

# TARIFICACIÓN ÓPTIMA DE ESTRUCTURAS DE LÍNEAS

Nicolás Esperguiel, [nicolasesperguiel@gmail.com](mailto:nicolasesperguiel@gmail.com)  
Esteban Muñoz-Paulsen, [emunozpaulsen@gmail.com](mailto:emunozpaulsen@gmail.com)

## RESUMEN

En este trabajo se estudia la tarificación óptima de estructuras de líneas de buses para diferentes patrones de demanda, en presencia de sustitución con el modo auto, considerando congestión vehicular e infraestructura dedicada para el transporte público. Este modelo permite revisar la relación entre tarifa y distancia de viaje incluyendo distintas configuraciones de la red de transporte. Se obtiene que un esquema de tarifa diferenciada (por par OD), considerando capacidad vial exógena, genera mayor bienestar social que un esquema de tarifa única -independiente de la estructura de líneas-, aunque este último genera mayor bienestar para los usuarios.

*Palabras clave: Tarificación, Estructuras de Líneas, Diseño de Transporte Público*

## ABSTRACT

In this work we study optimal pricing of buses lines structures for different demand patterns, in presence of modal substitution with car, considering congestion and dedicated bus infrastructure. This model allows to revisit the relation between fare and travel distance including different transit networks configurations. We obtain that a differentiated fare scheme (by OD pair), considering exogenous road capacity, generates higher social welfare than a flat fare scheme – independent of the lines structures – although the latter generates a higher user benefit.

*Keywords: Pricing, Lines Structures, Transit Design*

# 1 INTRODUCCIÓN

La tarificación óptima de transporte público ha sido ampliamente estudiada en la literatura. El enfoque para abordar este tópico se ha centrado principalmente en el nivel de las tarifas y la necesidad de subsidio de los sistemas, sin embargo, la dimensión espacial de estas ha sido un poco ignorada, tal como, manifiesta Kerin (1992). En los trabajos que se han centrado en la dinámica espacial de las tarifas, existe cierta divergencia acerca de qué es lo óptimo para un sistema de transporte público, algunos postulan que la tarifa debe tener una relación directa con la distancia de viaje, otros que la tarifa debe ser plana e incluso hay trabajos en los cuales se argumenta que está relación debe ser inversa. Además, los trabajos que han estudiado esta relación se han centrado en líneas de transporte aisladas ignorando la dimensión espacial de las líneas de transporte. Entendiendo que la definición de tarifas es un tema sumamente relevante y sensible para los reguladores, creemos que es de suma importancia estudiar tarificación y su relación con las estructuras de líneas de un sistema a la vez de considerar un ambiente más realista con diferentes patrones de demanda y un modo auto sujeto a congestión y sin tarificación. De esta manera se busca también visitar la relación entre tarifa y distancia de viaje y ser un aporte en la literatura existente.

El diseño de un sistema de transporte público enfrenta múltiples decisiones estratégicas y tácticas que incluyen la determinación de la estructura de líneas (i.e. red de líneas), frecuencias y tamaños de vehículo de cada línea, espaciamiento de líneas, y tarifas.

El diseño óptimo considerando una línea aislada tiene énfasis en el estudio de variables como la frecuencia y el tamaño de flota (Mohring, 1972), e incluyendo también el tamaño de vehículo (Jansson 1980; Jara-Díaz y Gschwender, 2009). Considerando múltiples líneas paralelas, Chang y Schonfeld (1991) y Fielbaum et al. (2020) estudian la relación entre el espaciamiento de líneas y la demanda. Los modelos de diseño óptimo se han extendido a redes regulares y sencillas ya que estas apoyan la toma de decisiones estratégicas y el análisis de políticas de transporte (Ceder, 2001). La literatura presenta redes regulares tipo grilla o circular (e.g. Daganzo, 2010; Badia et al., 2014), redes que describen ciudades paramétricamente (Fielbaum et al., 2017), y redes con pocos nodos y arcos en forma de cruz (Jara-Díaz et al., 2018) y de corredores (Jara-Díaz et al., 2012).

El diseño de estructuras de líneas de buses se ha centrado en estas redes con el propósito de explorar sus características sirviendo en distintas condiciones espaciales y de demanda. Considerando representaciones de ciudades, Badia et al., (2016), Fielbaum et al., (2016) y Badia (2020) obtienen que, en general, en ciudades con demanda baja las redes tipo hub & spoke son adecuadas cuando el centro es importante y tipo troncal - alimentador cuando existe poco monocentrismo; en ciudades de demanda intermedia y alta, las redes de líneas directas y exclusivas son aplicables, respectivamente. En corredores, Jara-Díaz et al. (2012) estudian el desempeño de una línea única, líneas con transbordos, líneas compartidas y líneas exclusivas para distintas distribuciones de demanda sobre una red con dos secciones y dos pares origen-destino. Como extensiones al modelo anterior, Gschwender et al. (2016) consideran dispersión de la red vial en uno de los extremos del corredor, y Jara-Díaz y Muñoz-Paulsen (2021) consideran estructuras que incluyen hasta dos tecnologías de transporte y un tercer par origen-destino. Rietveld y van Woudenberg (2007) también

consideran un corredor representado por dos secciones y tres pares origen-destino para investigar el efecto de las variables de diseño frecuencia, tamaño de vehículo y tarifa sobre la maximización del bienestar social.

