

**IDENTIFICABILIDAD DE MODELOS DE ELECCIÓN DISCRETA CON
MECANISMOS DE ELECCIÓN HETEROGÉNEOS**

Felipe Gonzalez-Valdes, Pontificia Universidad Católica de Chile, fagonzalezv@uc.cl

Juan de Dios Ortúzar, Pontificia Universidad Católica de Chile, jos@ing.puc.cl

RESUMEN

Analizamos la identificabilidad de modelos con heurísticas heterogéneas, tanto teórica como empíricamente. Obtenemos una expresión basada en la matriz de información del modelo, que explica cómo la diferencia de comportamiento de las heurísticas afecta la identificabilidad de éste. Luego, simulando una población en una base de datos de elección real de modo de transporte, analizamos si es posible identificar heurísticas distintas del mecanismo de maximización de la utilidad –RUM–. Concluimos que el modelo más identificable del RUM es el de eliminación por aspectos, mientras que el menos identificable fue el de minimización del remordimiento; el modelo Satisficing fue un caso intermedio.

Palabras Clave: modelos de elección discreta, racionalidad limitada, múltiples heurísticas

ABSTRACT

We analysed theoretically and empirically the identifiability of models with heterogeneous heuristics. Based on the model's information matrix, we explain how the different behaviours exhibited enables to identify the different heuristics. Then, by simulating a population in a real transport mode database, we analyse if it is possible to identify several alternative heuristics from the utility maximisation mechanism. We conclude that elimination by aspects is the most identifiable model from RUM; conversely, regret minimization is the least, whereas Satisficing represent an intermediate case.

Keywords: discrete choice models, limited rationality, multiple heuristics

1. INTRODUCCIÓN

Los modelos de elección discreta son una de las herramientas econométricas frecuentemente usadas en la ingeniería de transporte para estudiar la demanda por transporte (Ortuzar y Willumsen, Cap.8, 2011). Si bien, el modelo de elección discreta más importante ha sido el de maximización de la utilidad (McFadden, 1981), distintos modelos que aplican otras teorías han proliferado en la última década (Chorus, 2010; Leong y Hensher, 2012b).

El núcleo de un modelo de elección discreta es el mecanismo o heurística de elección, que describe una forma plausible en que un individuo escoge una alternativa a partir de un set discreto de opciones. Su correcta modelación es clave para el correcto funcionamiento de dicho modelo en modalidad predictiva (Williams y Ortúzar, 1982). Es por esto que numerosas heurísticas alternativas a la maximización de la utilidad se han propuesto con el objetivo de caracterizar el comportamiento al momento de elegir, como por ejemplo la de minimización del remordimiento (Chorus et al., 2008), eliminación por aspectos (Tversky, 1972a, 1972b) y *Satisficing* – suficientemente satisfactorio – (Simon, 1955).

En cualquier contexto de elección complejo, es extremadamente probable que existan diversidad de mecanismos de elección. Para poder capturar dichas heurísticas es que se han implementado recientemente modelos que consideran mecanismos de elección heterogéneos (Adamowicz y Swait, 2013; Hess et al., 2012; Leong y Hensher, 2012b). Éstos tienen la bondad de poder alocar distintos mecanismos de elección, por lo tanto, pudiendo estimar modelos altamente flexibles.

El principal problema de los modelos de elección discreta con heurísticas heterogéneas es que tienden a tener problemas de identificabilidad, para lo cual han requerido un tratamiento especial como normalizaciones o variables latentes (Hess y Stathopoulos, 2013; Leong y Hensher, 2012b). Pese a que estos problemas de identificabilidad son frecuentes, éstos no han sido estudiados. Es más, no sólo se desconoce las razones por las cuales existen problemas de identificabilidad, sino que también se desconoce el funcionamiento de estos modelos cuando se modela solo parcialmente los múltiples mecanismos que pueden existir.

