

Diseño de servicios expresos para el Corredor Av. Grecia en Santiago.

Homero Larrain I.

Universidad Diego Portales, Departamento de Ingeniería Industrial.

Vergara 432, piso 6, Santiago, Chile. homero.larrain@udp.cl.

Juan Carlos Muñoz A.

Pontificia Universidad Católica de Chile, Departamento de Ingeniería de Transporte y Logística.

Vicuña Mackenna 4860, Macul, Santiago, Chile. jcm@ing.puc.cl.

Ricardo Giesen E.

Pontificia Universidad Católica de Chile, Departamento de Ingeniería de Transporte y Logística.

Vicuña Mackenna 4860, Macul, Santiago, Chile. giesen@ing.puc.cl.

Resumen

Los servicios expresos, definidos como servicios que omiten ciertos paraderos a lo largo de su trazado, representan una oportunidad para mejorar el desempeño de un sistema de transporte público, sin necesidad de incurrir en costos mayores de infraestructura. Esta medida puede generar un beneficio para el operador del sistema al disminuir los tiempos de ciclo, permitiendo una disminución en el tamaño de flota, y a su vez para los usuarios, que pueden verse beneficiados de los menores tiempos de viaje de dichos servicios.

En este trabajo se presenta un estudio realizado para Transantiago donde se busca determinar para el corredor formado por las avenidas Grecia, Vicuña Mackenna y Alameda qué servicio expreso convendría implementar, asumiendo que éste opera en conjunto a un servicio que visita todas las paradas del corredor (all-stop). Para esto se cuenta con las matrices de viaje (paradero origen a paradero destino) para este corredor completo, en períodos punta mañana y fuera de punta. A partir de estas matrices es posible realizar distintas predicciones de demanda una vez que el servicio esté en operación, bajo diferentes supuestos.

A partir de los escenarios estudiados se recomiendan dos servicios expresos, uno para punta mañana y otro para el resto del día. Los resultados sugieren que la implementación de estos servicios expresos permitiría reducir los costos sociales con respecto a una solución donde se opera exclusivamente con un servicio all stop. Los principales beneficiados en este caso serían los usuarios que realizan viajes más largos.

Palabras Clave: Bus Rapid Transit (BRT), Transporte Público, Servicios Expresos, Diseño de Redes.

Número de Palabras: 6.650.

1. Introducción

En los sistemas de transporte público de alta demanda, el uso de servicios expresos, que en general se pueden definir como servicios que atienden a un subconjunto de los paraderos de un determinado corredor, pareciera ser una alternativa promisoria dados los beneficios que puede entregar tanto a usuarios como a operadores. Para los usuarios, este tipo de servicios puede reportar una mejora de la calidad de servicio en términos de menores tiempos de viaje debido al menor número de detenciones en paraderos, y eventualmente mejorar las velocidades de operación

al poder usar atajos o vías alternativas en algunos tramos. Desde el punto de vista de los operadores la ventaja consiste en poder satisfacer la demanda con menos vehículos gracias a los menores tiempos de ciclo de los recorridos. En la práctica este tipo de servicios han sido implementados con éxito en sistemas tales como Transmilenio (Bogotá, Colombia) y Metro Rapid (Los Angeles, CA), demostrando ser una opción altamente atractiva.

En este documento se presenta un caso de estudio consistente en determinar qué servicios expreso resultaría conveniente ofrecer en el corredor Grecia – V. Mackenna – Alameda en la ciudad de Santiago, para los periodos punta mañana y fuera de punta. Para ello se contó con matrices de viajes (parada origen a parada destino) estimadas para el corredor completo para ambos horarios. Interesaba determinar qué servicios utilizar en cada período (es decir qué paradas debe visitar cada servicio y con qué frecuencia), y predecir las condiciones de operación de cada uno (la cantidad de pasajeros por bus).

La solución a proponer debía minimizar los costos sociales, considerando la capacidad de los vehículos y al mismo tiempo respetando la asignación espontánea de los usuarios al evaluar las soluciones. Esto se realizó aplicando una adaptación del modelo de Leiva et. al. (2010) implementada por medio del uso de planillas de cálculo y de rutinas en Visual Basic. Adicionalmente, con el fin de generar un sistema que no confundiera a los usuarios, se limitó por ahora el formato de la solución a un sólo servicio expreso operando en conjunto a un servicio all stop (es decir, que se detiene en todos los paraderos).

2. Revisión Bibliográfica

De acuerdo con Ceder y Wilson (1986), el problema general de planificación de un sistema de transporte público puede ser entendido como un problema en cinco etapas. La primera etapa correspondería al diseño de trazados, seguido por determinación de frecuencias, construcción de horarios de operación, y asignación de flota y de personal. El diseño de servicios expreso se podría entender como una etapa intermedia a los dos primeros pasos en esta metodología.

El problema de diseño de trazados consiste en determinar los recorridos que minimizan los costos sociales para una red. Existen varios ejemplos en la literatura que abordan este tema, de los que se pueden citar, además del ya mencionado de Ceder y Wilson (1986), a LeBlanc (1988), Baaj y Mahmassani (1992, 1995), Fan y Machemehl (2006), y Mauttone y Urquhart (2009), y las revisiones del estado del arte de Ceder (2003), Desaulniers y Hickman (2007), y Guihaire y Hao (2008). En general, estos trabajos no consideran para el análisis la restricción de capacidad de los vehículos. En este caso, basta con minimizar los costos del sistema para obtener una solución que corresponde a una asignación espontánea de los usuarios, sin embargo, cuando la restricción de capacidad es incorporada y ésta se hace activa para algunos servicios, se hace necesario imponer al modelo la consistencia con un comportamiento racional de los usuarios. En Fernández et al. (2003, 2008) se presenta una formulación bi-nivel que permite diseñar servicios de buses sobre una red considerando la capacidad de los vehículos.

La principal diferencia entre el problema de diseño de recorridos con el de los servicios expreso es que el primero asume que los recorridos atienden a todos los paraderos de los corredores por los que pasan (o, simplemente, no abordan el tema de los paraderos). Ambos problemas podrían ser entendidos como distintos niveles de detalle de un problema más amplio de diseño: en un nivel

superior existe una optimización de trazados que determina por dónde viajan los buses, y en un nivel inferior puede existir una optimización de los servicios de los corredores formados y de los paraderos que son atendidos por cada uno.

Uno de los primeros trabajos donde se plantean los esquemas de operación expresos como una alternativa atractiva para mejorar el desempeño de sistemas de transporte público es el artículo de Furth y Day (1985), donde se proponen las siguientes opciones:

- (i) Servicios cortos (*short turn*): Una proporción de los vehículos operan en un servicio que consiste en un ciclo más corto dentro del corredor, de forma de aumentar la capacidad en dicho sector.
- (ii) *Deadheading*: Una proporción de los vehículos opera en el sentido menos cargado sin llevar pasajeros con el fin de comenzar un nuevo viaje en el sentido más cargado lo antes posible, aumentando de esta forma la frecuencia en este último sentido. Normalmente este esquema de operación se justifica en corredores que presentan un desbalance significativo en la demanda entre ambos sentidos de operación.
- (iii) Servicios Expresos (*express services*): Servicios que visitan un subconjunto de los paraderos disponibles de un corredor.

A pesar de que existen varios trabajos que abordan distintos aspectos de las dos primeras estrategias, como Furth (1987) para los servicios cortos y Ceder y Stern (1981) para *deadheading*, es poco el trabajo que se ha podido encontrar publicado con respecto a los servicios expresos. Uno de los primeros trabajos en los que se aborda el problema de diseño para los servicios expresos es el de Turnquist (1979), donde se optimiza la operación de un corredor cuyos viajes son atraídos (o generados) en el último paradero del corredor (o en el primero). El modelo de programación dinámica que el autor propone encuentra el diseño óptimo para la red, consistente en un conjunto de servicios que atienden porciones del corredor y luego se dirigen al destino sin hacer más detenciones, y la asignación de flota para cada uno de estos servicios. Dada la estructura de demanda considerada, este modelo no requiere considerar transbordos ni un modelo complejo de comportamiento de usuarios, ya que éstos nunca se ven enfrentados a más de una opción para realizar su viaje. Sin embargo, la imposición de dicha estructura de viajes restringe la aplicabilidad del modelo para el diseño de servicios expresos en corredores urbanos como el del presente caso de análisis.