Los modelos hasta aquí mencionados consideran sistemas donde cada modo está aislado. En presencia de competencia con el auto privado, la literatura es extensa incluyendo modelos de elección discreta y tarificación de ambos modos. Bajo este último escenario, Basso y Jara-Díaz (2012) modelan y analizan el diseño de un servicio genérico de transporte público con la frecuencia, tarifa y peaje como variables de diseño, considerando enfoque de maximización del bienestar social según costo generalizado del transporte público (que incluye el tiempo de viaje, tiempo de espera y tarifa), del auto privado (tiempo de viaje, peaje y costo de operación), y costos de operación del transporte público. Tirachini et al. (2014) modelan una línea de buses que opera en competencia al auto privado en vía de uso mixto (i.e. existe congestión entre modos) y la caminata; las variables de diseño incluyen la tarifa, frecuencia y tamaño de bus, y el peaje del auto. Basso y Silva (2014) estudian la eficiencia de subsidios, tarificación vial y pistas sólo bus, considerando periodos punta y fuera de punta en una vía donde operan buses en competencia al auto y con variables de diseño: frecuencia y tarifas (bus y de congestión) en cada periodo, tamaño de buses, espaciamiento entre paradas, y disposición de pistas sólo bus.

Respecto de la determinación de tarifas óptimas de transporte público, Kerin (1992) y Hörcher y Tirachini (2021) realizan una muy buena síntesis al respecto. Ellos identifican la existencia de tarifas de primer (ver por ej: Mohring, 1972; Turvey y Mohring, 1975 y Jansson, 1980) y segundo mejor (ver Mohring, 1979; Bly and Oldfield, 1987), tarificación no uniforme (ver Jara-Díaz et al. 2016) y en particular Kerin, también remarca la dimensión espacial de la tarificación, en donde hay estudios que indican que las tarifas eficientes debiesen ser planas, crecientes con la distancia de los viajes (ver Cervero, 1981) e incluso decrecientes (Mohring, 1972), tal como mencionamos anteriormente. Recientemente, Pavón y Rizzi (2019) estudian el rol de la tarificación considerando la interrelación con la capacidad vial.

El objetivo de este artículo es estudiar la tarificación óptima de estructuras de líneas de transporte público incluyendo la determinación de frecuencias y tamaños de vehículos en un marco en el que existe competencia con el modo privado sin tarificación vial. En la siguiente sección explicamos el modelo que utilizamos para esta investigación. En la Sección 3 presentamos e interpretamos los resultados bajo dos escenarios variando patrones y volumen de demanda. Finalmente, en la Sección 4 extraemos las principales conclusiones y posibles extensiones.

## **2 MODELO**

Nuestro modelo se compone de 3 nodos con patrones de demanda descritos de manera paramétrica. A cada nodo le damos una interpretación consistente con lo que ocurre en un corredor durante una hora de punta mañana. De esta manera nuestro modelo considera la existencia de un centro o CBD (del inglés “Central Business District”) que solo atrae viajes,

un subcentro (SC) en donde se generan y atraen viajes y de una periferia (P) en donde solo se generan viajes (ver Figura 2.1). La distancia entre el nodo CBD y SC es  $L$  y entre SC y P,  $gL$ .

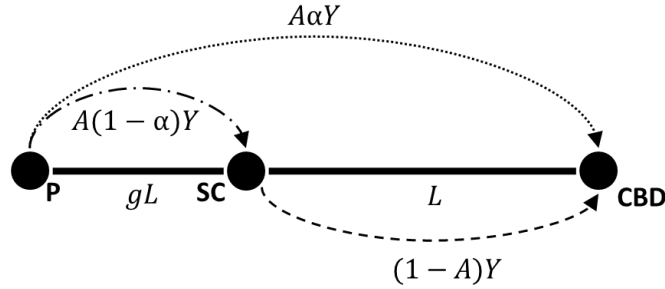


Figura 2.1: Representación del corredor

El patrón de los viajes totales ( $Y$ ) es capturado de manera paramétrica a través de  $\alpha$  y  $A$ , en donde  $A$  representa la proporción de los viajes totales que son generados en la periferia y  $\alpha$  representa la proporción de los viajes generados en la periferia que tienen como destino el CBD (ver Figura 2.1). Los tres pares Origen-Destino (OD) en nuestro modelo son: i) Periferia-CBD o P-CBD, ii) Subcentro-CBD o SC-CBD y iii) Periferia-Subcentro o P-SC.

Nuestro modelo considera la existencia de dos modos de transporte: bus y auto. En el caso del modo bus suponemos la existencia de infraestructura dedicada exclusivamente al transporte público, por lo cual, la potencial congestión del modo auto no afecta a los buses. Por otra parte, nuestro modelo captura la congestión vial del modo privado a través de una función BPR:

$$t_c^k = t_0^k \left( 1 + \gamma \left( \frac{\sum_j Y_c^j}{Q} \right)^\delta \right), \quad (1)$$

en donde  $t_c^k$  representa el tiempo de viaje en auto ( $c$ ) en el arco  $k$ ,  $t_0^k$  representa el tiempo de viaje a flujo libre en el arco  $k$ ,  $\gamma$  y  $\delta$  son parámetros de calibración,  $Y_c^j$  representa el flujo vehicular de los distintos pares OD  $j$  que utilizan el arco  $k$ ,  $\varepsilon$  representa la tasa de ocupación promedio del modo auto y  $Q$  corresponde a la capacidad de la vía.

