

---

## OPTIMIZACIÓN MULTI-OBJETIVO DE RECORRIDOS Y FRECUENCIAS EN TRANSPORTE PÚBLICO APLICADO A UN CASO DE ESTUDIO REAL

Antonio Mauttöne, María E. Urquhart

Departamento de Investigación Operativa, Instituto de Computación,

Facultad de Ingeniería, Universidad de la República

J. Herrera y Reissig 565, Piso 5, Montevideo, Uruguay

Código postal: 11300

Fax: (598 2) 711 04 69

E-mail: [mauttone@fing.edu.uy](mailto:mauttone@fing.edu.uy), [urquhart@fing.edu.uy](mailto:urquhart@fing.edu.uy)

### RESUMEN

Este artículo presenta la aplicación de una metodología propuesta a un caso de estudio real. Se busca encontrar un trazado de recorridos con sus frecuencias, para el sistema de transporte público urbano colectivo de la ciudad de Rivera, Uruguay, de porte mediano-chico. El problema se plantea y resuelve en base a información de la red de calles y de la demanda entre diferentes puntos de la ciudad. Se busca minimizar simultáneamente los objetivos de los usuarios (en términos de tiempo de viaje y espera) y de los operadores (en términos de tamaño de flota). Se usa una formulación multi-objetivo cuya resolución implica encontrar un conjunto de soluciones que representan diferentes grados de compromiso entre los objetivos contrapuestos. El modelo se resuelve aplicando un algoritmo aproximado basado en la metaheurística GRASP. Se describen los procedimientos de recolección y preparación de la información para la construcción del caso. Los resultados se discuten a la luz de las hipótesis del modelo de optimización, el sub-modelo de asignación, la solución de la Intendencia de Rivera y los procedimientos utilizados para la construcción del caso.

*Palabras clave:* diseño de recorridos y frecuencias para transporte público, optimización multi-objetivo, caso de estudio real.

### ABSTRACT

The main focus of this article is the application of a proposed method to a real case study, the city of Rivera, Uruguay (a medium-small size city). The problem of finding a set of routes and frequencies for a mass public transportation system of a medium size city is stated and solved, taking into account information related to the street network and the demand between different points of the city. The purpose is to minimize simultaneously the objectives of the users (in terms of travel and waiting time) and the operators (in terms of fleet size). A multi-objective formulation is used, which implies to find a set of solutions that represent different trade-off levels between the conflicting objectives. The model is solved by using an approximate algorithm based in the GRASP metaheuristic. The procedures of acquisition and processing of the information needed to construct the case are described. The results are discussed in the light of the hypothesis of the optimization model, the assignment sub-model, the solution of Rivera and the procedures used to construct the case.

*Keywords:* design of routes and frequencies for public transportation, multi-objective optimization, real case study.

## 1. INTRODUCCIÓN

El diseño de los recorridos y frecuencias de un sistema de transporte público urbano colectivo son las dos primeras de las cinco etapas de la planificación del sistema, identificadas por Ceder y Wilson (1986). Las siguientes etapas son la determinación de las tablas de horarios y el despacho de flota y personal. Las decisiones a nivel de diseño de recorridos y frecuencias son usualmente tomadas en un horizonte de tiempo de largo plazo, en el contexto de una planificación estratégica (Desaulniers y Hickman, 2003). El costo total del sistema de transporte público depende fuertemente del diseño de recorridos y frecuencias ya que todas las decisiones subsecuentes sobre tablas de horarios y despacho de flota y personal están condicionadas a tal diseño (Ceder y Wilson, 1986).

Un diseño (en lo posible) óptimo de recorridos y frecuencias es requerimiento fundamental para un sistema eficiente (económica y operacionalmente) desde el punto de vista tanto de los usuarios como de los operadores. Existen diferentes definiciones para este problema, pero no existe una considerada estándar. Los principales datos del problema son la red de calles sobre la que se definen los recorridos y una matriz origen-destino que indica la demanda de viajes entre distintos puntos de la ciudad (demanda interzonal) en un determinado horizonte horario. Las variables de decisión son los trazados de cada recorrido sobre las calles y su frecuencia, las primeras son variables discretas y las segundas son continuas. En cuanto a los objetivos, la gran mayoría de los trabajos considera la minimización de los tiempos de viaje y de espera para los usuarios y la minimización de los costos de los operadores (Baaj y Mahmassani, 1991; Israeli y Ceder, 1993). Los tiempos de viaje se calculan en base a los arcos de la red de calles que utilizan los recorridos; los tiempos de espera se calculan en base a las frecuencias de los recorridos. El costo para los operadores es más difícil de expresar en una única función (representativa), dado que la estructura de costos varía entre distintas realidades (sistemas subsidiados, por venta de boletos, por kilómetros recorridos, etc.). Generalmente el tamaño de la flota (vehículos operando en forma simultánea) es utilizado como costo de los operadores. Otras funciones objetivo se han utilizado, una de ellas es la maximización de la afluencia de pasajeros al sistema de transporte público (Hasselström, 1981), que incluye un sub-modelo de elasticidad de la demanda.