En el trabajo de Leiva et al. (2009) se propone un modelo para el diseño de servicios expresos en un corredor de transporte público con capacidad restringida. Este modelo minimiza los costos sociales, consistentes en los costos de operación más los costos de los usuarios por viajes, esperas y transbordos, a partir de (i) la topología de un corredor (conjunto de paraderos $i \in P$ y las distancias entre ellos), (ii) el flujo de pasajeros para cada par $w \in W$, que se denota como T_w , y (iii) un conjunto previamente establecido de servicios $l \in L$. Para permitir que los usuarios realicen transbordos entre servicios, se define un conjunto de secciones de ruta S (que corresponde a los posibles tramos de viaje que los usuarios podrían escoger, como se detalla en De Cea y Fernández, 1993) y las variables de flujo, V_s^w , con $s \in S$ y $w \in W$, que representan el número de viajes en el par w que viaja a través de la sección s . Se define además f_l como la frecuencia de la línea l ; y f_l^s , una variable auxiliar que corresponde a la frecuencia efectiva de la línea l para los pasajeros que viajan en la sección s (esta

variable vale cero cuando los pasajeros no consideren atractiva a la línea, y f_l en caso contrario). Esta última variable permite incorporar el comportamiento racional de usuarios propuesto por Chriqui y Robillard (1975). El modelo de Leiva et al. (2009) se presenta a continuación:

$$\min SC = C_{Op} + C_{TT} + C_{WT} + C_{Tr} \quad (1)$$

Sujeto a:

$$0 \leq f_l^s \leq f_l, \quad \forall l \in L, \quad \forall s \in S \quad (2)$$

$$\sum_{s \in S_i^+} V_s^w - \sum_{s \in S_i^-} V_s^w = \begin{cases} T_w & \text{si } i = O(w) \\ -T_w & \text{si } i = D(w) \\ 0 & \text{en caso contrario,} \end{cases} \quad \forall i \in P, \forall w \in W \quad (3)$$

Donde:

$$C_{Op} = \sum_{l \in L} c_o \cdot f_l \quad (4)$$

$$C_{TT} = \theta_{TT} \cdot \sum_{w \in W} \sum_{l \in L} V_s^w \cdot \frac{\sum_{l \in L} tt_l^s \cdot f_l^s}{\sum_{l \in L} f_l^s} \quad (5)$$

$$C_{WT} = \theta_{WT} \cdot \sum_{w \in W} \sum_{l \in L} V_s^w \cdot \frac{k}{\sum_{l \in L} f_l^s} \quad (6)$$

$$C_{Tr} = \theta_{Tr} \cdot \left(\sum_{w \in W} \sum_{l \in L} V_s^w - \sum_{w \in W} T_w \right) \quad (7)$$

La función objetivo corresponde a los costos sociales, conformados por costos del operador, tiempos de viaje, tiempos de espera, y transbordos. Las variables de decisión son los flujos, V_s^w , y las frecuencias, f_l y f_l^s . El primer conjunto de restricciones (2) exige que la frecuencia efectiva en una sección s debe tomar valores entre 0 y f_l . Las restricciones formuladas en (3) garantizan la continuidad del flujo, donde S_i^+ y S_i^- representan los conjuntos de secciones que nacen y terminan en el nodo i , y las funciones $O(w)$ y $D(w)$ indican el nodo de origen y destino del par w .

Los costos de operación de cada línea se modelan como proporcionales a su frecuencia (4). El tiempo de viaje promedio para cada sección se calcula como el promedio de los tiempos para cada servicio ponderado de acuerdo a sus respectivas frecuencias (5), tt_l^s , corresponde al tiempo de viaje de un servicio en una sección dada, y se puede conocer a partir de la topología de la red y las características de operación en ésta. Los tiempos de espera se asumen inversamente proporcionales a la frecuencia efectiva de cada sección (6). Finalmente, el número de transbordos se calcula como la diferencia entre la cantidad de tramos de viaje con el total de viajes realizados. En estas últimas

expresiones, los parámetros θ_{TT} , θ_{WT} , y θ_{Tr} representan los costos monetarios del tiempo de viaje, de espera, y de cada transbordo.

3. Metodología

Para determinar qué servicios expresos implementar en el corredor se construyó una herramienta para evaluar los costos sociales de diferentes esquemas de operación, consistentes en diferentes combinaciones de servicios y frecuencias. Se diseñaron y programaron además dos algoritmos para la optimización de frecuencias y trazado de los servicios.

En una primera etapa, estos algoritmos se utilizaron para buscar soluciones óptimas bajo diferentes condiciones de operación y escenarios de demanda, para horarios Punta Mañana (PM) y Fuera de Punta (FP). Como resultado se obtuvo para cada escenario el trazado para un servicio expreso que opera en conjunto con un servicio all stop, y las frecuencias de ambos servicios.

A partir de los servicios expresos obtenidos en los diferentes escenarios se escogió un servicio representativo para cada horario. A continuación se volvieron a optimizar las frecuencias en los escenarios, utilizando esta vez el servicio escogido. De esta forma se obtuvieron, además de las frecuencias, las tasas de ocupación, y asignaciones de flota óptimas en cada caso.

En el resto de este capítulo se presentan los datos y parámetros utilizados por el modelo, el método de construcción de las matrices de demanda, y un detalle de los algoritmos utilizados para la optimización.

3.1 Datos y parámetros

La tabla 1 muestra los parámetros de entrada del modelo, junto a los valores utilizados para este experimento.

Tabla 1: Parámetros y valores utilizados.

Parámetro	Valor	Unidades	Descripción
Condiciones de operación			
Vel.	25	Km/h	Velocidad promedio de un bus que recorre el corredor completo sin detenerse en paraderos
tst.	1	min	Tiempo total destinado a frenado, detención y acelerado por cada paradero
t vta.	4	min	Tiempo de retorno en los extremos del corredor
% bus grande	70	%	Proporción de buses grandes versus pequeños de la flota disponible.
Cap. Bus grande	130	pax/bus	Capacidad de los buses grandes.
Cap. Bus chico	90	pax/bus	Capacidad de los buses chicos.
lamba	1	-	Espera promedio en paraderos como proporción del intervalo promedio.
Costos de operación de buses			
C.Op. Variable	500	\$/bus-Km	Costo de operación por kilómetro (bencina, lubricantes, etc.) (bus tipo C)
C.Op. Fijos	2.150.000*	\$/bus-mes	Costo de operación por mes (buses, choferes, etc.) (bus tipo C)
C.Op. Bus Grande	1,80		Proporción costo buses tipo C / tipo B
Hs Punta Mes	150	hr/mes	Horas punta en un mes
Valores del tiempo			
θ t. viaje	16,82	\$/min	Valor del tiempo de viaje percibido por el usuario
θ t. espera	33,63	\$/min	Valor del tiempo de espera percibido por el usuario
valor t. viaje	16,82	\$/min	Valor del tiempo de viaje para la evaluación
valor t. espera	33,63	\$/min	Valor del tiempo de espera para la evaluación

transbordo	84,08	\$	Penalización asociada a un transbordo equivalente a 5 minutos de tiempo de viaje en vehículo
Parámetros de escenarios			
α	100	%	Viajes que modifican su conducta usando el corredor.
β	(escenario)	%	Viajes nuevos capturados por el corredor.
γ	(escenario)	%	Viajes de punta mañana v/s punta tarde.
ϕ	(escenario)	%	Multiplicador del total de viajes.
ρ	(escenario)	%	Ponderador costos fijos.

*Este valor fue sensibilizado para diferentes escenarios.