En el modo transporte público consideramos que pueden existir diferentes estructuras de líneas, incluyendo: i) línea única (P-SC-CBD), ii) líneas con transbordo (P-SC y SC-CBD) y iii) líneas exclusivas: P-CBD (sin detención en SC), SC-CBD y P-SC. La línea única consta de una ruta que conecta periferia, subcentro y CBD, las líneas con transbordo constan de dos líneas, una entre periferia y subcentro y otra entre periferia y CBD, y las líneas exclusivas constan de tres líneas, una para cada par OD.

Se asume que la elección modal es probabilística, en donde la probabilidad depende de la diferencia de los costos generalizados, específicamente estamos asumiendo que los errores distribuyen Gumbel i.i.d, es decir, estamos ante la presencia de un modelo de elección Logit binomial. Para un par OD cualquiera  $i$ , la demanda de transporte público ( $Y_t^i$ ) queda determinada por la siguiente expresión:

$$Y_t^i = Y^i \cdot \frac{\exp(-CG_t^i)}{\exp(-CG_t^i) + \exp(\theta_c - CG_c^i)}, \quad (2)$$

en donde  $Y^i$  representa la demanda de transporte total en el par OD  $i$ ,  $CG_t^i$  y  $CG_c^i$  representan el costo generalizado de viaje de los usuarios de transporte público y auto, respectivamente, y  $\theta_c$  representa la constante modal del modo auto.

El costo generalizado de cada modo se encuentra compuesto tanto por los costos monetarios directos como por el costo relacionado con el tiempo que los usuarios experimentan. En el caso de los usuarios que utilizan el modo auto su costo generalizado se encuentra compuesto por el costo operacional (neumáticos, combustible, mantenciones generales, entre otros) y el costo asociado al tiempo de viaje:

$$CG_c^i = c_k \cdot d + P_v \cdot t_c^i, \quad (3)$$

en donde  $d$  es la distancia recorrida; la cual es  $(1 + g)L$  para el par OD P-CBD,  $L$  para el par OD SC-CBD y  $gL$  para el par OD P-SC (ver Figura 2.1);  $c_k$  es el costo por kilómetro,  $P_v$  el valor del tiempo de viaje y  $t_c^i$  es el tiempo de viaje en auto del par OD  $i$ . Cabe destacar que en nuestro modelo no considera la existencia de tarifación vial. Para el caso de los usuarios de transporte público, su costo generalizado  $CG_t^i$  se encuentra compuesto de la tarifa  $e$ , el costo del tiempo espera y el costo del tiempo de viaje en vehículo. Dado que en el modo transporte público estamos considerando distintos tipos de estructuras de líneas, el costo generalizado se ve de manera diferente dependiendo de estas. En el caso del par OD P-CBD, el costo generalizado para las distintas estructuras de líneas, se ve de la siguiente manera:

$$CG_t^{P-CBD} = e_{P-CBD} + \frac{P_w}{2f} + P_v \left( \frac{(1+g) \cdot L}{v} + \min \left\{ t_b \cdot \frac{Y_t^{P-SC}}{f}, t_s \cdot \frac{Y_t^{SC-CBD}}{f} \right\} \right), \quad (4)$$

$$CG_t^{P-CBD} = e_{P-CBD} + \frac{P_w}{2f'} + \frac{P_w}{2f} + P_v \left( \frac{(1+g) \cdot L}{v} + t_{tr} + t_b \cdot \frac{Y_t^{P-CBD} + Y_t^{P-SC}}{2f'} + t_b \cdot \frac{Y_t^{P-CBD} + Y_t^{SC-CBD}}{2f} \right), \quad (5)$$

$$CG_t^{P-CBD} = e_{P-CBD} + \frac{P_w}{2f} + P_v \left( \frac{(1+g) \cdot L}{v} + t_b \cdot \frac{Y_t^{P-CBD}}{2f} \right), \quad (6)$$

en donde la ecuación (4) representa el costo generalizado del par OD P-CBD para la estructura de línea única, la ecuación (5) para la estructura de líneas con transbordo y la

ecuación (6) para la estructura de líneas exclusivas. En dichas ecuaciones  $e_{P-CBD}$  representa la tarifa del par O-D Periferia-centro,  $f$  es la frecuencia de la línea respectiva (en el caso de líneas con transbordo se usa  $f'$  para diferencias la frecuencia de la línea que sirve el par P-SC del par SC-CBD),  $P_w$  y  $P_v$  son los valores del tiempo de espera y de viaje,  $t_s$  y  $t_b$  son los tiempos de subida y bajada de un pasajero,  $v$  es la velocidad cruceo del sistema,  $Y_t^{P-CBD}$ ,  $Y_t^{SC-CBD}$  y  $Y_t^{P-SC}$  es la demanda de transporte público de los pares OD indicados en el supra-índice respectivo.

Respecto al operador de transporte del modo bus, los costos considerados son capital ( $c_c$ ) y operación ( $c_o$ ), los cuales varían con el tamaño de vehículo ( $K$ ). Luego el costo total del operador para una línea ( $l$ ) es:  $C_l(f, K) = f \cdot t_c \cdot (c_{c0} + c_{c1}K) + 2 \cdot d_t \cdot f \cdot (c_{o0} + c_{o1}K)$ , en donde  $t_c$  es el tiempo de ciclo y  $d_t$  es la distancia recorrida.