En este trabajo abordamos la estimación de modelos con múltiples mecanismos de elección desde una mirada teórica y práctica buscando entender si es posible identificar estos mecanismos en los contextos de transporte. Iniciamos por analizar la matriz Hessiana de la función de verosimilitud y derivamos condiciones para su identificabilidad. Posteriormente experimentamos con una base de datos de elección de modo de transporte; en ella individuos ficticios escogen. De este experimento analizamos las condiciones prácticas de identificabilidad como lo son los mecanismos de elección involucrados, las proporciones en que abundan los mecanismos y el grado de correlación entre la elección del mecanismo y sus parámetros. El análisis finaliza por identificar qué heurísticas de elección son más identificables del RUM y caracteriza distintos niveles de identificabilidad.

2. ANÁLISIS TEÓRICO DE IDENTIFICABILIDAD

En este análisis identificamos como la diferencia de comportamiento de las heurísticas de elección permite su identificación. Mostramos que la diferencia de comportamiento no está dada exclusivamente por la distinta forma funcional, sino que los contextos de elección deben ser capaces de materializar dicha diferencia en la matriz de probabilidades.

Supongamos que existen dos heurísticas presentes en la muestra, A y B , que son usadas con probabilidades $\pi_A \in \theta$ y $(1 - \pi_A)$ respectivamente. Sea $P_{hqi}(\theta)$ la probabilidad de que el individuo q escoja la alternativa i bajo la heurística h usando un conjunto de parámetros θ . Entonces, $P_{qi}(\theta)$, que es la probabilidad de escoger la alternativa i en el modelo conjunto está dado por la Ecuación 1.

$$P_{qi}(\theta) = \pi_A P_{Aqi}(\theta) + (1 - \pi_A) P_{Bqi}(\theta) \quad (1)$$

La función de log-verosimilitud está dada por la Ecuación 2, en la cual $P_{hq*}(\theta)$ representa la probabilidad de haber escogido la alternativa electa bajo la heurística h .

$$l(\theta) = \sum_q \log(\pi_A P_{Aq*}(\theta) + (1 - \pi_A) P_{Bq*}(\theta)) \quad (2)$$

El conjunto de parámetros máximo verosímiles está dado en el punto en que la Ecuación 2 alcanza el máximo valor. En dicho punto la matriz de covarianza está dada por la Ecuación 3 en que F representa la matriz de información de Fisher (equivalente al negativo de la matriz Hessiana dado por la Ecuación 4). Para que la matriz de covarianza exista y por tanto el modelo sea identificable, la matriz de información debe ser no singular. Más aún, para tener una fuerte identificabilidad – o bajas desviaciones estándar–, la matriz de información debe tener un determinante grande de tal forma que la matriz de covarianza exhiba bajos coeficientes de variación.

$$\Sigma = F^{-1} \quad (3)$$

$$F = -\mathbb{E} \left(\frac{\partial^2 l(\theta)}{\partial \theta_x \partial \theta_y} \right) \quad (4)$$

El elemento de la matriz de información que relaciona ambos mecanismos de elección es el elemento π_A . La matriz de información en la diagonal de dicho elemento está dada por la Ecuación 5.

$$\frac{\partial^2 l(\theta)}{\partial \pi_A^2} = - \sum_{\forall q \in Q} \frac{(P_{Aq*} - P_{Bq*})^2}{P_{q*}^2} \quad (5)$$

Para que la matriz de información tenga un determinante grande, y por tanto se relacione con bajas desviaciones estándar de los parámetros, es necesario que la Ecuación 5 alcance valores elevados.

Notar además que la máxima verosimilitud está dada para que las probabilidades $P_{q^*}^2$ sean máximas, y por tanto, la Ecuación 5 alcanza tamaños importantes cuando el numerador alcanza valores elevados.

La diferencia $P_{Aq^*} - P_{Bq^*}$ es uno de los elementos importantes la identificación de las distintas heurísticas de elección. Si los mecanismos de elección tienen comportamientos similares, definido como la diferencia de probabilidades asignadas a las alternativas electas, entonces el modelo será poco identificable.