Desde el punto de vista del modelado matemático y resolución algorítmica, la literatura reconoce varias fuentes de dificultad en el tratamiento del problema de optimización de recorridos y frecuencias (Baaj y Mahmassani, 1991), principalmente:

- Complejidad combinatoria: Dada la naturaleza discreta de las variables de decisión que representan los recorridos (Israeli y Ceder, 1993).
- Sub-modelo de asignación: Para evaluar una propuesta de recorridos y frecuencias es necesario aplicar un sub-modelo de asignación de pasajeros a recorridos, que distribuye la demanda entre los diferentes recorridos de acuerdo a hipótesis asumidas sobre su comportamiento. La resolución de este modelo es un problema difícil por sí mismo, que en este caso se presenta como parte de un problema más general (Desaulniers y Hickman, 2003).
- Naturaleza multi-objetivo: Dada la existencia de varios actores en un sistema de transporte público (principalmente usuarios y operadores), la formulación de un único objetivo puede resultar en modelos poco realistas. La formulación de múltiples objetivos agrega complejidad al problema, tanto desde el punto de vista de la resolución algorítmica (Israeli y Ceder, 1993; Mauttone y Urquhart, 2006) como del tratamiento de distintas soluciones que representan

diferentes grados de compromiso entre los objetivos (que pueden ser contrapuestos) en el proceso de toma de decisiones.

En este trabajo se considera el problema definido por Baaj y Mahmassani (1991), como el de encontrar un conjunto de recorridos y frecuencias que optimicen simultáneamente los tiempos de viaje y espera para los usuarios, y el tamaño de flota para los operadores, sujeto a restricciones de cubrimiento de demanda y de capacidad de las líneas. Este problema es conocido como TNDP, Transit Network Design Problem. El principal aporte de este artículo es la descripción del armado del caso de estudio real y la aplicación a éste de un modelo de optimización combinatoria multi-objetivo para el TNDP. Son escasos los trabajos publicados que utilizan casos de estudio cuya información sea totalmente relevada a partir de la realidad. Algunos utilizan casos totalmente ficticios (Israeli y Ceder, 1993; Fan y Machemehl, 2004), donde el principal objetivo es el estudio (a veces comparativo) del comportamiento de modelos y algoritmos. Otros utilizan casos basados en ciudades conocidas (Baaj y Mahmassani, 1991; Agrawal y Tom, 2004), cuya descripción se caracteriza por: i) no especificar qué entidades reales o ficticias (por ejemplo intersecciones de calles o centroides de zonas) se corresponden con los vértices y aristas del modelo del grafo que modela la red vial, ii) no especificar el procedimiento de construcción de la matriz (o matrices) origen-destino que nos da información sobre la demanda de viajes, en algunos casos se generan a partir de datos sintetizados. La dificultad resulta en que, si no se conoce el nivel de agregación con el que está construido el grafo con respecto a la red vial real, es difícil evaluar si la cantidad de recorridos de una solución es adecuada, o si la demanda de viajes puede considerarse cubierta por esos recorridos; es decir es difícil la interpretación de los resultados de un modelo de optimización de recorridos y frecuencias.

El artículo se organiza de la siguiente forma. El modelo multi-objetivo se presenta en la Sección 2, éste se resuelve utilizando un algoritmo aproximado basado en la metaheurística GRASP (Sección 3), llamado GRASP-TNDP, que produce como resultado un conjunto de soluciones representativas de diferentes grados de compromiso establecidos entre los objetivos de usuarios y operadores. Los procedimientos seguidos para la construcción del caso de estudio y su experimentación se describen en la Sección 4. Los resultados numéricos son discutidos en la Sección 5, a la luz de las hipótesis del modelo de optimización, del sub-modelo de asignación utilizado, de la solución de Rivera y del procedimiento de construcción del caso de estudio, en particular la construcción del modelo de la red de calles y el relevamiento de la demanda. En la Sección 6 se delinean trabajos futuros.

## 2. MODELO DE OPTIMIZACIÓN MULTI-OBJETIVO

En esta sección se formula un modelo de optimización combinatoria multi-objetivo para el problema de optimización de recorridos y frecuencias TNDP. Este modelo se inspira en el planteado por Baaj y Mahmassani (1991) (Sección 2.1), al cual se le incorpora el tratamiento explícito de la característica multi-objetivo del problema (Sección 2.2).