El bienestar social en nuestro modelo se compone de los beneficios netos percibidos por los usuarios de bus y auto y por el beneficio neto de la operación del sistema de transporte público. El beneficio de los usuarios se captura a través de la variación del Excedente Marshalliano del Consumidor ( $\Delta EMC$ ), mientras que el segundo corresponde a la diferencia entre los ingresos y costos privados del sistema de transporte público ponderado por el costo marginal de los fondos públicos ( $\psi$ ). La siguiente ecuación describe de manera general el bienestar social ( $BS$ ) de nuestro modelo:

$$BS = \sum_i \Delta EMC_i + \psi [\sum_i e_i \cdot Y_t^i - \sum_l C_l(f, K)], \quad (7)$$

donde el Excedente Marshalliano del Consumidor del par OD  $i$ , al haber considerado un modelo logit, se encuentra dado por la fórmula de la logsuma:

$$\Delta EMC_i = \frac{Y^i}{\lambda} \ln \sum_j \exp CG_j^i, \quad (8)$$

donde  $j$  corresponde al modo de transporte utilizado,  $Y^i$  corresponde a los viajes generados en el par OD  $i$  y  $\lambda$  es la utilidad marginal del ingreso. Como en este modelo suponemos individuos idénticos no estamos considerando efecto ingreso, por lo cual,  $\lambda$  se encuentra normalizado en uno.

El foco de esta investigación se encuentra en entender el esquema de tarificación espacial óptimo del sistema de transporte público para diferentes tipos de estructuras de líneas. Para ello, en cada estructura de línea considerada: línea única, líneas con transbordo y líneas exclusivas, se consideran dos esquemas tarifarios, uno en que la tarifa es única, es decir, independiente del par OD se cobra la misma tarifa y otro en que la tarifa es diferenciada por par OD.

Para encontrar la tarificación óptima dada una estructura de línea, buscamos el diseño del sistema de transporte que maximiza el bienestar social, es decir, consideramos las variables de decisión: tarifa ( $e$ ), frecuencia ( $f$ ) y tamaño de los vehículos ( $K$ ):

$$\begin{aligned} & \max_{\{e,f,K\}} BS \\ \text{s. a} \quad & \frac{Y}{f} \leq K \end{aligned} \quad (9)$$

Cabe mencionar que el problema de bienestar social considera las restricciones de capacidad propias del sistema de transporte, es decir, que la carga por bus no puede superar la capacidad de estos.

### 3 RESULTADOS

En esta sección se muestran los resultados de nuestra investigación para dos escenarios distintos de patrones y volumen de demanda. En cada uno de ellos se maximiza el bienestar social, teniendo como variables de decisión tarifa, frecuencia y tamaño de vehículos, para las distintas combinaciones de estructuras de líneas y esquemas tarifarios. En este trabajo no consideramos tarificación vial, aunque no restringimos la posibilidad de que exista un subsidio asociado al transporte público. Los resultados son obtenidos mediante simulaciones numéricas cuyos parámetros utilizados son similares a la realidad de Santiago y son los que se aprecian a continuación:

Tabla 3.1: Parámetros utilizados.

Parámetros	Descripción	Valor
$P_v$	Valor del Tiempo de Viaje	3.25 USD/h
$P_w$	Valor del Tiempo de Espera	9.75 USD/h
$v$	Velocidad Crucero del Bus	30 km/h
$t_s$	Tiempo de Subida	2,5 s/pax
$t_b$	Tiempo de Bajada	1,5 s/pax
$t_{tr}$	Penalidad de Transbordo	12 EIVM <sup>1</sup>
$L$	Distancia entre CBD y Subcentro	10 km
$g$	Parámetro de Distancia	0,85
$\theta$	Constante Modal del Auto	3,75
$c_k$	Costo de Operación del modo auto	0,35 USD/km
$t_0^{P-SC}$	Tiempo de viaje en auto a flujo libre P-SC	0,25 h
$t_0^{SC-CBD}$	Tiempo de viaje en auto a flujo libre SC-CBD	0,3 h
$\epsilon$	Tasa de ocupación del auto	1,5

<sup>1</sup> Minutos equivalentes de tiempo de viaje en vehículo.

Parámetros	Descripción	Valor
$Q$	Capacidad Vial	3600 veh/h
$\delta$	Parámetro de calibración BPR	4
$\gamma$	Parámetro de calibración BPR	0,15
$\psi$	Costo Marginal de los Fondos Públicos	1,15
$c_{c0}$	Costo fijo de capital	32,66 US\$/bus-h
$c_{c1}$	Costo variable de capital	0,15 US\$/pax-h
$c_{o0}$	Costo fijo de operación	0,58 US\$/bus-km
$c_{o1}$	Costo variable de operación	0,0067 US\$/pax-km

### 3.1 Escenario I

En este escenario se considera que en una hora de punta mañana se generan 30.000 viajes, de los cuales un 75% se genera en la periferia ( $A = 0,75$ ) y un 56,25% de los viajes totales pertenecen al par OD P-CBD ( $\alpha = 0,75$ ). De esta manera, en el escenario I se captura una alta predominancia de viajes en el par OD P-CBD (viajes largos).