A continuación, analizaremos como distintos mecanismos de elección logran materializar –o no materializar– la diferencia funcional en la matriz de información en un contexto de transporte.

3. EXPERIMENTO EMPÍRICO DE IDENTIFICABILIDAD

El objetivo de este estudio es explorar las dimensiones que pueden afectar la identificación de múltiples mecanismos de elección. Para garantizar la presencia de las distintas heurísticas y tener control sobre los parámetros que las definen, una población sintética es utilizada. Tres dimensiones que afectan el proceso de elección son estudiadas: tipos de heurísticas, la proporción de cada mecanismo en la muestra y la correlación entre probabilidad de uso de una heurística y sus parámetros. Para cada una de estas dimensiones, diez experimentos son efectuados.

La primera de las dimensiones consideradas es el tipo de mecanismo de elección. El análisis de la sección dos indica que la diferencia de comportamiento es clave para identificar el modelo. Para este análisis, tres heurísticas de elección fueron probadas en contra del enfoque de maximización de la utilidad o RUM. Estas tres heurísticas son la de eliminación por aspectos o EBA (Tversky, 1972a, 1972b), Satisficing o SAT (Simon, 1955) y minimización del remordimiento o RRM (Chorus et al., 2008).

La segunda dimensión considerada es la proporción de cada heurística en la muestra. Se analizaron dos opciones: 70% para el mecanismo RUM y 30% para el mecanismo restante, y viceversa.

Finalmente, la tercera dimensión considerada es la correlación entre el mecanismo de elección y la probabilidad de elección de la heurística. El objetivo de esta dimensión es analizar como dicha correlación introduce –posiblemente– mayor dificultad para la identificación del modelo. Dicha correlación se produce por características sociodemográficas que se encuentran presentes tanto en la función de elección de heurística, así como en el mecanismo de elección en sí.

Dentro de las consideraciones del estudio se optó por considerar tres alternativas por conjunto de elección y un tamaño muestral grande. Dado que tres es el mínimo número que permite identificar ciertas heurísticas (RUM de RRM, por ejemplo) pero disminuye el tiempo de estimación de heurísticas complejas (como EBA), es que se usó dicho valor. Se optó por un tamaño muestral grande –comparativamente con otros estudios de elección discreta– para considerar un escenario optimista de identificabilidad. En este estudio se usó diez mil observaciones lo cual es un número elevado en comparación con otros estudios con mecanismos heterogéneos (e.g. consultar Adamowicz y Swait, 2013; Araña et al., 2008; Balbontin et al., 2017; Hess et al., 2012; Hess y Stathopoulos, 2013; Leong y Hensher, 2012b; McNair et al., 2012).

En los estudios con múltiples mecanismos de elección se ha usado mayoritariamente datos de preferencias declaradas. El uso de estos datos tiene la bondad de poder diseñar el estudio para capturar distintos comportamientos; no obstante, pese a su uso, no han logrado identificar modelaciones de mediana complejidad sin uso de datos externos o normalizaciones (Hess y Stathopoulos, 2013; Leong y Hensher, 2012b). Más aún, aún si se pudiesen capturar distintas heurísticas, ello no asegura que se pueda capturar dichos comportamientos en un contexto real de transporte. Es por eso que en este estudio hacemos uso de una base de datos de preferencias reveladas de transporte en los cuales se puede analizar la identificabilidad en elecciones reales.

Por lo tanto, los contextos de elección son reales a partir de una base de datos de preferencias reveladas, mientras que los individuos que escogen en ellas son simulados. Cada uno de estos elementos se describe en detalle a continuación.

