Gravitacional	0,484	0,521	0,410 (219,7)	-	-
	Destinos Compitentes	0,491	0,539	0,445 (122,3)	-0,449 (-14,2)	-
	Gravitacional Auto-disuasivo	0,538	0,586	0,422 (229,8)	-	-0,00288 (-71,4)
	Consolidado	0,561	0,586	0,487 (136,1)	-0,454 (-14,6)	-0,00252 (-63,0)
36	Gravitacional	0,736	0,780	0,468 (57,8)	-	-
	Destinos Compitentes	0,747	0,795	0,516 (24,6)	-0,560 (-2,3)	-
	Gravitacional Auto-disuasivo	0,743	0,923	0,450 (56,3)	-	-0,00003 (-13,1)
	Consolidado	0,752	0,925	0,499 (24,2)	-0,543 (-2,7)	-0,00002 (-13,5)
7	Gravitacional	0,870	0,956	0,395 (17,7)	-	-
	Destinos Compitentes	0,889	0,956	0,314 (4,0)	1,133 (1,3)	-
	Gravitacional Auto-disuasivo	0,889	0,971	0,396 (18,4)	-	-0,0000026 (-2,2)
	Consolidado	0,896	0,973	0,328 (4,3)	0,854 (1,0)	-0,0000023 (-2,0)

i. En todos los casos, el ajuste estadístico del Modelo Consolidado (CM) es superior al resto, mientras que el del modelo gravitacional es inferior siempre. Esto implica que la capacidad reproductiva del CM es también superior. La superioridad del CM se explica evidentemente por la mayor cantidad de variables explicativas, ya que en toda estimación MCO, adicionar nuevas variables explicativas aumenta (o al menos mantiene) el R^2. Respecto a los modelos de Destinos Compitentes (CDM) y Auto-disuasivo (SRGM), los resultados no son concluyentes entre ambos, aunque siempre son superiores al GM pero inferiores al CM.

ii. Considerando un mayor nivel de agregación (menor número de zonas) todos los modelos entregan un mejor ajuste estadístico (R^2 y r^2) que en los casos más desagregados. Esto se explica porque si la agregación es mayor, se deben estimar una menor cantidad de variables (viajes entre distintos pares de zonas) que en los casos más desagregados.

iii. Mientras mayor sea el nivel de desagregación, el GM genera mayores distorsiones respecto a los valores reales, principalmente en los viajes cortos. Sin embargo, los modelos que incluyen el término de destinos compitentes (CDM y CM) tienden a corregir los problemas del GM, particularmente en el aspecto de la modelación de viajes cortos. El modelo Auto-disuasivo no corrige el problema de exceso de viajes cortos en la modelación.

iv. A medida que aumenta el nivel de agregación, la diferencia entre los distintos modelos se reduce, y viceversa. Esto se explica porque cuando la agregación es alta (pocas zonas), los viajes ubicados en los rangos de distancias menores se colapsan, por lo que por ejemplo, para el rango menor de distancia (entre 0 y 6 km) no es posible distinguir entre viajes de 1 km de viajes de 5 km, y se agregan todos al rango 0-6 km. Adicionalmente, si la agregación es alta (pocas zonas) la distribución de viajes tiende a quedar fuertemente dominada por las restricciones de orígenes y destinos. Si el nivel de agregación es bajo (muchas zonas) las restricciones de orígenes y destino son menos importante; respecto a este último punto, debe notarse que cuando al área de análisis es dividida en muchas zonas (alta desagregación), el número de pares O-D para los que hay que estimar viajes aumenta en forma cuadrática, mientras que las restricciones de orígenes y destinos aumenta en forma lineal.

5. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha presentado un enfoque consolidado de formulación y calibración de modelos de distribución entrópicos, basándose en la especificación y resolución de problemas de programación matemática multi-objetivo y en el uso de técnicas econométricas tradicionales. Se compararon 3 modelos de distribución entrópicos reportados en la literatura, y a partir de la principal característica de cada uno de ellos se formuló un cuarto modelo de distribución de viajes, denominado modelo consolidado. Este modelo incluye las características específicas de cada uno de los 3 modelos anteriores.

Producto del análisis de resultados de los procesos de calibración realizados, se concluyó que el modelo gravitacional tradicional es el que presentaba el peor ajuste estadístico de los cuatro modelos analizados, mientras que el modelo consolidado, que incluye las características de los 3 modelos restantes, es el que presenta el mejor ajuste. Otra conclusión interesante obtenida en el presenta trabajo, es que el nivel de agregación de los datos utilizados en la calibración de modelos de distribución, influyen en la elección del tipo de modelo a utilizar. Específicamente, si se utilizan datos desagregados, el modelo más complejo (modelo consolidado) entrega mejores indicadores de ajuste estadístico, mientras que el modelo más simple (modelo gravitacional) entrega peores indicadores de ajuste; sin embargo, si se utilizan datos agregados para la calibración, los distintos modelos entregan prácticamente los mismos resultados de ajuste estadístico.

Por lo tanto, si se dispone de información más desagregada, es recomendable utilizar modelos más complejos, mientras que si la información disponible es agregada, es más recomendable utilizar modelos más simples, ya que son equivalentes en este caso a modelos más complejos.

Una extensión natural del presente trabajo corresponde a la realización de un proceso amplio de validación de los modelos obtenidos considerando datos de diferentes ciudades y enfoques alternativos de calibración, para disponer de más antecedentes que permitan generalizar aún más los resultados obtenidos.

REFERENCIAS

Abrahamson, T. y L. Lundqvist (1999): Formulation and Estimation of Combined Network Equilibrium Models with Applications to Stockholm. **Transportation Science** 33 80-100.

De Vos, A. F. y J. A. Bikker (1982). Interdependent multiplicative models for allocation and aggregates; a generalization of gravity models. **Onderzoeksverslag IAWE-80**, Vrije Universiteit, Amsterdam.

Fang, S. C. y S. J. Tsao (1995). Linearly-constrained entropy maximization problem with quadratic cost and its applications to transportation planning problems. **Transportation Science**, Vol. 29, 4, 353-365.

Fotheringham, A.S. (1983). A new set of spatial interaction models: the theory of competing destinations. **Enviroment and Planning A**, 15, 15-36.
Ham, H., T. Kim y D. Boyce (2005). Implementation and estimation of a combined model of interregional, multimodal commodity shipments and transportation network flows. **Transportation Research B** (39), 65-79.

Hitchcock, F.L. (1941). The distribution of a product from several sources to numerous localities, **Journal oh Math. and Phys** 20, 224 – 230.

Ortúzar, J. de D. y Willumsen, L.G. (2001). **Modelling Transport**. John Wiley & Sons, Chichester.

SECTRA (2001). **Actualización de Encuestas de Origen y Destino de Viajes, V Etapa**. Trabajo desarrollado por la Pontificia Universidad Católica de Chile, a través de su Dirección de Investigaciones Científicas y Tecnológicas (DICTUC).

Schneider, M. (1959) Gravity models and trip distribution theory, **Papers in Regional Science Association**, 5, 51-56.

Stouffer, S. A. (1940) Intervening opportunities: a theory relating mobility and distance, **American Sociological Review**, 5(6), 845-867.

Thorsen, I. y J.P. Gitlesen (1998): Empirical evaluation of alternative model specifications to predict commuting flows. **Journal of Regional Science**, Vol.38, 2, 273-292.

Wilson, A. G. (1970). **Entropy in Urban and Regional Modeling**. Pion, London.