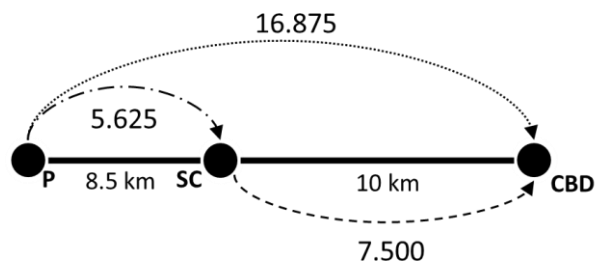


Figura 3.1: Representación del corredor

En todas las estructuras de líneas consideradas, el esquema de tarifa diferenciada óptimo genera un bienestar social levemente superior al generado por el esquema óptimo de tarifa única. En el caso de la estructura de líneas exclusivas, existe una mayor diferencia en cuanto a bienestar social al pasar de un esquema de tarifa única a diferenciada, con un 0,12% de aumento. En el caso de la línea única este aumento es de un 0,07%, mientras que en el de líneas con transbordo este diferencial es casi nulo con tan solo un 0,01% de aumento en el bienestar social. Ahora bien, si nos centramos en el excedente del consumidor, se encuentra que el esquema de tarifa única genera mayores beneficios para los usuarios del sistema de transporte, existiendo una redistribución del excedente desde los usuarios de pares OD donde se realizan viajes de menor distancia hacia los usuarios del par OD P-CBD. Cabe mencionar que, en el caso de la estructura de línea única y líneas exclusivas, se necesita un aumento de un 40% aproximadamente en el subsidio óptimo del transporte público para poder pasar de un esquema de tarifa diferenciada a uno de tarifa única, mientras que en las líneas con transbordo el subsidio requerido debe aumentar en menos de un 1%. Lo anterior se debe a que al imponer un esquema de tarifa diferenciada en líneas con transbordo lo óptimo es tener



un sistema altamente subsidiado con bajas tarifas y leves diferencias entre ellas, es decir, algo muy similar a un sistema de tarifa única.

En lo que respecta al valor de las tarifas, con un esquema de tarifas diferenciadas se encuentra que, tanto en el caso de una estructura de línea única y líneas exclusivas, conviene cobrar más a los usuarios de transporte público del par OD P-CBD que a los usuarios de los otros dos pares modelados, es decir, se cobra una tarifa mayor a los viajes largos, del orden de un 50% superior (ver Tabla 3.2). Sin embargo, en el caso de las estructuras de líneas con transbordo, esto no se cumple ya que la tarifa del par P-SC es levemente superior a la tarifa del par P-CBD, es decir, quienes deben transbordar pagan una menor tarifa o casi idéntica a la del par P-SC, a pesar de realizar un viaje más largo.

Al comparar las tarifas de las diferentes estructuras de líneas con un esquema de tarifa única, se encuentra que las tarifas más bajas se dan con líneas con transbordo, seguido de las líneas exclusivas y luego de la línea única, lo cual tiene una directa relación con los subsidios óptimos en cada caso y la eficiencia del sistema de transporte. En un esquema de líneas con transbordo se obtienen los mayores montos de subsidio, de hecho, este es casi el doble que el obtenido en el caso de las otras dos estructuras. Esto ocurre porque la imposición de un transbordo incentiva el mayor uso del modo auto en el par OD P-CBD, generando una mayor congestión y tiempos de viaje en dicho par OD, siendo lo mejor que puede hacer un planificador aumentar los montos de subsidio, de forma tal, de que el transporte público no pierda atractividad y la congestión sea aún mayor.

Al realizar una comparación entre toda la combinación de escenarios de esquemas tarifarios y estructuras de líneas, se encuentra que el mayor bienestar social se logra con una estructura de línea única y un esquema de tarifa diferenciada, en donde el par P-CBD tiene una tarifa asociada de US\$0,52, en el par SC-CBD se debe cobrar una tarifa de US\$0,32 y en el par P-SC US\$0,16, con un subsidio que asciende al 36% de los costos privados del sistema (ver tabla 3.2). Ahora bien, el mayor excedente del consumidor se obtiene con líneas exclusivas y un esquema de tarifa única de US\$0,29 con un subsidio que asciende al 61% de los costos privados del sistema. La pérdida social en este último caso respecto del escenario en que se maximiza totalmente el bienestar social es menor al 1%.

### 3.2 Escenario II

En este segundo escenario se considera que el 75% de los viajes generados en el sistema de transporte van desde el subcentro hacia el CBD ( $1 - A = 0,75$ ), mientras que solo el 18,75% de los viajes tienen como origen la periferia y destino el CBD ( $\alpha = 0,75$ ). A diferencia del Escenario I, en este caso existe una mayor predominancia de viajes cortos, aunque con un nivel menor de demanda del sistema de transporte; se consideran solo 15 mil viajes generados en una hora de punta mañana.