3.1 Construcción de la base de datos

Los conjuntos de elección son obtenidos de una base de datos de una encuesta de modo de transporte en Santiago de Chile. Esta base de datos tiene la particularidad de haber sido bastante estudiada (e.g. usada por Gaudry et al. (1989), Guevara (2016), Guevara et al. (2016) y Ortuzar y Fernandez (1985)).

La base de datos contiene 1.274 elecciones reales a partir de las cuales se usaron sus conjuntos de elección (i.e. alternativas con sus respectivos atributos). Para crear los conjuntos de elección, se extrajeron muestras aleatorias de la base de datos con reemplazamiento. Luego, para tener control sobre el número de alternativas disponibles para cada individuo, se buscó que cada conjunto de elección tuviese tres alternativas. Para lograrlo, de cada conjunto con más de tres alternativas, se eliminó alternativas de forma aleatoria hasta alcanzar tres alternativas. Finalmente, el muestreo se repitió hasta tener diez mil observaciones.

Cada alternativa está caracterizada por un costo, un tiempo de viaje, tiempo de espera y tiempo de caminata. Adicionalmente cada alternativa está etiquetada de tal forma que los individuos las puedan valorar adicionalmente con una constante modal.

3.2 Población sintética

Una población sintética escoge a partir para cada uno de los conjuntos de elección. Para cada uno de estos individuos, se creó un atributo binario que representa alguna característica sociodemográfica abstracta llamada sencillamente “característica”. Cada miembro de la población está diseñado para usar una de dos heurísticas. Probamos tres heurísticas contra la popular RUM de forma independiente: EBA, RRM y Satisficing. En cada caso, la probabilidad de escoger RUM está dado por la función logística inversa (Ecuación 6) con parámetros dados por la Tabla 1.

$$\pi_{RUM} = \frac{\exp(\theta_0 + \theta_1 * \text{característica})}{1 + \exp(\theta_0 + \theta_1 * \text{característica})} \quad (6)$$

Parametro	Valor
θ_0	0
θ_1	+/- 1.39

Tabla 1 Parámetros de la función de elección de heurística

Los parámetros específicos de cada heurística se encuentran en la Tabla 5 ubicada en los anexos. Éstos parámetros se seleccionaron de tal forma que maximizaran la probabilidad de identificar los mecanismos. A partir de la Tabla 5 notar consideramos valores de constantes modales bajos con el objetivo de que la elección sea hecha a partir de los atributos. Pruebas preliminares dan cuenta de que cuando la constante modal es muy alta, los mecanismos no pueden ser identificados; posiblemente porque cada uno de los modelos es capaz de recomponer las proporciones de mercado. Para todos los modelos se modeló el costo, tiempos y constantes modales. Adicionalmente, para el modelo RUM, en los experimentos se adicionó en los experimentos con correlación, un parámetro adicional que cambia el valor percibido del costo para las personas con la característica personal.

El mecanismo EBA (Tversky, 1972a, 1972b) es un mecanismo de racionalidad limitada en el cual los individuos interpretan cada alternativa como un conjunto discreto de atributos deseables (e.g. si una alternativa es de bajo costo, es rápida, etc). Esta heurística sigue un proceso recursivo en el cual en cada iteración se escoge un aspecto disponible y se descartan todas las alternativas que no tengan dicho aspecto. Este proceso continua hasta que solo una alternativa esté disponible.

Cada aspecto tiene asociado un peso (w_j) y dicho atributo es escogido de forma proporcional al peso de los atributos disponibles¹. Debido a que los atributos son continuos y los aspectos son discretos, fue necesario definir umbrales que separen dichos atributos continuos en los umbrales respectivos.

Cada uno de los pesos en el modelo EBA se estiman, mientras que los umbrales fueron impuestos. Para la modelación del costo se usó dos umbrales (i.e. tres niveles del atributo, los cuales dos son deseables), mientras que para los tiempos se usó un umbral independiente para los tiempos de viaje, espera y caminata. Si bien, diferentes umbrales pueden modificar la estructura del modelo, este caso particular – como se muestra en los resultados – es evidencia suficiente para mostrar que es factible identificar el modelo EBA.