Los valores asignados a los diferentes parámetros fueron fijados en conjunto con Transantiago y son representativos de las condiciones existentes en el corredor de Avenida Grecia. Se asume que las condiciones de operación, en particular la velocidad y el tiempo de detención en paraderos, son independientes del horario. A pesar de que esto no necesariamente cierto, dado que este corredor operaría en forma segregada en la mayor parte de su trazado estos valores no deberían variar considerablemente. Los valores base para los costos de operación se obtuvieron a partir de los utilizados en De Grange (2009).

En general, se puede asumir que en el horario fuera de punta los costos fijos del operador deberían ser menores o incluso ignorados por completo, dependiendo de cómo esté conformado este costo. Esto es así ya que el horario que define el tamaño de la flota es la punta mañana. Esto quiere decir que los resultados de fuera de punta deben ser verificados para que sus tamaños de flota no excedan los de la punta mañana. En otras palabras, las frecuencias óptimas para este horario corresponden a las sugeridas por la tabla, a menos que superen en flota al horario punta mañana, en cuyo caso estas frecuencias deben ser reducidas proporcionalmente para funcionar con la misma flota. Es por esto que se define el parámetro ρ que permite considerar sólo parte de los costos de operación en el modelo, sensibilizado para diferentes escenarios.

En la tabla se puede observar que existen cinco parámetros (α , β , γ , ϕ y ρ) asociados a los escenarios. Distintas combinaciones de estos valores generan diferentes escenarios. El significado de estos parámetros (excepto ρ) está relacionado con la construcción de matrices de viajes y se explica en la siguiente sección.

3.2 Matrices de demanda

El modelo requiere como variable de entrada los datos de flujos para cada componente de la matriz de viajes y las distancias entre paraderos. Estos datos fueron provistos por Transantiago y reflejan los viajes observados en el corredor antes de ofrecer un servicio expreso. Sin embargo, si se ofrece un mejor nivel de servicio en el corredor es razonable suponer que la demanda en el corredor aumentará, efecto que se incorporará al análisis a través de la generación de escenarios de demanda.

Así, en este estudio, los viajes totales del período k , desde el paradero i al paradero j , representados por M_{ij}^k se formulan como una combinación de distintas fuentes como se presenta a continuación:

$$M_{ij}^k = U_{ij}^k + (1 - \alpha)V_{1ij}^k + \alpha V_{2ij}^k + \beta P_{ij}^k \quad (8)$$

En esta expresión el parámetro U_{ij}^k representa los viajes medidos en el corredor cuyo origen y destino se encuentran contenidos en éste y que actualmente realizan el viaje completo sobre el corredor, y que por lo tanto no debieran modificar su conducta al implementar los nuevos servicios. Las matrices V_{1ij}^k y V_{2ij}^k capturan viajes que tienen su origen y destino sobre el corredor, pero que no realizan el viaje completo sobre éste, como por ejemplo un usuario que va desde Peñalolén hasta el metro Grecia para continuar su viaje a Moneda. La matriz V_{1ij}^k representa la situación donde estos viajes no modifican su conducta, y la matriz V_{2ij}^k corresponde al caso donde los viajes se realizan íntegramente sobre el corredor. Ambos casos se ilustran en la figura 1. De esta forma, el parámetro α permite determinar qué porcentaje de los viajes adaptarían su conducta. Por ejemplo, en el caso de los viajes que utilizan el corredor para llegar al metro Grecia con destino final Moneda, un valor de $\alpha = 0$ implicaría que ningún usuario modificaría su conducta en presencia de los nuevos servicios, mientras que un valor de $\alpha = 1$ correspondería a la situación donde todos estos usuarios optan por realizar el viaje directamente desde Peñalolén hasta Moneda utilizando los buses del corredor. Estos dos tipos de viajes se ilustran en la Figura 1. La matriz P_{ij}^k contiene viajes que potencialmente podrían ser generados gracias a este nuevo corredor, y el parámetro β representa el peso de esta matriz. Como se mencionó anteriormente, estas cuatro matrices (U_{ij}^k , V_{1ij}^k , V_{2ij}^k y P_{ij}^k) fueron proporcionadas para este estudio por Transantiago.

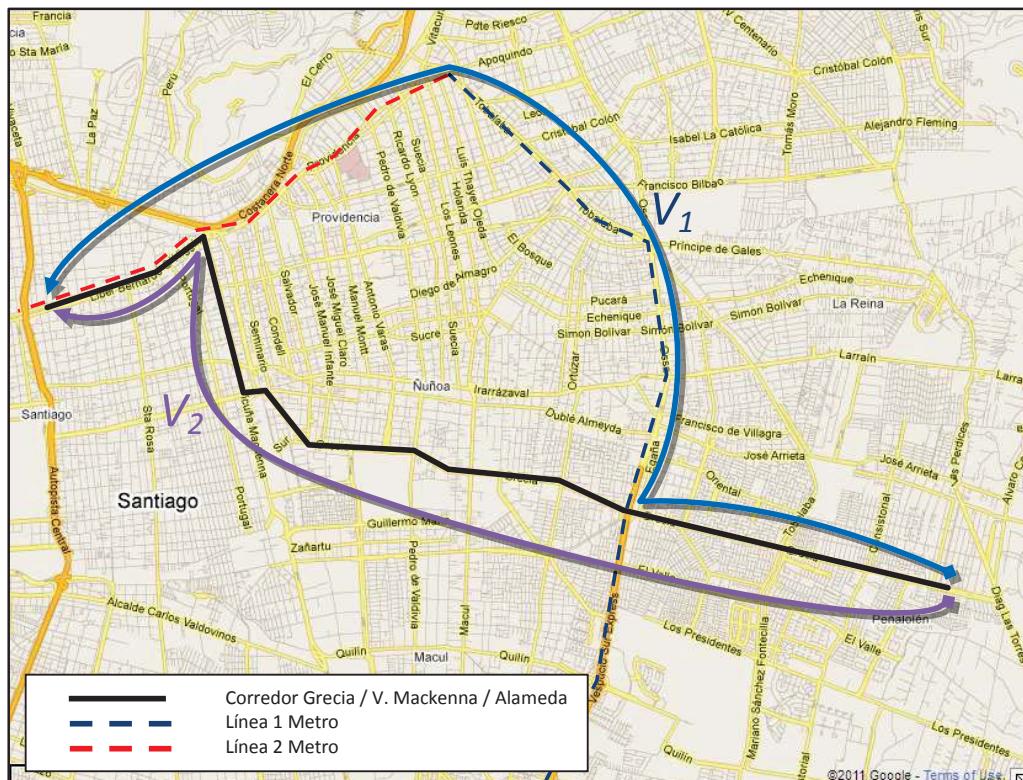


Figura 1: Ejemplos de viajes en matrices V_1 y V_2 .

Las matrices punta mañana y fuera de punta pueden ser combinadas en diferentes proporciones. En el contexto de este estudio esto se utilizó este parámetro porque las matrices medidas tenían muchos ceros que podrían sesgar los resultados, y se consideró que era mejor enriquecerlas

incluyendo algunos viajes tomados del otro período. Con este fin se incluye el parámetro γ (gamma) que representa el porcentaje de la matriz de viajes que proviene de los viajes medidos de la punta mañana. Además, se define un ponderador para amplificar la matriz resultante. Considerando estos parámetros, la matriz que se construye tiene la siguiente estructura:

$$T_{ij} = \text{ponderador} \cdot (\gamma \cdot M_{ij}^{PM} + (1 - \gamma) \cdot M_{ij}^{FP}) \quad (9)$$

Las matrices T_{ij} son las que se le entregan al modelo y que finalmente definen, en conjunto con el parámetro ρ , a los diferentes escenarios.

3.3 Optimización

El método de solución consiste en evaluar diferentes soluciones y determinar su optimalidad local (ya sea modificando la frecuencia de los servicios o el conjunto de paradas que visita). Si bien la metodología ha sido empleada para determinar el mejor servicio expreso a ofrecer, ésta puede aplicarse en forma análoga a un problema en que el número máximo de servicios expresos a ofrecer es mayor. Así, dos algoritmos fueron implementados y utilizados en combinación para obtener los óptimos locales encontrados en cada escenario. El primero, “Optimiza Frecuencias” optimiza las frecuencias de ambas líneas. El segundo algoritmo, “Mejora Paraderos”, busca una mejora de la configuración del servicio expreso considerado.