### 2.1. Definiciones, terminología y notación

La red de calles se modela con un grafo no dirigido  $G = (N, E)$  donde  $N$  es el conjunto de vértices ( $|N| = n$ ) y  $E$  es el conjunto de aristas. El costo  $c_e$  de una arista  $e = (i, j) \in E$  modela el tiempo de

viaje en vehículo (a bordo de los buses) entre los vértices  $i$  y  $j$ ;  $c_e$  es constante para cualquier bus de cualquier recorrido que pase por la arista  $e$ , bajo cualquier condición de utilización de los buses por parte de los pasajeros. La matriz origen-destino  $D = \{d_{ij}, i,j \in [1..n]\}$  caracteriza la demanda, donde  $d_{ij}$  indica la cantidad de viajes requeridos desde el vértice  $i$  al vértice  $j$ , expresada en viajes (a ser realizados por una persona que ocupa un lugar en el bus) por unidad de tiempo en un horizonte temporal dado;  $D$  es fija para cualquier configuración de recorridos y frecuencias. Un recorrido es una secuencia de vértices adyacentes en  $G$ . Una solución  $S$  para el TNDP es un par  $(R,F)$ , donde  $R = \{r_1, \dots, r_r\}$  es un conjunto de recorridos y  $F = \{f_1, \dots, f_r\}$  sus correspondientes frecuencias; cada  $f_k$ ,  $k \in [1..r]$  es un valor real que representa el inverso del tiempo entre dos buses consecutivos en el recorrido  $r_k$ .

Los objetivos de los usuarios plantean la minimización de la función

$$Z_1(S) = \sum_{i=1..n} \sum_{j=1..n} d_{ij} (tv_{ij} + te_{ij} + tt_{ij}), \quad (1)$$

donde  $tv$  es el tiempo de viaje en vehículo,  $te$  es el tiempo de espera y  $tt$  es el tiempo de penalización por transbordos, calculados para cada solución  $S$  aplicando el sub-modelo de asignación. Los objetivos de los operadores plantean la minimización del tamaño de la flota, expresado como

$$Z_2(S) = \sum_{r_k \in R} f_k t_k, \quad (2)$$

donde  $t_k = 2 \sum_{e \in r_k} c_e$  es la duración total del recorrido  $r_k$ .

Dada una solución  $S = (R,F)$ , se define  $D_0(S) \in [0,1]$  como la proporción del total de la demanda  $D_{tot} = \sum_{i=1..n} \sum_{j=1..n} d_{ij}$ , satisfecha por recorridos de  $R$  directamente (sin transbordos). Análogamente,  $D_{01}(S)$  es la proporción de  $D_{tot}$  satisfecha directa o indirectamente (con un transbordo como máximo).  $D_{0min}$  y  $D_{01min}$  son constantes que definen las restricciones

$$D_0(S) \geq D_{0min}, \quad (3)$$

$$D_{01}(S) \geq D_{01min}, \quad (4)$$

Las frecuencias deben cumplir con la restricción

$$f_k \in \Theta \quad \forall k, \quad (5)$$

donde  $\Theta = \{\theta_1, \dots, \theta_f\}$  con  $\theta_i < \theta_{i+1}$  para todo  $i \in [1..f-1]$  es un conjunto prefijado de valores reales no negativos. Las frecuencias deben también respetar una restricción de factor de carga de la forma

$$f_k \geq \frac{\phi_k^*}{\omega_{\max} Q} \quad \forall k, \quad (6)$$

donde  $\phi_k^*$  es el máximo flujo en arcos del recorrido  $r_k$  (calculado por el sub-modelo de asignación) y  $Q$  es la capacidad de pasajeros sentados en los buses. La constante  $\omega_{\max} \geq 1$  es el máximo factor de carga permitido, que expresa una tolerancia en el número de pasajeros parados.

## 2.2. Enfoque de optimización multi-objetivo

En sistemas reales de transporte público los objetivos de usuarios y operadores son contrapuestos. Se puede observar conflictividad entre ellos; en un sentido general, la existencia de muchos recorridos con altas frecuencias redundante en bajos valores para  $Z_1$  y altos para  $Z_2$  y viceversa.

En este trabajo se formula un modelo de optimización combinatoria de múltiples objetivos (Figura 1a), que plantea la minimización en forma simultánea de las funciones objetivo (1) y (2) donde el conjunto  $C$  de soluciones factibles es determinado por las restricciones (3)-(6) (ver Sección 2.1). Las principales diferencias de esta formulación, con una de suma ponderada de objetivos (Figura 1b) son:

- No tiene una única solución óptima, sino un conjunto de soluciones no dominadas, denominado frente de Pareto (Ehrgott y Gandibleux, 2004), que representan diferentes grados de compromiso entre los objetivos en conflicto. Resolviendo la formulación de suma ponderada para distintas combinaciones de los pesos  $\alpha$  y  $\beta$  pueden obtenerse diferentes soluciones del frente de Pareto.
- No requiere la determinación a priori de los valores de  $\alpha$  y  $\beta$ , que en el caso del TNPD desempeñan dos funciones: i) reflejar la importancia relativa de los objetivos y ii) realizar la conversión entre las diferentes unidades de las dos funciones objetivo (tiempo y buses).

$$\begin{array}{ll}
 \min Z_1(S) & \min \alpha Z_1(S) + \beta Z_2(S) \\
 \min Z_2(S) & \\
 \text{s.a.} & \text{s.a.} \\
 S \in C & S \in C \\
 \text{(a) Multi-objetivo} & \text{(b) Suma ponderada}
 \end{array}$$