El mecanismo RRM es un mecanismo que computa las diferencias relativas de cada atributo de las alternativas. En particular utilizamos la versión $\mu - RRM$ (van Cranenburgh et al., 2015) expuesta en la Ecuación 7. Este modelo valora de forma distinta las pérdidas con las ganancias siendo controlada por la relación de los parámetros β_m y μ_m .

$$R_i \approx \sum_{\forall j \in J \neq i} \sum_{\forall k \in K} \mu_m \ln \left(1 + \exp \left(\beta_m (x_{jm} - x_{im}) \right) \right) \quad (7)$$

1. Ejemplos sencillos del mecanismo EBA pueden ser encontrados en el trabajo de Gilbride y Allenby (2006).

Satisficing es una heurística en la cual los individuos escogen la primera alternativa lo suficientemente buena. De los diversos modelos que existen que aplican esta heurística usamos el de Gonzalez-Valdes y Ortúzar (2017), el cual está caracterizado por una función de aceptabilidad de la alternativa (Ecuación 8) construida a partir de aceptabilidades de atributos (Ecuación 9).

$$Pr(A_{jq} = 1) = \prod_k a_{kij} \quad (8)$$

$$Pr(a_{kij} = 1) = \frac{\exp(\lambda_{kij}(x_{kij} - f_{kij}))}{1 + \exp(\lambda_{kij}(x_{kij} - f_{kij}))} \quad (9)$$

En la función de aceptabilidad (Ecuación 9), x_{kij} representa el nivel del atributo evaluado, mientras que el resto de los parámetros son estimados. La función f_{kij} representa el umbral estocástico de satisfacción y λ_{kij} la sensibilidad a un cambio en el atributo.

En el uso de la heurística Satisficing, los tiempos de viaje, espera y caminata fueron modelados en la misma función de aceptabilidad. Adicionalmente se incluyó una función de aceptabilidad que considera la constante modal, cuyo objetivo es balancear las proporciones de mercado.

3.3 Estimación

Debido a que los modelos con heurísticas heterogéneas de elección pueden tener problemas de identificabilidad, buscamos trabajar con la técnica más robusta de estimación posible. Consideramos las alternativas de maximización de la verosimilitud y estimación bayesiana.

Maximización de la verosimilitud tiene dos inconvenientes en este caso particular. El primero es que el estimador de la matriz de covarianza es un estimador asintótico y el segundo es que en este tipo de modelos puede ser difícil encontrar el punto máximo verosímil. Si bien, estos problemas pueden ser superados, por ejemplo, partiendo de distintos puntos iniciales, no es sencillo descartarlos como posibles razones en el caso que la matriz de covarianza sea no identificable.

La estimación bayesiana no tiene los problemas antes descritos² y es posible muestrear la distribución de probabilidades de los parámetros aunque éstos sean poco identificables. Por lo tanto, se utilizó la estimación bayesiana para este análisis.

Para realizar la estimación bayesiana utilizamos el paquete estadístico JAGS (Plummer, 2016) diseñado para el software R (R Core Team, 2015). Para poder extraer muestras de los parámetros de la cadena de Markov en estado estacionario, se inició eliminando las primeras diez mil iteraciones, para luego muestrear las siguientes veinte mil. Finalmente, con respecto a los valores *a priori*, usamos distribuciones uniformes de elevada varianza con el objetivo de no sesgar los estimadores.

2. Puede tener otros inconvenientes, pero que no representan un problema real en este escenario.

4. RESULTADOS Y ANÁLISIS

Se estimaron un total de 120 modelos, de los cuales 40 corresponden a cada heurística contra RUM. De estos 40, 10 corresponde a cada combinación de dimensiones. Para analizar los resultados de estos modelos de forma conjunta, primero analizamos la diferencia de probabilidad entre los mecanismos analizados y RUM. Luego analizamos a qué nivel se condice dicho análisis con la identificabilidad de modelos. Finalmente se analiza tanto el sesgo en la estimación de los parámetros.