Como se mencionó anteriormente, en este estudio se consideró sólo soluciones en las que se utiliza un servicio expreso, de forma de facilitar la comprensión del sistema y facilitar su uso. Es importante señalar que Leiva et al (2010) argumenta que la mayor parte de los beneficios sociales se obtiene al agregar el primer servicio expreso. Si bien se puede aumentar estos beneficios al incorporar más servicios, el efecto marginal será inferior.

Optimiza Frecuencias:

1. Evalúa para cada servicio el efecto marginal en los costos sociales de aumentar su frecuencia en una unidad (en esta implementación se utilizó un incremento unitario de 1 veh/hr).
2. Identifica el servicio cuyo efecto marginal reduce en mayor magnitud los costos sociales. Se procede a aumentar sucesivamente la frecuencia de este servicio en una unidad hasta que ya no resulte beneficioso).
3. Identifica el servicio que, teniendo frecuencia distinta de 0, presente un efecto marginal que aumente los costos sociales. Se procede a disminuir su frecuencia sucesivamente en una unidad mientras se obtengan beneficios producto de esta reducción.
4. Volver al paso 1 hasta que en los pasos 2 y 3 no se obtenga beneficio.

Este algoritmo, sin ser muy elaborado, permite encontrar frecuencias óptimas locales para un conjunto de servicios dado. Además, dado que en este caso se está optimizando sólo las frecuencias de un all stop y un expreso, este óptimo local es probablemente el óptimo global del problema, como algunas pruebas partiendo desde diferentes soluciones iniciales han permitido verificar. Sin embargo, lamentablemente no se puede asegurar optimalidad global en todos los casos. No sólo la función objetivo no es convexa, sino que además se han encontrado instancias del problema en las que existe más de un óptimo local.

Mejora Paraderos:

1. Para cada paradero, medir el efecto de cambiar el estado del paradero (abrirlo o cerrarlo). Si este efecto es favorable, mantener el cambio, si no, deshacerlo.

El resultado de este algoritmo puede depender del orden en que se revisan los paraderos. Una posible mejora para el algoritmo acá presentado podría consistir en repetir el procedimiento cambiando el orden en que se hacen las modificaciones para obtener diferentes soluciones. Sin embargo, en esta implementación no se realiza este experimento ya que estas revisiones toman mucho tiempo, y no parecieran afectar en gran medida los costos sociales de la solución final.

En general, la estrategia aplicada para la optimización en los escenarios de este experimento fue alternar ambos algoritmos hasta que ninguno de los dos entregara mejora. El algoritmo de mejora de paraderos se aplicaba sobre el único servicio expreso, naturalmente.

Cabe recalcar que este método de solución no considera capacidad limitada de los buses en ninguno de sus pasos. Cuando una solución no satisface las restricciones de capacidad, se aplicó una heurística diferente para encontrar una solución al problema. Concretamente, la metodología aplicada en este caso para encontrar una solución que respetara la restricción de capacidad consistió en tomar como punto de partida una solución all stop que satisficiera capacidad, y aumentar gradualmente la frecuencia del servicio expreso (ajustando la del all stop en cada paso) hasta llegar a un óptimo local, procurando no dejar de cumplir con la restricción de capacidad a lo largo de este proceso.

4. Escenarios

Los escenarios del experimento realizado se clasifican de acuerdo a diferentes parámetros que determinan su nivel y estructura de demanda:

- Horario: Corresponde al período del día, que puede ser Punta Mañana (PM) o Fuera de Punta (FP). Para obtener la matriz del caso PM se utilizó el parámetro γ (gamma) de la planilla, asignándole un valor de 90%. Esto se hizo de esta manera de forma de enriquecer la matriz resultante, ya que las matrices obtenidas con $\gamma = 100\%$ tenían demasiados ceros. Para FP se utilizó $\gamma = 10\%$, por los mismos motivos.
- Parámetro α : Este parámetro pondera a las matrices V_1 y V_2 para la generación de la demanda. Un valor de $\alpha = 0\%$ asume que los usuarios no modifican su conducta, y $\alpha = 100\%$ corresponde al caso donde todos los usuarios optan por utilizar el corredor para realizar su viaje hasta el destino final. En los escenarios con los que se trabajó se utilizó un valor de $\alpha = 100\%$, de forma de que el diseño propuesto tenga capacidad para atraer a estos pasajeros.
- Parámetro β : Este parámetro pondera los nuevos viajes potencialmente generados entre Grecia y V. Mackenna y la Alameda. Se construyeron escenarios tomando $\beta = 100\%$ y $\beta = 150\%$. Este segundo caso pretende representar la situación donde el nuevo corredor genera incentivos para que los usuarios hagan viajes más largos utilizando el corredor.
- Ponderador: Este parámetro se utiliza para ponderar la matriz completa de viajes. Se estudiaron los casos donde este ponderador toma los valores de 100%, 150% y 200%.
- Parámetro ρ : Existen situaciones en las que por diversos motivos se podría desear conocer la solución óptima que se obtiene ignorando la parte fija de los costos del operador. Dado que el tamaño de la flota queda determinado por el diseño del horario punta mañana, los costos

de depreciación de los buses podrían eventualmente ser ignorados para fuera de punta. Considerando que una parte de los costos fijos mensuales de operación con los que se trabaja pueden corresponder a salarios y otros que no dependen del horario, se construyeron escenarios donde este parámetro tomaba los valores de 50% y 100% en punta mañana, y de 0%, 50% y 100% en fuera de punta.

Estos parámetros se resumen en la Tabla 2 a continuación:

Tabla 2: Parámetros de escenarios

Parámetro	Valores
Horario	PM, FP
Rho (ρ)	0, 50, 100
Alfa (α)	100
Beta (β)	100, 150
Ponderador	100, 150, 200

*El caso $p = 100$ se considera sólo para el horario PM.

Combinando estos parámetros se obtienen los 30 escenarios que fueron evaluados en este experimento (18 en horario punta mañana y 12 fuera de punta).

5. Optimización de Escenarios

Los escenarios presentados fueron optimizados con los algoritmos descritos en la sección anterior. En una primera etapa se buscó para cada escenario el mejor servicio que acompañe al servicio all stop y las frecuencias óptimas de ambos. Los servicios expresos obtenidos en esta fase se presentan en la figura 2. Cada fila de esta figura corresponde a un escenario, y las columnas del extremo derecho describen las paradas del servicio expreso óptimo. Si una celda está coloreada entonces la parada es visitada en el servicio, si está en blanco entonces no es visitada.

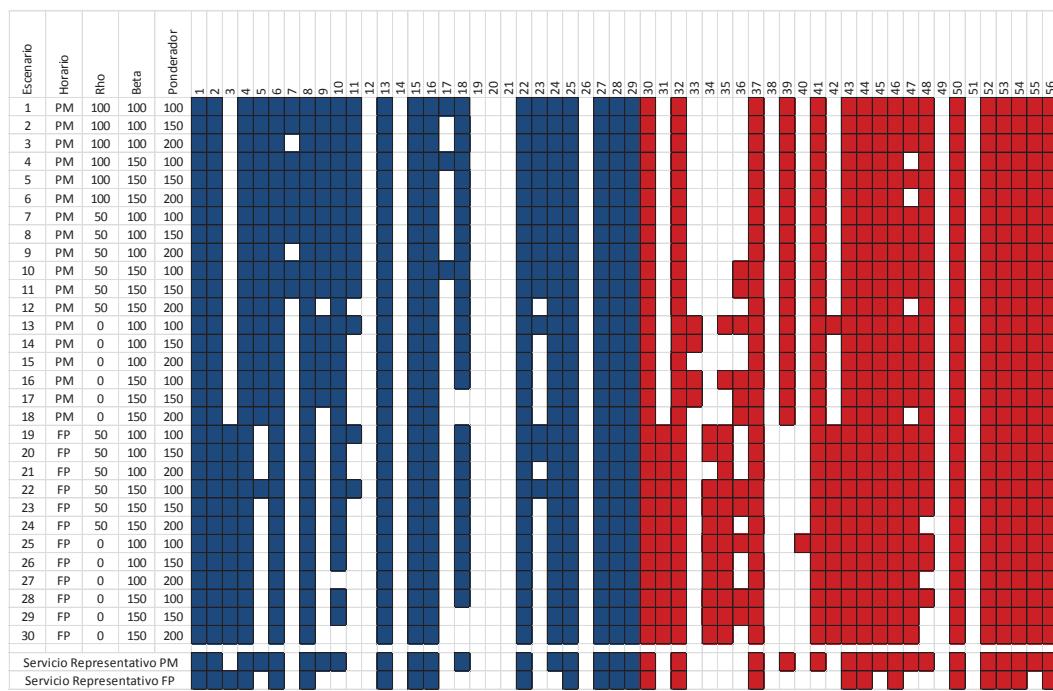


Figura 2: Servicios expresos óptimos.