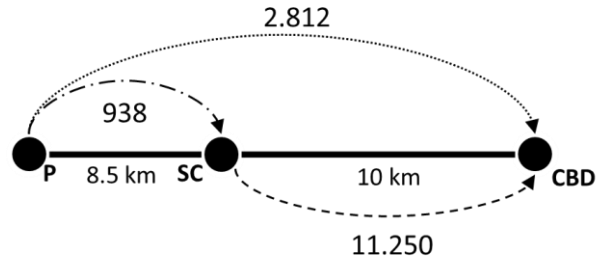


Figura 3.2: Representación del corredor

En todas las estructuras de líneas consideradas, el esquema de tarifa diferenciada óptimo genera un bienestar social levemente superior, entre un 0,05% a un 0,09%, al generado por el esquema óptimo de tarifa única. Sin embargo, en lo que respecta a excedente del consumidor, cobrar una única tarifa genera un mayor bienestar para los usuarios del sistema de transporte, el cual es del orden de un 1% superior respecto del esquema de tarifa diferenciada, de la misma manera como ocurre en el escenario I.

En cuanto al valor de las tarifas, se encuentra que, cuando se impone un esquema de tarifa única, lo óptimo es que el sistema de transporte público sea gratuito, independiente de la estructura de línea que tenga el sistema de transporte público. A diferencia del escenario I, en donde predominaban los viajes largos y el volumen de viajes era mayor, en este caso dado que el costo privado del sistema es menor, es más conveniente a nivel social subsidiar totalmente el sistema de transporte público.

En el caso en que las tarifas son diferenciadas en base al par OD, se encuentra que, independiente de la estructura de línea considerada, lo óptimo es cobrar más a quienes realizan viajes largos (par OD P-CBD) y no cobrar en el par OD SC-CBD. Esto último, sería bastante difícil de implementar en la práctica, sin embargo, como ya mostramos anteriormente la pérdida social de implementar un sistema de transporte público totalmente gratuito es bastante menor. Es interesante que con una estructura de líneas con transbordo y un esquema de tarifa diferenciada, es óptimo imponer una tarifa levemente superior ( $e_c = US\$ 0,35$ ) a quienes realizan un viaje corto (par P-SC), respecto de quienes realizan viajes largos ( $e_a = US\$ 0,3$ ) lo que no sucede en el caso de las otras dos estructuras de líneas, en donde se mantiene una tarifa superior para los viajes en los cuales se debe cubrir una mayor distancia.

En el caso de líneas exclusivas, la partición modal del transporte público en el par OD P-SC es prácticamente nula ya que, dado que la mayoría de los viajes se genera en el subcentro, no existe congestión en el arco periferia-subcentro y por lo tanto, el transporte público no es lo suficientemente atractivo respecto del modo auto. De hecho, los tamaños de vehículo obtenidos en el par P-SC son consistentes con el modo taxi colectivo y el rol de la tarifa única (transporte público gratuito) respecto de la tarifa diferenciada es aumentar levemente la partición en dicho modo.

En cuanto a la comparación del bienestar social entre estructuras de líneas, considerando los diferentes esquemas tarifarios, lo óptimo para los parámetros considerados en este escenario, es tener un sistema de transporte público con líneas exclusivas cobrando de manera diferenciada por par OD, es decir, una tarifa de US\$0,55 en el par P-CBD, una tarifa de US\$1,65, con tamaños de vehículos consistentes con transporte público menor, en el par P-SC y una tarifa totalmente gratuita en el par OD SC-CBD. Sin embargo, la estructura que genera el mayor excedente del consumidor es un sistema de transporte público totalmente gratuito con una única línea recorriendo la ciudad. En este caso el subsidio óptimo es un 15% mayor respecto del caso anterior.

### 3.3 Comentarios Generales

El esquema de tarifa diferenciada genera un mayor bienestar social independiente del esquema de estructura de línea del sistema de transporte público. Sin embargo, en los dos escenarios reportados el esquema de tarifa única genera los mayores excedentes del consumidor a costo de un mayor subsidio y con una distribución de excedentes entre los diferentes pares OD, siempre beneficiando al par OD de viajes más largos, es decir, el par P-CBD.

Un resultado coincidente en ambos escenarios es que, tanto en las estructuras de línea única como en las líneas exclusivas, con un esquema de tarifa diferenciada es socialmente óptimo cobrar una tarifa mayor a los usuarios del par P-CBD en comparación a los otros pares OD, aunque por otra parte en las líneas con transbordo, esto no se mantiene, sino que por el contrario, es óptimo que un par OD en donde se realizan viajes de menor longitud tenga una tarifa mayor que en el par P-CBD. Este es un resultado novedoso ya que a partir de ello se puede esbozar que la estructura de línea del sistema de transporte público juega un rol relevante a la hora de pensar en esquemas de tarificación socialmente óptimos, incluso invirtiendo la relación entre tarifa y distancia de viaje, algo que, a nuestro conocimiento, no había sido incorporado en este tipo de literatura hasta ahora.

Tabla 3.2: Resumen de Resultados.