4.1 Diferencias de probabilidad

Como se señaló en el análisis teórico de identificabilidad, el elemento clave para lograr dicha identificabilidad de mecanismos es la diferencia de probabilidad entre ellos. Para todas las alternativas de la muestra calculamos la diferencia de probabilidad entre el mecanismo RUM y la contraparte. El valor absoluto de dicha probabilidad se presenta en los gráficos de la Figura 1.

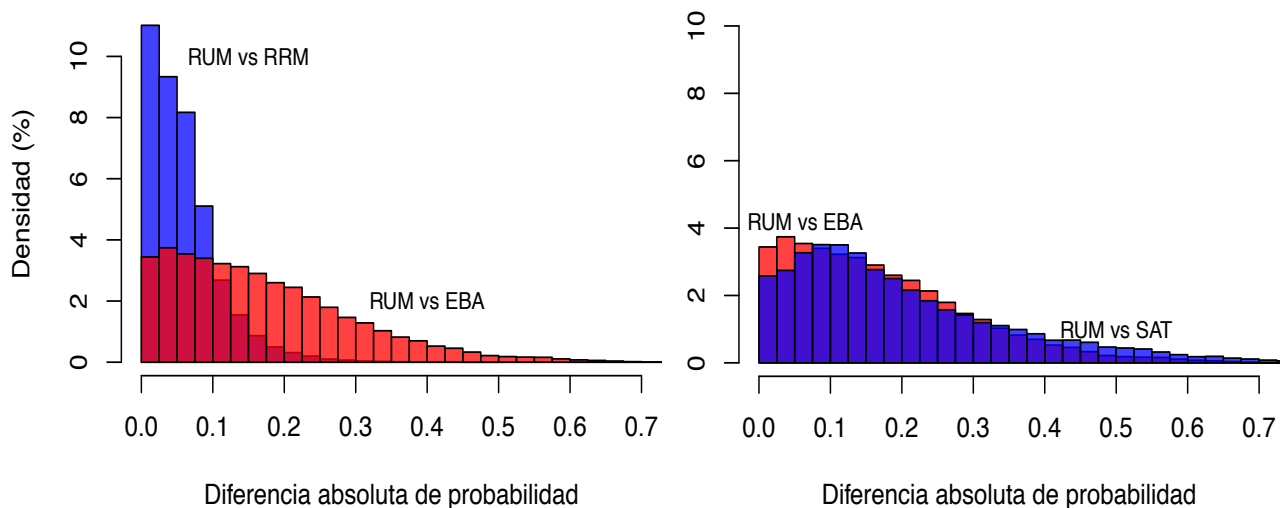


Figura 1 Diferencia de probabilidad de RUM contra RRM, EBA y SAT

Es posible apreciar que la diferencia entre RUM y RRM es inferior a la diferencia respectiva con EBA y SAT, mientras que estos dos últimos tienen diferencias similares con respecto al RUM. Si bien, este análisis es preliminar y no garantiza identificabilidad –puesto que la matriz de información debe ser no nula en todas las direcciones y este análisis muestra una dimensión–, entrega una aproximación útil para entender los fenómenos que posteriormente se interpretan.

4.2 Resultados de identificabilidad

La diferencia de probabilidades expuesta en la Figura 1 se relaciona con el grado de identificabilidad. Si bien la identificabilidad estricta se define como la existencia del inverso de la matriz de información, la identificabilidad estricta no garantiza que el modelo sea útil puesto que la varianza puede ser extremadamente alta. Por lo tanto, definiremos tres categorías de

identificabilidad para caracterizar el modelo: nula identificabilidad - la matriz de información es no invertible; identificabilidad débil - es posible identificar un parámetro, pero su varianza es extrema y no debiese ser usado; identificabilidad fuerte - la varianza de los parámetros no son tan grandes como para impedir el uso del modelo.