Se puede observar que en general los servicios óptimos presentan una estructura a grandes rasgos similar para diferentes escenarios a lo largo de un mismo período del día. Esto se debe a que la configuración del servicio expreso depende directamente de la estructura de la matriz de viajes (pares de mayor carga, paraderos con menor utilización, etc.), la que no varía mucho entre escenarios de un mismo período. Llama la atención la existencia de tramos completos donde no se entrega servicio, y de otros tramos donde no se omiten paraderos. Estas particularidades también son consecuencia de la forma de la matriz de demanda.

El modelo implementado no considera la posibilidad de que un viaje que actualmente se origina (o termina) en un paradero pueda ser efectuado desde un nuevo paradero como consecuencia de los cambios en el sistema. Para modelar correctamente esto sería necesario considerar tiempos de acceso a los diferentes paraderos del corredor, incorporando la elección de paraderos como parte de la elección de ruta. Un modelo que considere esta flexibilidad debería entregar mayores beneficios (ya que su dominio contiene al del problema actual), y sería de esperar que los servicios expresos sugeridos omitan todavía más paradas, ya que el perjuicio de omitir paraderos se ve atenuado. Un modelo que incorpore este comportamiento permitiría incluso dejar paraderos fuera del corredor (es decir, no atendidos por ninguno de los servicios) si fuera conveniente.

A partir de estos primeros resultados mostrados en la figura 2 se escogió, para cada horario, un servicio representativo. Éste fue obtenido revisando para cada paradero si era atendido por el expreso en al menos mitad de los escenarios. Las frecuencias de cada escenario fueron optimizadas nuevamente utilizando estos nuevos servicios, de forma de conocer los costos y condiciones de operación del servicio propuesto en cada uno de los escenarios. Los servicios escogidos se muestran al final de la figura 2.

Al optimizar en una primera instancia los escenarios utilizando los servicios propuestos, los resultados arrojan que en los escenarios más optimistas (en términos de demanda) durante la punta mañana la capacidad de los buses se ve superada en algunos servicios (all-stop o expresos). Estimando la capacidad promedio de un servicio como $0,7 \cdot Cap_{Bus\ Grande} + 0,3 \cdot Cap_{Bus\ Chico}$ (de acuerdo a la proporción de buses que conforman la flota del operador en el caso de estudio, indicada en la Tabla 1) y tomando capacidades de 130 y 90 pasajeros por bus respectivamente, se obtiene que el límite de capacidad se encuentra en torno a 118 pax/bus. A este número se le aplicó un factor de 90% para incorporar el efecto de la variabilidad de carga entre buses de un mismo servicio. Con esto, los servicios que mostraron una ocupación promedio mayor a 106 pasajeros por bus debieron ser ajustados para satisfacer la capacidad (destacados en las tablas).

Tabla 3: Soluciones óptimas para servicios seleccionados ajustados por capacidad.

Esc.	Detalle	C. Social (\$/hr)	Frec. All Stop (bus/hr)	Frec. Expreso (bus/hr)	N. Buses All Stop	N. Buses Expreso	Pax/bus All Stop	Pax/bus Expreso
1	PM/100/100/100	2.386.036	13	4	26,5	6,8	102,9	64,7
2	PM/100/100/150	3.317.363	17	10	34,7	16,9	104,9	61,1
3	PM/100/100/200	4.173.962	19	14	38,7	23,6	100,1	92,2
4	PM/100/150/100	2.791.490	15	8	30,6	13,5	103,9	61,5
5	PM/100/150/150	3.884.722	19	13	38,7	22,0	105,1	83,0
6	PM/100/150/200	5.021.603	30	11	61,2	18,6	105,8	84,1

7	PM/50/100/100	2.167.371	13	7	26,5	11,8	93,2	55,0
8	PM/50/100/150	2.997.132	17	10	34,7	16,9	104,9	61,1
9	PM/50/100/200	3.779.508	16	17	32,6	28,7	105,1	88,8
10	PM/50/150/100	2.517.574	15	8	30,6	13,5	103,9	61,5
11	PM/50/150/150	3.497.498	17	14	34,7	23,6	103,8	93,6
12	PM/50/150/200	4.492.819	27	13	55,1	22,0	105,6	96,0
13	PM/0/100/100	1.877.735	17	15	34,7	25,3	51,4	48,1
14	PM/0/100/150	2.620.361	20	21	40,8	35,5	49,6	66,7
15	PM/0/100/200	3.333.132	22	26	44,9	43,9	53,6	77,4
16	PM/0/150/100	2.197.467	18	18	36,7	30,4	53,1	60,8
17	PM/0/150/150	3.079.398	21	24	42,8	40,5	53,0	81,7
18	PM/0/150/200	3.929.350	24	29	48,9	49,0	61,0	90,9
19	FP/50/100/100	1.801.227	11	7	22,4	11,9	70,7	48,5
20	FP/50/100/150	2.471.208	12	12	24,5	20,5	69,1	70,5
21	FP/50/100/200	3.101.939	13	15	26,5	25,6	76,2	82,9
22	FP/50/150/100	2.067.006	11	9	22,4	15,4	80,2	53,4
23	FP/50/150/150	2.844.944	12	14	24,5	23,9	74,4	82,4
24	FP/50/150/200	3.583.704	14	17	28,5	29,0	82,1	92,9
25	FP/0/100/100	1.541.036	14	14	28,5	23,9	37,8	42,0
26	FP/0/100/150	2.140.436	16	19	32,6	32,4	42,7	52,3
27	FP/0/100/200	2.712.859	18	25	36,7	42,6	35,8	63,5
28	FP/0/150/100	1.781.947	14	16	28,5	27,3	41,7	48,8
29	FP/0/150/150	2.485.116	17	22	34,7	37,5	39,3	64,3
30	FP/0/150/200	3.157.407	19	28	38,7	47,8	37,1	74,6

De estos resultados se puede concluir que en la punta mañana convendría implementar el servicio propuesto, en combinación con un all stop, con frecuencias similares de aproximadamente entre 10 a 20 buses por hora en las proyecciones más optimistas de demanda. En el horario fuera de punta la estrategia consiste nuevamente en implementar un expreso y un all stop con frecuencias entre 10 y 20 buses por hora (la misma para ambos).

Para comprender el nivel de participación de los servicios expresos en el óptimo, se utiliza la proporción de buses de la flota total que operan como expreso. En los siguientes dos gráficos se muestran los valores de parámetro a lo largo de los escenarios de ambos horarios.