**Figura 1: Enfoques de modelado**

## 2.3. Modelo de asignación

Dada una solución  $S$ , la evaluación de la función objetivo  $Z_1(S)$  y la verificación de la restricción (6) de la Sección 2.1, requieren la aplicación de un modelo de asignación. En este trabajo se utiliza el modelo de Baaj y Mahmassani (1990), cuyas principales características son las siguientes:

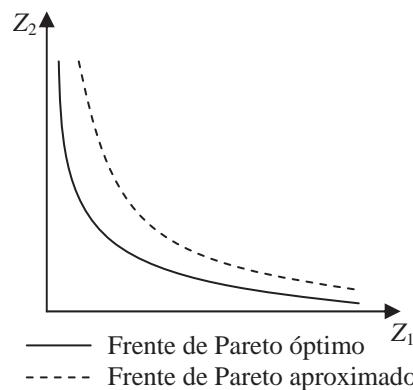
- Aplica un criterio de minimización de transbordos en la elección de recorridos por parte de los usuarios.
- Cuando existe más de un recorrido que puede transportar la demanda entre un mismo par de vértices del grafo, esta se distribuye de forma proporcional a las frecuencias de los recorridos.
- Considera la posibilidad de transbordos.
- No considera efectos de la congestión, ni en el cálculo de los tiempos de viaje en vehículo ni en los tiempos de espera.

- Considera las restricciones de capacidad de los vehículos, mediante un procedimiento iterativo de invocación al modelo, que ha probado converger en forma empírica.

### 3. ALGORITMO GRASP MULTI-OBJETIVO: GRASP-TNDP

Dadas las dificultades de la resolución mediante métodos exactos del problema de optimización de recorridos y frecuencias (Sección 1), los métodos aproximados surgen como una alternativa viable. Las metaheurísticas (Glover y Kochenberger, 2003) son métodos aproximados que implementan mecanismos eficientes y efectivos de exploración del espacio de soluciones; su variante multi-objetivo implementa mecanismos específicos para soportar la resolución de modelos de optimización con varios objetivos en conflicto (Ehrgott y Gandibleux, 2004).

En este trabajo se utiliza una adaptación de la metaheurística GRASP (Greedy Randomized Adaptive Search Procedures, Resende y Ribeiro, 2003) para resolver en forma aproximada la formulación de la Figura 1a. El algoritmo, denominado GRASP\_TNDP, utiliza un componente de construcción, que genera un conjunto de recorridos que cumple con las restricciones (3) y (4) (Sección 2.1) y un componente de búsqueda local que determina las frecuencias según las restricciones (5) y (6) (Sección 2.1). Estos dos componentes son invocados repetidamente en el contexto de GRASP, variando sistemáticamente los parámetros i) duración máxima de recorridos y ii) pesos de las funciones objetivo. De esta forma se busca generar un frente de Pareto aproximado lo más cercano posible al frente de Pareto óptimo, el que es desconocido (Figura 2). Los detalles del algoritmo GRASP\_TNDP se encuentran en (Mauttöne y Urquhart, 2006).



**Figura 2: Frentes de Pareto óptimo y aproximado**

### 4. EL CASO DE ESTUDIO: RIVERA, URUGUAY

En este trabajo se resumen los principales aspectos de la construcción del caso de estudio “Rivera”, a saber: zonificación, construcción del grafo  $G$  y construcción de la matriz origen-destino  $D$ . Por más detalles referirse al sitio web del proyecto marco de este trabajo, <http://www.fing.edu.uy/~mauttone/tndp> y a la Tesis de Maestría (Mauttöne, 2005).

El caso de estudio refiere al transporte público urbano de la ciudad de Rivera, Uruguay, de tamaño mediano-chico (65000 habitantes). A la fecha de la recolección de la información

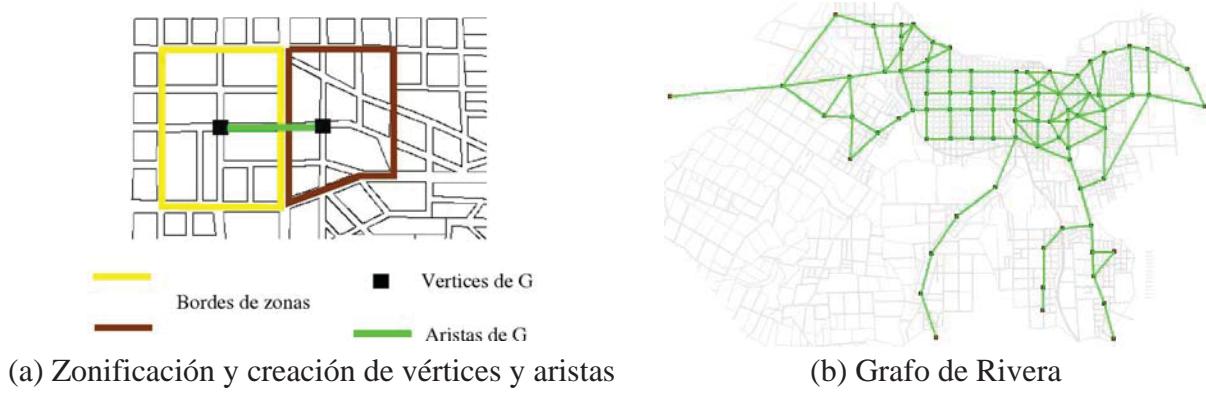
necesaria para la construcción del caso (Agosto de 2004), el sistema de Rivera operaba con 13 líneas de buses, cuyos recorridos son de un largo promedio de 13,6 Km y una duración impuesta de 60 minutos cada uno (las velocidades comerciales varían de una línea a otra, de forma de respetar esta duración). Los tiempos entre pasada (inversos de las frecuencias) son 20, 30, 40 y 60 minutos, dependiendo de la línea. El tamaño de la flota de buses es 23 unidades. La demanda interzonal tiene un patrón radial, siendo el centro de la ciudad el principal punto de atracción de viajes. En un día regular de semana, se realizan un promedio de 13360 viajes utilizando transporte público. Este modo de transporte tiene una fuerte presencia en Rivera, debido a la oferta de líneas existente en la ciudad desde hace cincuenta años atrás, al crecimiento de la ciudad en los últimos tiempos y principalmente a la geografía particular de la ciudad, que está ubicada en una gran parte de su extensión sobre cerros, lo que dificulta la utilización de modos de transporte alternativos como la bicicleta.