Para cada heurística hay cuatro dimensiones a probar: correlación nula o correlación positiva con RUM, y si la muestra es dominada por RUM (70% vs 30%) o el otro mecanismo en análisis. Cada una de las diez estimaciones de los cuatro casos anterior se clasifican en los tres grados de identificabilidad.

La Tabla 2 presenta la identificabilidad entre EBA y RUM. Como es esperable, en los contextos en que domina una heurística, dicha heurística es más fácil de identificar. El ingreso de correlación –moderada– dificulta la identificación del mecanismo. Más aún, pese a que la correlación se ingresa entre RUM y la función de elección de heurística, en el caso que domina RUM, la principal pérdida de identificabilidad se traduce a través del EBA. Si bien la identificabilidad no es total, EBA es altamente identificable de RUM en este contexto.

Identificabilidad	Correlación Nula		Correlación positiva RUM	
	Domina RUM	Domina EBA	Domina RUM	Domina EBA
Fuerte ambos	9/10	10/10	7/10	9/10
Fuerte EBA Débil RUM				1/10
Débil EBA Fuerte RUM	1/10		3/10	

Tabla 2 Identificabilidad EBA vs RUM

La Tabla 3 presenta la identificabilidad entre RRM y RUM. En ella se ve el resultado de lo expuesto en la Figura 1, la diferencia de comportamiento entre ambos mecanismos es menor y se refleja en que la identificabilidad entre ambas heurísticas es menor. A diferencia del modelo que contrasta EBA y Satisficing contra RUM, el modelo RRM jamás logra identificarse del modelo RUM. Adicionalmente, el modelo RUM normalmente domina al modelo RRM en términos de identificabilidad incluso cuando en la muestra domina el modelo RRM. La identificabilidad del modelo RRM crece cuando la complejidad de identificabilidad del modelo RUM aumenta; ello debido a la correlación entre la probabilidad de elegir RUM y la valoración de este en el costo.

Identificabilidad	Correlación Nula		Correlación positiva RUM	
	Domina RUM	Domina RRM	Domina RUM	Domina RRM
Fuerte RRM Nula RUM	1/10	3/10	2/10	7/10
Nula RRM Fuerte RUM	9/10	3/10	8/10	1/10

Débil RRM	4/10	2/10
Nula RUM		

Tabla 3 Identificabilidad RRM vs RUM

Finalmente, la identificabilidad del modelo Satisficing se expresa en la tabla 4. El modelo presenta un caso intermedio entre el EBA y el RUM, con más similitud con el primero. El modelo es altamente identificable en numerosos casos y, al igual que el modelo EBA, su identificabilidad decrece cuando al modelo se le incorpora correlación. Notar que la Figura 1 el modelo Satisficing presenta mayores diferencias de comportamiento con respecto al RUM que el modelo EBA, no obstante, el modelo Satisficing fue identificable en menor número de ocasiones. Lo que confirma que la diferencia absoluta entre mecanismos es un buen diagnóstico, pero no asegura identificabilidad del modelo.

Identificabilidad	Correlación Nula		Correlación positiva RUM	
	Domina RUM	Domina SAT	Domina RUM	Domina SAT
Fuerte ambos	7/10	10/10	1/10	8/10
Débil SAT Fuerte RUM	3/10		7/10	2/10
Nulo SAT Fuerte RUM	3/10		2/10	

Tabla 4 Identificabilidad Satisficing vs RUM

4.3 Análisis de sesgo de parámetros

El último objetivo es analizar el sesgo en los parámetros que se produce debido a la escasa identificabilidad de los modelos. Dado que la población es sintética, conocemos los parámetros reales, entonces es posible analizar el sesgo en estos modelos. Optamos por analizar sólo los casos en que se identificó de forma fuerte algún mecanismo³. Adicionalmente, debido a la numerosa cantidad de modelos a analizar (12 modelos con dos heurísticas por modelo), seleccionamos seis modelos para realizar el análisis:

- EBA-RUM: i) correlación nula y domina EBA; ii) correlación positiva y domina RUM.
- RRM-RUM: i) correlación nula y domina RRM; ii) correlación positiva y domina RUM.
- SAT-RUM: i) correlación nula y domina SAT; ii) correlación positiva y domina RUM.