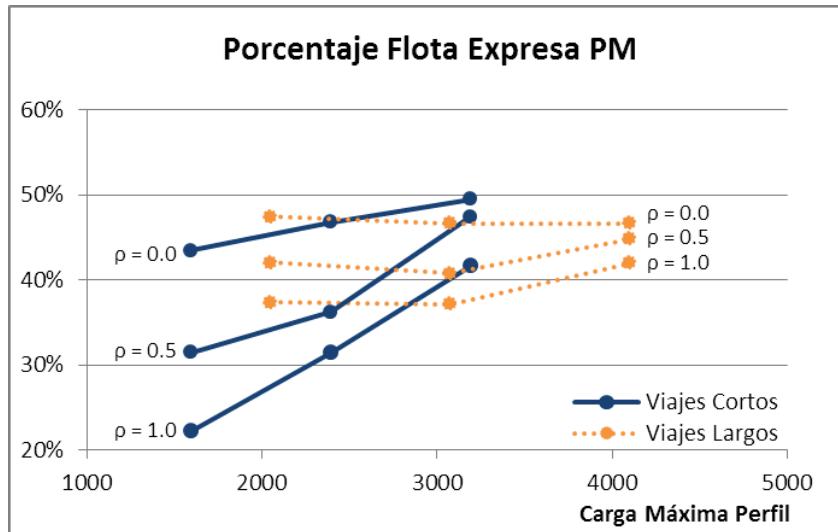


Figura 3: Utilización de servicios expresos en escenarios PM.

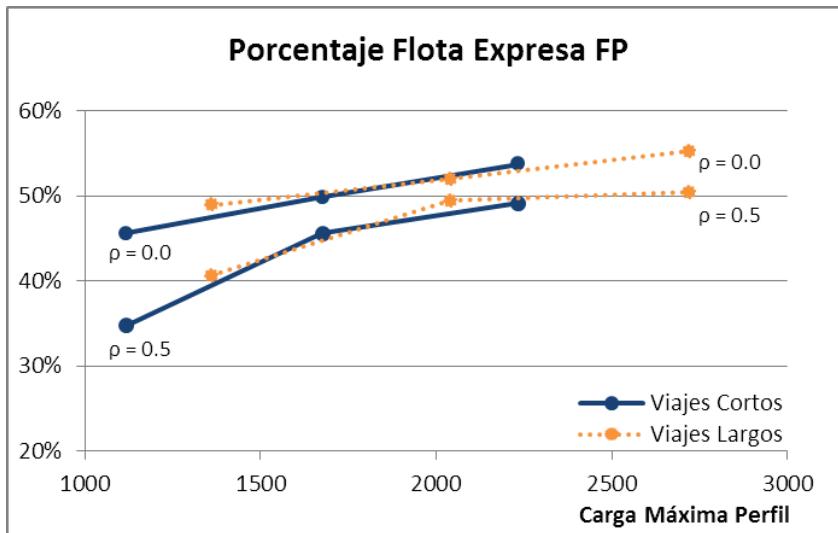


Figura 4: Utilización de servicios expresos en escenarios FP.

Estos gráficos muestran el porcentaje de flota expresa en función del nivel de flujo que circula por el arco más cargado del corredor en cada escenario (Carga Máxima Perfil). Este último parámetro se propone como una medida representativa del nivel de demanda del corredor. Además, las series se clasifican en función del largo de los viajes y del valor de ρ del escenario. El largo promedio de los viajes depende del valor que adopta el parámetro β , que pondera los nuevos viajes generados en el corredor. Dado que los viajes nuevos generados son más largos que los existentes, un valor más alto del parámetro β implica una matriz con viajes en promedio más largos. En el horario punta mañana los escenarios con viajes cortos ($\beta = 100\%$) tienen viajes de una distancia promedio de 4.249 Km, y los viajes largos ($\beta = 150\%$) de 4.524 Km. En horario fuera de punta las distancias promedio son de 4.242 Km para los escenarios con viajes cortos, y de 4.527 Km para los con viajes largos. Los distintos valores de ρ , como se explicó anteriormente, representan distintas ponderaciones para los costos fijos del operador en la evaluación de los costos.

En los gráficos se puede observar, en primer lugar, que cuando los costos del operador son más bajos (es decir, cuando ρ es menor) la participación porcentual de los servicios expresos es mayor. Esto se puede explicar en función de la relación entre los componentes de los costos sociales, análisis que se efectúa más adelante en este artículo.

Con respecto al largo promedio de los viajes se puede apreciar que los escenarios con viajes más largos justifican una mayor participación de los servicios expresos. Para apreciar este efecto se debe comparar dentro de un mismo gráfico las curvas que poseen el mismo valor de ρ . También se puede ver que, naturalmente, al aumentar el largo de los viajes de un escenario también se eleva la carga del corredor. Esto sucede porque la forma en que se han alargado los viajes de los escenarios ha sido agregar nuevos viajes más largos.

Por último, se puede apreciar una tendencia al aumento de la participación de los expresos cuando los niveles de carga del corredor aumentan (representados por el nivel de flujo del arco más cargado). Esta relación, sin embargo, no se cumple en todos los escenarios: la participación de los expresos en los viajes en punta mañana con viajes más largos no aumenta con la carga, y en algunos casos incluso disminuye. Esto sucede debido a que el modelo es sensible a varios factores no graficados acá, como por ejemplo el efecto de la capacidad: al aumentar la demanda puede hacerse activa la restricción de capacidad, haciendo más cara la provisión del servicio para el operador.

Para poder dimensionar los beneficios aportados por los servicios expresos, se buscaron las frecuencias óptimas de los corredores cuando se opera con un único servicio all stop. Evidentemente la restricción de capacidad también fue considerada para la obtención de estas frecuencias y otros indicadores, de forma de poder hacer una comparación válida.

Tabla 4: Optimización de escenarios all stop ajustados por capacidad.

Esc.	Detalle	C. Social (\$/hr)	Frec. (bus/hr)	N. Buses	Pax/bus	Reducción CostoExpresos
1	PM/100/100/100	2.401.843	15,2	30,9	105,3	0,7%
2	PM/100/100/150	3.331.370	23,0	46,9	104,1	0,4%
3	PM/100/100/200	4.267.063	31,0	63,2	103,0	2,2%
4	PM/100/150/100	2.801.539	20,0	40,8	102,5	0,4%
5	PM/100/150/150	3.962.924	30,0	61,2	102,5	2,0%
6	PM/100/150/200	5.100.357	39,0	79,5	105,1	1,5%
7	PM/50/100/100	2.189.263	18,8	38,3	84,9	1,0%
8	PM/50/100/150	3.040.062	23,0	46,9	104,0	1,4%
9	PM/50/100/200	3.874.431	31,0	63,2	103,0	2,4%
10	PM/50/150/100	2.548.198	20,2	41,1	101,7	1,2%
11	PM/50/150/150	3.582.957	30,0	61,2	102,5	2,4%
12	PM/50/150/200	4.606.401	39,0	79,5	105,1	2,5%
13	PM/0/100/100	1.905.834	27,6	56,4	57,7	1,5%
14	PM/0/100/150	2.692.934	33,9	69,0	70,7	2,7%
15	PM/0/100/200	3.458.782	39,1	79,7	81,6	3,6%
16	PM/0/150/100	2.244.247	29,6	60,4	69,2	2,1%
17	PM/0/150/150	3.188.547	36,3	74,0	84,7	3,4%

18	PM/0/150/200	4.110.058	41,9	85,5	97,8	4,4%
19	FP/50/100/100	1.830.636	16,8	34,2	66,6	1,6%
20	FP/50/100/150	2.528.489	20,5	41,9	81,6	2,3%
21	FP/50/100/200	3.198.472	23,7	48,3	94,2	3,0%
22	FP/50/150/100	2.109.362	17,9	36,5	76,0	2,0%
23	FP/50/150/150	2.931.924	21,9	44,7	93,1	3,0%
24	FP/50/150/200	3.725.172	26,0	53,0	104,6	3,8%
25	FP/0/100/100	1.577.857	24,7	50,3	45,3	2,3%
26	FP/0/100/150	2.218.899	30,2	61,6	55,5	3,5%
27	FP/0/100/200	2.840.988	34,9	71,1	64,1	4,5%
28	FP/0/150/100	1.839.549	26,3	53,7	51,7	3,1%
29	FP/0/150/150	2.601.471	32,2	65,7	63,3	4,5%
30	FP/0/150/200	3.343.164	37,2	75,9	73,1	5,6%

En general las reducciones de los costos sociales se encuentran en torno al 3% para escenarios con costos fijos, y al 5% para escenarios con costos fijos reducidos. Estas cifras no son tan altas como las obtenidas en estudios anteriores debido a la escala del perfil de demanda con el que se está trabajando. Al amplificar el perfil de demanda de Avda. Grecia a niveles comparables con los de estudios previos realizados en Av. Pajaritos (también en Santiago de Chile; ver Leiva et al, 2010), las reducciones de costos empiezan a rondar el 10%.