#### 4.1. Zonificación

La ciudad fue dividida en zonas, cada una conteniendo aproximadamente  $4 \times 4$  cuadras de 100 metros cada una. Este tamaño pretende aplicar un criterio de accesibilidad geográfica de las personas al sistema de transporte público. Se consideran 400 metros como una distancia máxima razonable de caminata para acceder a una línea que pasa a través de una zona. La demanda producida (atraída) por una determinada zona es considerada cubierta, si una línea pasa por cualquier lugar en la red de calles dentro de la zona y dentro de la zona destino (origen).

#### 4.2. Grafo

El grafo no dirigido  $G$  es una abstracción de la red vial. No se usa directamente la propia red vial por dos motivos: i) el grafo debe ser consistente con la zonificación (definida según Sección 4.1) y el modelo de optimización (Sección 2), debiendo representar conexiones no dirigidas entre zonas geográficamente adyacentes, ii) las decisiones finales acerca de la composición de los recorridos en términos de la red vial, deben tener en cuenta la ubicación de lugares del tipo escuelas y hospitales entre otras consideraciones difíciles de incluir en el modelo de grafo. Cada vértice de  $G$  representa una zona de la división zonal; estará ubicado sobre la intersección de calles más cercana al baricentro de su correspondiente zona. Existirá una arista entre dos vértices de  $G$  si sus correspondientes zonas son geográficamente adyacentes (Figura 3a). El tiempo de viaje en vehículo de una arista es calculado a partir de la distancia del camino más corto en la red vial entre sus vértices extremos y una velocidad comercial de los buses estimada en 13,6 Km/hora. Esta velocidad se estimó a partir del largo promedio de los recorridos (13,6 Km) y su duración impuesta de 1 hora. Este valor está dentro del rango habitual, dadas las características del sistema de transporte público de Rivera (bus en calle normal, Fernández y Valenzuela, 2003). El grafo resultante para Rivera está compuesto de 84 vértices y 143 aristas (Figura 3b).



**Figura 3: Construcción del grafo del caso de estudio**

#### 4.3. Demanda

Los datos relativos a la demanda interzonal fueron recolectados mediante conteos realizados a bordo de los buses del sistema de transporte público de Rivera. La metodología del conteo está basada en la propuesta de Stopher *et al* (1986). Se seleccionó una muestra de 13 de las 23 pasadas por hora que opera el sistema; una pasada es un viaje de un bus realizando un recorrido a una determinada hora. Para cada pasada se registraron las paradas de origen y destino de cada persona que usó el bus, mediante un talón que el pasajero debía conservar durante su viaje, contenido una lista de todas las paradas del recorrido. Los datos fueron recolectados para un horizonte horario de 12 horas.

El procesamiento de estos datos derivó en la expansión de los conteos de cada línea teniendo en cuenta el tamaño de la muestra. Las matrices origen-destino de las 13 líneas fueron consolidadas en una única matriz origen-destino del sistema, que contiene valores promedio en el horizonte horario de 12 horas. Los conteos a nivel de parada fueron luego transformados al nivel de zonas. La matriz resultante de este procedimiento tiene el 5% de elementos no nulos y contiene valores que dependen de las líneas operando en el sistema cuando los datos fueron recolectados. Sin embargo se considera que para Rivera, esta matriz de viajes observados es una buena aproximación a la matriz de viajes deseados, debido a que:

- Los recorridos cubren todas las partes de la ciudad donde es necesario el acceso al sistema de transporte público;
- Los transbordos entre líneas son prácticamente inexistentes;
- Los buses no operan en condiciones de extrema utilización; todos los pasajeros que desean abordar un bus cuando arriba a la parada pueden hacerlo;
- La población que utiliza el transporte público es un grupo de clientes altamente captivos.