	Escenario I			Escenario II		
	Línea Única	Líneas con Transbordo	Líneas Exclusivas	Línea Única	Líneas con Transbordo	Líneas Exclusivas
<b>Esquema de Tarifa Diferenciada</b>						
Tarifa P-CBD (US\$)	0,52	0,11	0,54	0,56	0,30	0,55
Tarifa SC-CBD (US\$)	0,32	0,06	0,04	0,00	0,00	0,00
Tarifa P-SC (US\$)	0,16	0,12	0,14	0,29	0,35	1,65
Frecuencia (veh/h) [Tamaño de veh. (pax/bus)]						
Línea Única	82 [220]	-	-	36 [201]	-	-
Línea con Transbordo SC-CBD	-	104 [173]	-	-	52 [141]	-
Línea con Transbordo P-SC	-	105 [156]	-	-	25 [98]	-
Línea Exclusiva P-CBD	-	-	67 [226]	-	-	16 [154]
Línea Exclusiva SC-CBD	-	-	25 [118]	-	-	39 [126]
Línea Exclusiva P-SC	-	-	16 [81]	-	-	1 [1]
Beneficios (MUS\$/h)						
EMC P-CBD	149,29	144,33	149,19	24,71	23,36	24,39
EMC SC-CBD	81,86	82,83	82,68	123,61	124,02	124,01
EMC P-SC	65,42	65,14	64,91	10,97	10,94	10,75
Beneficio Privado Tpte. Público	-4,99	-14,04	-5,9	-4,29	-4,48	-3,63
Bienestar Social	290,83	276,15	290,00	154,36	153,17	154,98
Subsidio / Costo Tpte. Público	36%	87%	41%	75%	86%	73%
<b>Esquema de Tarifa Única</b>						
Tarifa (US\$)	0,35	0,10	0,29	0,00	0,00	0,00
Frecuencia (veh/h) [Tamaño de veh. (pax/bus)]						
Línea Única	80 [226]	-	-	36 [204]	-	-
Línea con Transbordo SC-CBD	-	104 [173]	-	-	51 [145]	-
Línea con Transbordo P-SC	-	104 [158]	-	-	24 [107]	-
Línea Exclusiva P-CBD	-	-	66 [235]	-	-	16 [157]
Línea Exclusiva SC-CBD	-	-	25 [103]	-	-	38 [128]
Línea Exclusiva P-SC	-	-	17 [70]	-	-	1 [3]
Beneficios (MUS\$/h)						
EMC P-CBD (MUS\$/h)	151,78	144,5	152,87	26,12	24,03	25,81
EMC SC-P (MUS\$/h)	81,85	82,66	81,97	123,7	124,08	124,09
EMC P-SC (MUS\$/h)	65,14	65,19	64,84	11,03	11	10,75
Beneficio Privado Tpte. Público	-7,09	-14,11	-8,73	-5,77	-5,24	-5,04
Bienestar Social M (US\$/h)	290,62	276,12	289,64	154,22	153,09	154,86
Subsidio / Costo Tpte. Público	51%	88%	61%	100%	100%	100%

## 4 CONCLUSIONES E INVESTIGACIÓN FUTURA

En este trabajo se estudia la tarificación óptima de diferentes estructuras de líneas de sistema de transporte público en un modelo que es capaz de capturar diferentes patrones espaciales de demanda de transporte público y privado, considerando congestión vehicular y sustitución entre modos (demanda elástica de transporte público), lo que, a nuestro conocimiento, no había sido considerado en la literatura de análisis microeconómico de transporte público hasta ahora. Creemos que esto es importante ya que la tarificación tiene un impacto importante en los usuarios de transporte público y los tomadores de decisión deben tener herramientas para poder definir dicha variable de diseño.

Los principales hallazgos son que: los esquemas de tarifa diferenciada generan un mayor bienestar social independiente de la estructura de línea del sistema de transporte público, sin embargo, imponer un esquema de tarifa única genera un mayor excedente del consumidor con una pérdida social baja, aunque a costo de un mayor subsidio. En estructuras de líneas única y exclusivas es socialmente óptimo cobrar más al par OD donde se realizan los viajes más largos, aunque en líneas con transbordo esto no se mantiene, lo cual da cuenta de que las estructuras de líneas están interrelacionadas con los esquemas de tarificación, algo ignorado por la literatura hasta ahora, especialmente en la discusión acerca de si es conveniente o no cobrar por distancia. Finalmente se destaca que para niveles de demanda menores y donde predominan viajes de menor distancia puede ser conveniente no tarificar ciertos pares OD e inclusive tener un sistema de transporte público totalmente gratuito.

Cabe mencionar que, en todo el análisis expuesto no hemos discutido ni internalizado las implicancias, en términos de costos tecnológicos, de la implementación de tarifas diferenciadas ni de tarifas planas, o lo que sucede en el caso de una tarifa cero. En el extremo, con un sistema con transporte público gratuito, se disminuyen de manera considerable los costos de la tecnología a bordo del bus, se disminuye el tiempo de subida y bajada de los pasajeros ya que no se deben realizar validaciones y en consecuencia se disminuye el tiempo de ciclo, lo que puede disminuir de manera importante los costos del sistema, tanto en términos de operación como de capital. Por otra parte, el esquema de tarifas diferenciadas tiene el efecto contrario ya que eleva los costos de la tecnología a bordo del bus, mientras que el esquema de tarifa plana se encuentra entre ambos esquemas.

Este trabajo puede ser extendido incorporando agentes heterogéneos en niveles de ingreso; de esta manera se busca responder preguntas del estilo: ¿cómo tarificar cuando existe una periferia donde predominan individuos de bajos ingresos?, ¿cómo se ve afectado el bienestar social al incorporar una tarifa progresiva o una regresiva?, ¿es óptimo socialmente esto último?, entre otras. Adicionalmente, el trabajo se puede extender realizando un análisis de sensibilidad de los parámetros y abarcando más de un periodo de modelación.