En los gráficos que siguen se presenta la reducción porcentual de los costos sociales con respecto a un escenario all stop (es decir, sin servicios expresos), para la punta mañana y para fuera de punta.

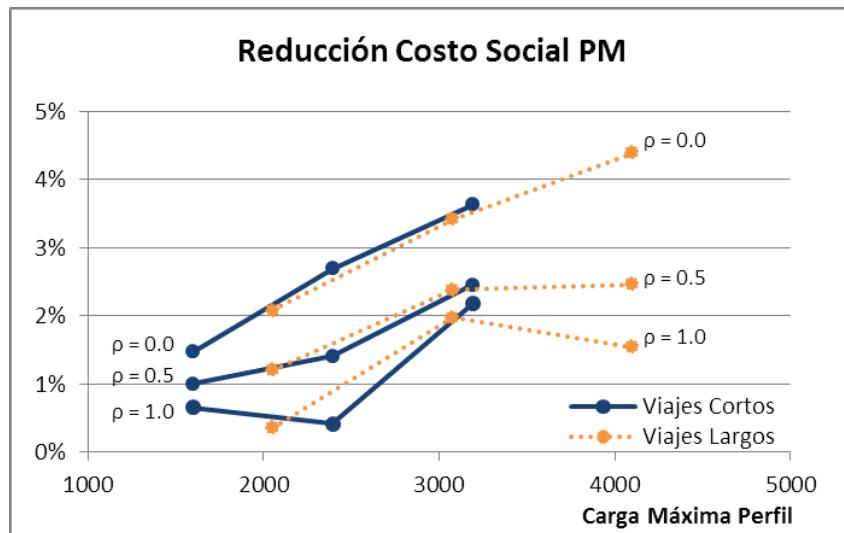


Figura 5: Beneficio por expresos en escenarios PM.

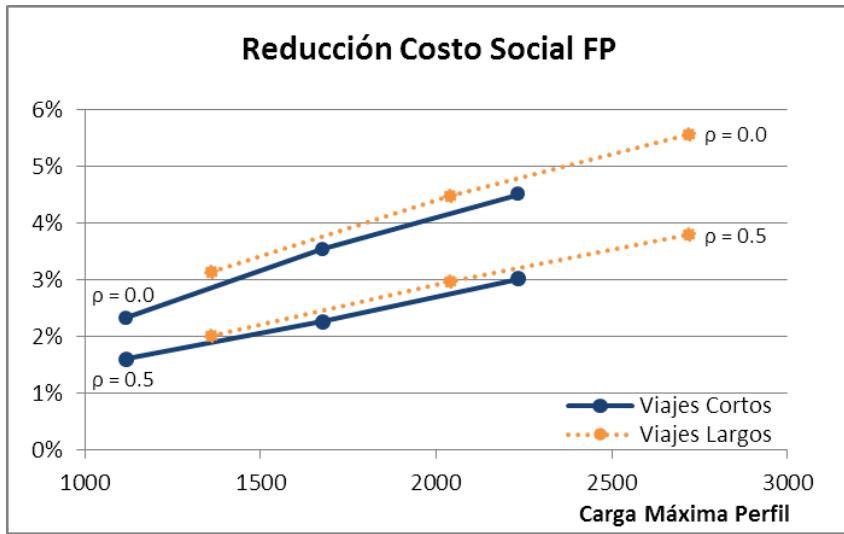


Figura 6: Beneficio por expresos en escenarios FP.

La reducción porcentual de los costos sociales se comporta de manera similar a la participación porcentual de los expresos a lo largo de los escenarios: aumenta cuando los costos del operador son menores, cuando los viajes son más largos, y cuando el escenario tiene un mayor número de viajes (aunque esta última relación no se cumple en todos los casos).

La disminución de los costos sociales al implementar servicios expresos puede producirse por una combinación de factores. Para entender mejor este efecto, en la tabla a continuación se presenta una comparación de los diferentes elementos de los costos sociales entre las soluciones expresas y all stop en cada escenario.

Tabla 5: Comparación costos expresos v/s all stop.

Escenario	Detalle	Expresos						All Stop					
		C. Social	C. Operación	C. T. Viaje	C. T. Espera	C. Transbordo	C. Social	C. Operación	C. T. Viaje	C. T. Espera	C. Transbordo		
1	PM/0/100/100/100	2.39	0.60	1.26	0.53	0.00	2.40	0.55	1.30	0.55	0.00		
2	PM/0/100/100/150	3.32	0.93	1.85	0.53	0.00	3.33	0.83	1.96	0.54	0.00		
3	PM/0/100/100/200	4.17	1.13	2.38	0.65	0.00	4.27	1.12	2.61	0.54	0.00		
4	PM/0/100/150/100	2.79	0.80	1.52	0.48	0.00	2.80	0.72	1.60	0.48	0.00		
5	PM/0/100/150/150	3.88	1.10	2.22	0.57	0.00	3.96	1.09	2.40	0.48	0.00		
6	PM/0/100/150/200	5.02	1.44	3.04	0.54	0.00	5.10	1.41	3.20	0.49	0.00		
7	PM/0/50/100/100	2.17	0.46	1.24	0.47	0.00	2.19	0.44	1.30	0.44	0.00		
8	PM/0/50/100/150	3.00	0.61	1.85	0.53	0.00	3.04	0.54	1.96	0.54	0.00		
9	PM/0/50/100/200	3.78	0.74	2.35	0.69	0.00	3.87	0.73	2.61	0.54	0.00		
10	PM/0/50/150/100	2.52	0.52	1.52	0.48	0.00	2.55	0.47	1.60	0.47	0.00		
11	PM/0/50/150/150	3.50	0.70	2.18	0.62	0.00	3.58	0.71	2.40	0.48	0.00		
12	PM/0/50/150/200	4.49	0.91	2.99	0.59	0.00	4.61	0.92	3.20	0.49	0.00		
13	PM/0/0/100/100	1.88	0.35	1.18	0.35	0.00	1.91	0.30	1.30	0.30	0.00		
14	PM/0/0/100/150	2.62	0.45	1.73	0.45	0.00	2.69	0.37	1.96	0.37	0.00		

15	PM/0/0/100/200	3.33	0.52	2.28	0.53	0.00	3.46	0.43	2.61	0.43	0.00
16	PM/0/0/150/100	2.20	0.39	1.42	0.38	0.00	2.24	0.32	1.60	0.32	0.00
17	PM/0/0/150/150	3.08	0.49	2.09	0.50	0.00	3.19	0.40	2.40	0.40	0.00
18	PM/0/0/150/200	3.93	0.58	2.79	0.56	0.00	4.11	0.46	3.20	0.46	0.00
19	FP/0/50/100/100	1.80	0.41	0.97	0.42	0.00	1.83	0.40	1.04	0.40	0.00
20	FP/0/50/100/150	2.47	0.54	1.40	0.53	0.00	2.53	0.48	1.56	0.48	0.00
21	FP/0/50/100/200	3.10	0.63	1.84	0.64	0.00	3.20	0.56	2.08	0.56	0.00
22	FP/0/50/150/100	2.07	0.45	1.17	0.44	0.00	2.11	0.42	1.27	0.42	0.00
23	FP/0/50/150/150	2.84	0.58	1.67	0.59	0.00	2.93	0.52	1.90	0.52	0.00
24	FP/0/50/150/200	3.58	0.70	2.22	0.67	0.00	3.73	0.61	2.53	0.58	0.00
25	FP/0/0/100/100	1.54	0.31	0.93	0.31	0.00	1.58	0.27	1.04	0.27	0.00
26	FP/0/0/100/150	2.14	0.38	1.37	0.39	0.00	2.22	0.33	1.56	0.33	0.00
27	FP/0/0/100/200	2.71	0.47	1.77	0.47	0.00	2.84	0.38	2.08	0.38	0.00
28	FP/0/0/150/100	1.78	0.33	1.11	0.34	0.00	1.84	0.29	1.27	0.29	0.00
29	FP/0/0/150/150	2.49	0.42	1.63	0.43	0.00	2.60	0.35	1.90	0.35	0.00
30	FP/0/0/150/200	3.16	0.51	2.13	0.51	0.01	3.34	0.41	2.53	0.41	0.00

En la última tabla se puede ver que en general el efecto de incorporar servicios expresos es un aumento leve en los costos de operadores y de tiempos de espera (que son de igual magnitud además cuando no hay servicios fijos ni restricción activa de capacidad) compensado por una mayor disminución en los costos por tiempo de viaje. Es decir el gran beneficiado al incluir servicios expresos en la oferta es el usuario en especial aquél que realiza viajes entre paradas de mayor afluencia.