#### 4.4. Experimentos con el caso

Se aplicó el modelo de optimización multi-objetivo al caso de estudio de Rivera. Los parámetros del modelo se configuraron de la siguiente forma:

- $D_{01min} = 1$ , indicando que la totalidad de la demanda debe ser cubierta por los recorridos.

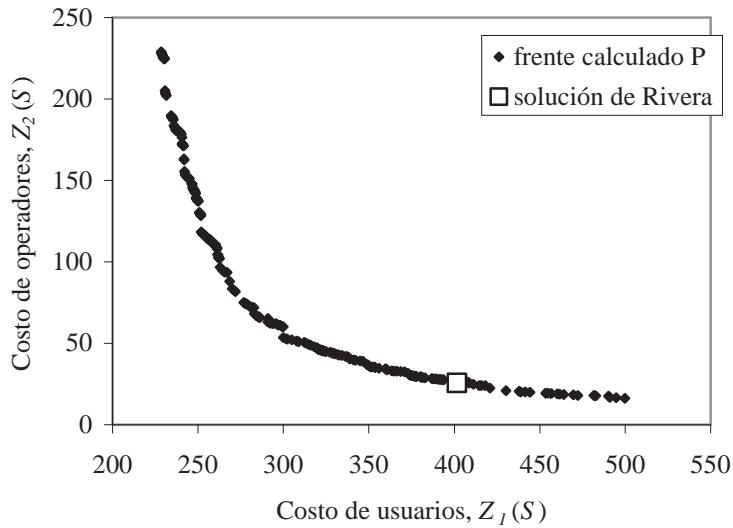
- $D_{0min} = 1$ , indicando que además la totalidad de la demanda debe ser cubierta sin transbordos, como ocurre en el sistema real de Rivera.
- $Q = 28$ , capacidad de los buses que poseen las empresas en Rivera.
- $\omega_{max} = 1,5$ , indicando que se permiten hasta 14 pasajeros parados en los buses.
- $\Theta = \{1/60, 1/50, 1/45, 1/40, 1/30, 1/20, 1/15, 1/10, 1/5\}$ , conjunto de frecuencias, expresadas en 1/minutos.

El algoritmo se implementó en C++ y se ejecutó en un computador Pentium 4 con procesador de 2,6 GHz con 512 MB de memoria RAM. Se configuró en 1000 la cantidad de iteraciones de construcción y búsqueda local de GRASP, se fijaron las duraciones mínima y máxima de recorridos en 40 y 120 minutos respectivamente y el máximo factor cíclico de recorridos en 2 (por detalles referirse a Mauttone y Urquhart, 2006). La ejecución insumió 3 horas y 16 minutos, razonable en el contexto de planificación estratégica. La Figura 4 muestra el frente de Pareto aproximado obtenido  $P$  compuesto por 238 soluciones no dominadas, así como la solución de Rivera al momento de la realización del estudio; esta solución fue codificada en términos del mismo grafo  $G$  que se utilizó para la ejecución del algoritmo GRASP y se evaluó utilizando el mismo modelo de asignación. El valor teórico correspondiente a  $Z_2$  (tamaño de flota) en la solución de Rivera es 25,65 (Tabla 1), frente al valor real que es 23; más allá de que el valor teórico (ecuación (2), Sección 2.1) se utiliza como una aproximación fraccional de un valor que en la realidad es entero, la discrepancia se debe a los errores incurridos en el modelado de los costos (tiempos) de las aristas del grafo  $G$ , que se calcularon en base a una velocidad comercial promedio, cuando en la realidad de Rivera, esta velocidad varía entre las diferentes líneas.

La Tabla 1 muestra para 20 soluciones representativas de diferentes regiones de  $P$ , valores de  $Z_1$ ,  $Z_2$ , cantidad de recorridos  $|R|$  y promedio del tiempo entre pasadas  $1/f$  y duración de recorridos  $t$  (ambos en minutos), calculados respectivamente como  $(\sum_{k=1..|R|} 1/f_k)/|R|$  y  $(\sum_{k=1..|R|} t_k)/|R|$ .

## 5. DISCUSIÓN DE RESULTADOS

Los resultados de la Figura 4 muestran un amplio cubrimiento de diferentes niveles de compromiso entre los objetivos de usuarios y operadores. En el extremo correspondiente a soluciones de bajo costo para los usuarios, se obtuvo un valor mínimo de  $Z_1 = 228,42$ . Este valor está muy cercano al valor óptimo (ideal)  $Z_1^* = 222,60$  desde el punto de vista de los usuarios, que ocurre cuando todo par de vértices  $(i,j)$  con demanda  $d_{ij}$  no nula, dispone de un recorrido que incluye al camino más corto en  $G$  entre  $i$  y  $j$ , con la frecuencia máxima de  $\Theta$ . En el otro extremo, se obtuvo un valor de tamaño de flota  $Z_2 = 16,33$  con 10 recorridos, que es significativamente menor (para las dimensiones del sistema del caso de estudio) que el correspondiente a la solución de Rivera.