## REFERENCIAS

- Badia, H. (2020). Comparison of Bus Network Structures in Face of Urban Dispersion for a Ring-Radial City. **Networks and Spatial Economics**. 20(1), 233 - 271.
- Badia, H., Estrada, M. y Robusté, F. (2016). Bus network structure and mobility pattern: A monocentric analytical approach on a grid street layout. **Transportation Research Part B: Methodological**. 93, 37 - 56.
- Badia, H., Estrada, M. y Robusté, F. (2014). Competitive transit network design in cities with radial street patterns. **Transportation Research Part B: Methodological**. 59, 161 - 181.
- Basso, L.J. y Jara-Díaz, S.R. (2012). Integrating congestion pricing, transit subsidies and mode choice. **Transportation Research Part A: Policy and Practice**. 46(6), 890 - 900.
- Basso, L.J. y Silva, H.E. (2014). Efficiency and substitutability of transit subsidies and other urban transport policies. **American Economic Journal: Economic Policy**. 6(4), 1 - 33.
- Ceder, A. (2001). Operational objective functions in designing public transport routes. **Journal of Advanced Transportation**. 35(2), 125 - 144.
- Cervero, R. (1981). Flat versus differentiated transit pricing: what's a fair fare?. **Transportation**, 10(3), 211-232.
- Chang, S.K. y Schonfeld, P.M. (1991). Multiple period optimization of bus transit systems. **Transportation Research Part B: Methodological**. 25(6), 453 - 478.
- Daganzo, C.F. (2010). Structure of competitive transit networks. **Transportation Research Part B: Methodological**. 44(4), 434 - 446.
- Fielbaum, A., Jara-Díaz, S. y Gschwender, A. (2021). Lines spacing and scale economies in the strategic design of transit systems in a parametric city. **Research in Transportation Economics**. Artículo número 100991.
- Fielbaum, A., Jara-Díaz, S.R. y Gschwender, A. (2017). A Parametric Description of Cities for the Normative Analysis of Transport Systems. **Networks and Spatial Economics**. 17(2), 343 - 365.
- Fielbaum, A., Jara-Díaz, S.R. y Gschwender, A. (2016). Optimal public transport networks for a general urban structure. **Transportation Research Part B: Methodological**. 94, 298 - 313.
- Gschwender, A., Jara-Díaz, S.R. y Bravo, C. (2016). Feeder-trunk or direct lines? Economies of density, transfer costs and transit structure in an urban context. **Transportation Research Part A: Policy and Practice**. 88, 209 - 222.
- Hörcher, D., y Tirachini, A. (2021). A review of public transport economics. **Economics of Transportation**, 25, 100196.
- Jansson, J.O. (1980). A Simple Bus Line Model for Optimisation of Service Frequency and Bus Size. **Journal of Transport Economics and Policy**. 14(1), 53 - 80.
- Jara-Díaz, S. R., y Muñoz-Paulsen, E. (2021). Strategic design of a bimodal public transport network: analysis and lessons from a parametric corridor. **ITEA Conference (virtual)**, Rome.

Jara-Díaz, S.R. y Gschwender, A. (2009). The effect of financial constraints on the optimal design of public transport services. **Transportation**. 36(1), 65 - 75.

Jara-Díaz, S.R., Gschwender, A. y Bravo, C. (2018). Total cost minimizing transit route structures considering trips towards CBD and periphery. **Transportation**. 45(6), 1701 - 1720.

Jara-Díaz, S.R., Gschwender, A. y Ortega, M. (2012). Is public transport based on transfers optimal? A theoretical investigation. **Transportation Research Part B: Methodological**. 46(7), 808 - 816.

Jara-Díaz, S., Cruz, D., y Casanova, C. (2016). Optimal pricing for travelcards under income and car ownership inequities. **Transportation Research Part A: Policy and Practice**, 94, 470-482.

Kerin, P. D. (1992). Efficient bus fares. **Transport reviews**, 12(1), 33-47.

Mohring, H. (1972). Optimization and Scale Economies in Urban Bus Transportation. **The American Economic Review**. 62(4), 591 - 604.

Mohring, H. (1979). The benefits of reserved bus lanes, mass transit subsidies, and marginal cost pricing in alleviating traffic congestion. **Current issues in urban economics**, 165-195.

Oldfield, R. H., y Bly, P. H. (1988). An analytic investigation of optimal bus size. **Transportation Research Part B: Methodological**, 22(5), 319-337.

Pavón, N., y Rizzi, L. I. (2019). Road infrastructure and public bus transport service provision under different funding schemes: A simulation analysis. **Transportation Research Part A: Policy and Practice**, 125, 89-105.

Rietveld, P. y van Woudenberg, S. (2007). Second-best decision making of railway operators: How to fix fares, frequency and vehicle size. **Journal of Transport Economics and Policy (JTEP)**. 41(3), 363 - 385.

Tirachini, A., Hensher, D.A. y Jara-Díaz, S.R. (2010). Comparing operator and users costs of light rail, heavy rail and bus rapid transit over a radial public transport network. **Research in Transportation Economics**. 29(1), 231 - 242.

Tirachini, A., Hensher, D.A. y Rose, J.M. (2014). Multimodal pricing and optimal design of urban public transport: The interplay between traffic congestion and bus crowding. **Transportation Research Part B: Methodological**. 61, 33 - 54.

Turvey, R., y Mohring, H. (1975). Optimal bus fares. **Journal of Transport Economics and Policy**, 280-286.