Como se mencionó antes, esta tabla también permite entender mejor por qué una disminución en los costos de los operadores hace aumentar la participación óptima de los servicios expresos. Como se puede apreciar, lo que sucede al incorporar servicios expresos en este corredor es que el operador aumenta levemente sus costos para entregar una mejora en el nivel de servicio (traducido en viajes más rápidos). De esta forma, al disminuir los costos del operador se puede justificar una participación mayor de los servicios expresos.

Esta última relación es particular a este caso de estudio, ya que también es posible en algunos casos que el principal beneficiado por los ahorros de los expresos sea el operador en lugar de los usuarios. Una forma de que esto ocurra es considerando un caso donde los servicios son muy caros de proveer y donde los valores del tiempo son relativamente bajos. En un escenario así, los servicios expresos podrían implementarse para hacer un uso más eficiente de la flota, posiblemente a costa de hacer a algunos usuarios tardar un poco más en sus viajes.

6. Conclusiones

El análisis de los diferentes escenarios bajo diferentes condiciones de operación nos permite concluir que:

1. En horario punta mañana si se deseara implementar un expreso, se recomendaría el mostrado en la figura 2. La frecuencia de este servicio óptimo dependerá directamente de cuán optimistas sean las predicciones de demanda, oscilando entre los 15 y los 40 buses por hora, correspondientes a una flota de entre 30 y 80 buses. Estos números muestran que

existe una fuerte dependencia entre los resultados y los parámetros asumidos, lo que exige un análisis cuidadoso de los escenarios antes de tomar una decisión. Considerando que en los resultados las frecuencias y flotas más bajas ya corresponden a un escenario relativamente optimista ($\alpha = 100\%$, $\beta = 100\%$), y que los números más altos provienen de un escenario donde la demanda ha sido duplicada, parece lo más sensato trabajar con una frecuencia de 15 buses por hora, que implica utilizar una flota de alrededor de 30 buses durante este período. En horario fuera de punta resultaría conveniente implementar el servicio expreso mostrado en la figura 2, con una frecuencia entre 10 y 30 buses por hora, dependiendo de las predicciones de demanda. Por los motivos antes expuestos resultaría razonable trabajar en este caso con una frecuencia de 10 buses por hora, equivalente a una flota de 25 buses.

2. Los servicios propuestos deben ser revisados a nivel de paraderos. Existen algunas paradas omitidas en los diseños que resultan contraintuitivas al mirarlas en el mapa, pero que se justifican en función de los viajes observados en las matrices de viaje.
3. El modelo implementado considera matrices de viajes fijas entre paraderos. Si se permitiera que los usuarios modificaran su conducta escogiendo el paradero de subida y bajada de su viaje de acuerdo a los servicios existentes, los beneficios reportados serían necesariamente mayores, ya que el dominio de este nuevo problema contiene al del problema original. Se esperaría además una mayor presencia de servicios expresos, y éstos que omitan un mayor número de paraderos. Los autores se encuentran actualmente desarrollando un modelo que considera este efecto.
4. Se pudo corroborar que cuando los viajes de un corredor son más largos, los servicios expresos son más beneficiosos y se utilizan en forma más intensiva. También se pudo ver que el nivel de demanda es un factor importante en el diseño de los servicios expresos: los experimentos realizados muestran que hay una tendencia a utilizar más expresos en escenarios de mayor demanda. Por último, se observó que en este estudio de caso un menor costo del operador justificaba una mayor utilización de servicios expresos, pero se tiene la firme sospecha de que esto no es generalizable, sino sólo una particularidad del caso estudiado.

7. Bibliografía

- BAAJ, M.H. y MAHMASSANI, H.S. (1992). AI-Based System Representation and Search Procedures for Transit Route Network Design. *Transportation Research Record*, 1358, 67-70.
- BAAJ, M.H. y MAHMASSANI, H.S. (1995). A Hybrid Route Generation Heuristic Algorithm for the Design of Transit Networks. *Transportation Research C*, 3C(1), 31-50.
- CEDER, A. (2003). Designing Public Transport Network and Routes. In: Lam, W.H.K. and M.G.H. Bell (eds.). *Advanced Modeling for Transit Operations and Service Planning*. Pergamon, 59-92.
- CEDER, A. y STERN, H.I. (1981). Deficit Function Bus Scheduling with Deadheading Trip Insertion for Fleet Size Reduction. *Transportation Science*, 15(4), 338-363.
- CEDER, A. y WILSON, N. (1986). Bus Network Design. *Transportation Research B*, 20(4), 331-44.
- CHRIQUI, C. y ROBILLARD, P. (1975). Common Bus Lines. *Transportation Science*, 9, 115-121.

- DE GRANGE, L. (2009). Análisis Comparativo de Costos de Metro y Bus en un Corredor Segregado de Transporte Público. *Actas del XIV Congreso Chileno de Transporte*.
- DESAULNIERS, G. y HICKMAN, M. (2007). Public Transit. In: Barnhart, C. and Laporte, G., (eds.). *Handbooks in Operations Research and Management Science*, Vol. 14, *Transportation*. Amsterdam, North-Holland, 69-128.
- FAN, W. y MACHEMELH, R. (2006). Using a Simulated Annealing Algorithm to Solve the Transit Route Network Design Problem. *Journal of Transportation Engineering*, 132(2), 122-32.
- FERNÁNDEZ, J.E., DE CEA, J. y MALBRAN, H. (2008). Demand Responsive Urban Public Transport System Design: Methodology and Application. *Transportation Research A*, 42, 951-972.
- FERNÁNDEZ, J.E., DE CEA, J. y NORAMBUENA, I. (2003). Una Metodología para el Diseño Topológico de Sistemas de Transporte Público Urbano de Pasajeros. In *Proceedings of the XI Congreso Chileno de Ingeniería de Transporte*, Santiago de Chile.
- FURTH, P.G. (1987). Short Turning on Transit Routes. *Transportation Research Record*, 1108, 42-52.
- FURTH, P.G. y DAY, F.B. (1985). Transit Routing and Scheduling Strategies for Heavy Demand Corridors. *Transportation Research Record*, 1011, 23-26.
- GUIHAIRE, V. y HAO, J.K. (2008). Transit Network Design and Scheduling: A Global Review. *Transportation Research A*, 42, 1251-1273.
- LEBLANC, L. (1988). Transit System Network Design. *Transportation Research B*, 22B(5), 383-390.
- LEIVA, C. (2008). Diseño de Servicios Expresos Para un Corredor de Transporte Público con Restricción de Capacidad. Memoria. Escuela de Ingeniería. Pontificia Universidad Católica de Chile.
- MAUTTONE, A. y URQUHART, M. E. (2009). A Route Set Construction Algorithm for the Transit Network Design Problem. *Computers & Operations Research*, 36(8), 2440-2449.
- TURNQUIST, M.A. (1979) Zone Scheduling of Urban Bus Routes. *Transportation Engineering Journal*, 105(1), 1-13