**Figura 4: Frente de Pareto calculado vs. solución de Rivera**

La cercanía de la solución de Rivera al frente  $P$  debe analizarse teniendo en cuenta la naturaleza aproximada del algoritmo GRASP utilizado, pudiéndose formular las siguientes observaciones:

- Teniendo en cuenta que el algoritmo es un método aproximado y que las soluciones de  $P$  podrían ser aún mejoradas en el sentido de la cercanía al frente de Pareto óptimo, se puede pensar en la existencia de mejores soluciones (según las dos funciones objetivo), que dominen a las del frente aproximado  $P$ , que no fueron encontradas por el algoritmo.
- Suponiendo que GRASP encontró soluciones muy cercanas al frente de Pareto óptimo, la cercanía de la solución de Rivera al frente  $P$  puede explicarse por dos motivos: i) se trata de una buena solución, resultante de ajustes realizados durante toda la existencia del sistema de transporte público de la ciudad, por parte de planificadores que poseen un alto grado de conocimiento de la realidad del caso; ii) la matriz origen-destino  $D$  que se utilizó para la resolución del modelo de optimización, fue estimada a partir de conteos realizados a bordo de los buses de las líneas de la solución de Rivera. Más allá de que la matriz estimada se considera una aproximación razonable a la matriz de deseos de viaje (Sección 4.3), la demanda relevada está en cierto sentido fuertemente adaptada a la oferta de recorridos y frecuencias de la solución de Rivera, por lo que es esperable que su evaluación según la función  $Z_1$  resulte buena.

La Tabla 1 muestra que las soluciones de bajo costo para los usuarios presentan una alta cantidad de recorridos y un bajo promedio de tiempos entre pasadas; la situación es opuesta para soluciones de bajo costo para los operadores. Dado que la demanda por transporte público en Rivera es relativamente inelástica (estudiantes, personas de edad y con pocos recursos económicos, son los principales usuarios del sistema), es posible asumir que la matriz origen-destino será la misma a lo largo del frente de Pareto. Sin embargo, bajo hipótesis de demanda elástica (frente a recorridos y/o frecuencias), el modelo multi-objetivo tal como está planteado no es válido, y debe adaptarse de manera consistente a ese aspecto.

El modelo de asignación utilizado (Baaj y Mahmassani, 1990) aplica hipótesis acerca del comportamiento de la demanda, que para la realización de algunos cálculos requieren un nivel de agregación de los datos a nivel de paradas. El tiempo de espera para los pasajeros que viajan de  $i$  a  $j$ , que pueden optar entre un conjunto de  $r$  líneas con frecuencias  $\{f_1, \dots, f_r\}$  se calcula como  $te_{ij} = 1/(2\sum_{k=1..|R|} f_k)$ , donde se asume que el pasajero toma el primer bus que pasa por la parada y que los buses de la línea  $k$  arriban aleatoriamente con una media  $f_k$ . En cambio, el nivel de agregación utilizado en este trabajo es a nivel de zonas; se adapta a una planificación estratégica, donde no se define detalladamente el trazado de los recorridos, sino que se diseña la secuencia de zonas que deben recorrer. El tamaño de las zonas no responde a criterios de eficiencia de los algoritmos (reducir el tamaño del caso), sino a la aplicación de un criterio de accesibilidad geográfica de los usuarios al sistema de transporte público. Un enfoque alternativo es usado en Fan y Machemehl (2004), usa un modelo de asignación a nivel de paradas, y un modelo de grafo con “nodos de distribución”, que representan puntos donde la demanda (producción y atracción) se corresponde con la red vial real. Otros modelos de asignación están diseñados para trabajar con un nivel de agregación a nivel de calles y paradas (Bell, 2003). Ninguno de ellos concuerda con las hipótesis de modelado de la red de calles y de la demanda utilizadas en este trabajo.

**Tabla 1: Valores de soluciones representativas del frente de Pareto  $P$**

Solución	$Z_1$	$Z_2$	$ R $	$1/f$	$t$
1	229,34	226,22	44	13	45
2	234,92	188,88	46	14	43
3	239,69	179,53	46	16	43
4	242,14	155,57	25	11	55
5	247,09	144,99	43	17	45
6	249,53	138,35	47	18	43
7	252,43	117,44	26	16	53
8	257,62	112,84	29	21	50
9	262,88	96,69	18	16	62
10	279,86	72,97	16	23	75
11	292,46	62,39	28	30	52
12	307,72	51,33	12	24	83
13	321,60	45,98	16	28	69
14	332,01	42,97	16	34	69
15	349,58	36,64	11	33	90
16	368,61	32,66	11	41	90
17	381,58	28,94	16	41	65
18	401,87	26,94	15	48	76
19	437,81	20,54	10	47	90
20	481,72	18,07	11	52	82
Rivera	401,56	25,65	13	37	63

La matriz origen-destino utilizada en los experimentos contiene valores promediados en un horizonte horario de 12 horas. Dado el tamaño de dicho horizonte, valores extremos de demanda para algunos pares de vértices en determinados períodos de tiempo pueden suavizarse en el promedio; por este motivo esta matriz no es adecuada para el cálculo de flujos y por lo tanto para la verificación de la restricción (6). En horarios de alta afluencia de pasajeros al sistema de transporte público las frecuencias deben calcularse en base a matrices específicas de esos horarios, lo que impacta en el tamaño de la flota (función (2), Sección 2.1) para esos horarios.

## 6. TRABAJOS FUTUROS

En base a la discusión de la Sección 5 se plantean como trabajos futuros:

- Modificar el algoritmo GRASP-TNDP, en vistas de obtener mejoras en los resultados en el sentido de la cercanía al frente de Pareto óptimo. La resolución exacta del modelo (aún para un único nivel de compromiso entre las dos funciones objetivo) plantea dificultades: la enumeración exhaustiva de soluciones es computacionalmente impracticable, los modelos de programación matemática requieren simplificaciones en el sub-modelo de asignación.
- Obtener una mejor estimación para la matriz origen-destino, de forma que sea menos dependiente de las líneas sobre las cuales se realizan los conteos, por ejemplo mediante la realización de encuestas de hogares. Esto permitirá eliminar posibles alternativas en la discusión de las razones de la cercanía de la solución de Rivera al frente de Pareto calculado.
- El nivel de agregación de los datos en la construcción del grafo y la matriz O-D requiere el uso de un modelo de asignación cuyas hipótesis respeten los criterios utilizados. En este sentido es necesaria la inclusión de un modelo de asignación no detallado, que se adapte al contexto de planificaciones estratégicas, sin perder realismo. De aplicarse la metodología presentada a ciudades grandes, deben tenerse en cuenta además los efectos de la congestión.
- La estimación de la complejidad del algoritmo GRASP-TNDP en su totalidad, es de sumo interés, en particular en vistas de su aplicación a ciudades de mayores dimensiones.

## AGRADECIMIENTOS

A la Intendencia Municipal de Rivera, Uruguay. Este trabajo fue parcialmente financiado por el Proyecto 48/02 del Programa de Desarrollo Tecnológico (DINACYT), por la Comisión Sectorial de Investigación Científica (CSIC) de la UDELAR, por el PEDECIBA Informática y por el proyecto ALFA II-0457-FA-FCD-FI-FC.

## REFERENCIAS

- Agrawal, J. y M. Tom (2004) Transit route network design using parallel Genetic Algorithm. **Journal of Computing in Civil Engineering** 18(3), 248-256.
- Baaj, M. H., y H.S. Mahmassani (1990) TRUST: A LISP program for the analysis of transit route configurations. **Transportation Research Record** (1283), 125-135.
- Baaj, M. H., y H.S. Mahmassani (1991) An AI-based approach for transit route system planning and design. **Journal of Advanced Transportation** 25(2), 187-210.
- Bell, M. (2003) Capacity constrained transit assignment models and reliability analysis. En Lam, W. y Bell, M. eds., **Advanced Modeling for Transit Operations and Service Planning**. Elsevier Science, 165-180.
- Ceder, A. y N. Wilson (1986) Bus network design. **Transportation Research B** 20(4), 331-344.

- Desaulniers, G. y M.D. Hickman (2003) **Public transit**. Tech. Report G-2003-77, GERAD.
- Ehrgott, M. y X. Gandibleux (2004) Approximative solution methods for multiobjective combinatorial optimization. **TOP** 12(1), 1-89.
- Fan, W. y R. Machemehl (2004) **Optimal transit route network design problem: algorithms, implementations, and numerical results**. Tech. Report 167244-1, University of Texas at Austin.
- Fernández, R. y E. Valenzuela (2003) Modelos para estimar la velocidad comercial del transporte público en Santiago de Chile. **Actas del XI Congreso Chileno de Ingeniería de Transporte**, 247-256.
- Glover, F. y G. Kochenberger (2003) **Handbook of Metaheuristics**, Springer.
- Hasselström, D. (1981) **Public transportation planning - A mathematical programming approach**. Doctoral Dissertation, University of Göteborg.
- Israeli, Y. y A. Ceder (1993) Transit route design using scheduling and multiobjective programming techniques. En **Proceedings of the Sixth International Workshop on Computer Aided Scheduling of Public Transport**, Springer, 56-75.
- Mauttone, A. (2005) **Optimización de recorridos y frecuencias en sistemas de transporte público urbano colectivo**. Tesis de Maestría en Informática, Universidad de la República.
- Mauttone, A. y M.E. Urquhart (2006) A Multi-objective metaheuristic approach for the Transit Network Design Problem, **10th International Conference on Computer-Aided Scheduling of Public Transport**, Leeds, Inglaterra.
- Resende, M. y C. Ribeiro (2003) Greedy randomized adaptive search procedures. En Glover, F. y Kochenberger, G. eds., **Handbook of Metaheuristics**, Kluwer Academic Publishers, 219-249.
- Stopher, P. R., L. Shillito, D.T. Grober, H.M.A. Stopher (1986) On-board bus surveys: No questions asked. **Transportation Research Record** (1085), 50-57.