La Tablas 6 y 7 presentan los parámetros y el test-t con respecto al parámetro objetivo para los seis modelos analizados. Para construirlas, obtuvimos la media de cada parámetro de los modelos con algún mecanismo estimado con elevada identificabilidad y la media de su test-t con respecto al valor objetivo.

3. Un modelo con un nivel de identificabilidad débil, en la práctica, es descartado por no identificable, y por tanto nosotros también lo descartamos como modelo válido. No obstante, realizamos la categorización adicional con el fin de mostrar matices de la no identificabilidad.

Los dos modelos EBA-RUM recuperan los parámetros de forma adecuada, lo cual no es sorprendente, dado el análisis de identificabilidad ya efectuado. Más aún, notar que en el primer caso, ningún test-t promedio supera el valor de 0.80. En efecto, el modelo es altamente identificable. Cuando se introduce mayor nivel de correlación en una de las heurísticas, ambas heurísticas sufren pérdidas de identificabilidad. No obstante, en este modelo no implica problemas mayores (i.e. no implica identificabilidad limitada).

Los modelos RRM-RUM muestran un desempeño contrario al modelo EBA-RUM. Pese a que todos estos modelos analizados tienen una identificabilidad parcial, es decir, uno de las heurísticas se identificó fuertemente mientras que la otra no, esa identificabilidad no es acompañada de insesgamiento. Entonces, pese a que la matriz de información del modelo se comporta de manera adecuada en una sub-matriz de ésta, el modelo es altamente sesgado.

En la Tabla 7 se presentan los resultados del modelo SAT-RUM que exhibe sesgos intermedios entre los casos EBA y RRM. Este modelo es fuertemente afectado por cambios en proporciones y por aumento en la correlación. Luego, es posible concluir que pese a que la identificabilidad es fuerte (i.e. la matriz de información tiene inversa formando desviaciones pequeñas), la identificabilidad no es robusta pues no se mantiene a lo largo de distintos diseños experimentales.

Finalmente, notar la robustez en la identificación de la heurística RUM. Ésta generalmente es identificada, incluso, en casos donde la contraparte se encuentra en una proporción dominante. El mecanismo RUM muestra mayor compatibilidad con la heurística EBA, compatibilidad intermedia con Satisficing y dudosa compatibilidad con RRM. Notar que, ello no indica que en la población no puedan coexistir dichas heurísticas, es más, no existe impedimento alguno; los resultados indican que no es posible detectar las heurísticas RUM y RRM de forma simultánea –al menos en el contexto de PR de transporte que estudiamos–.

5. CONCLUSIONES

Los problemas de identificabilidad de modelos con múltiples heurísticas y el escaso desarrollo metodológico en el estudio de dichos problemas nos llevaron a estudiar estos modelos de forma teórica y práctica. Más aún, la ausencia de estudios de simulación en modelos con múltiples heurísticas, nos permiten extraer las primeras conclusiones respecto a la capacidad de estos modelos de recuperar el comportamiento subyacente.

Para trabajar el aspecto teórico, estudiamos la matriz de información del modelo de heurísticas heterogéneas. Al focalizarnos en el componente de la diagonal que corresponde a la función de elección de heurística, identificamos la importancia de la diferencia de comportamiento entre los mecanismos para su correcta identificabilidad. Ello, junto con gráficos de diferencia de probabilidad entre heurísticas, permiten generar una hipótesis acerca de la identificabilidad del modelo.

El análisis práctico consideró el mecanismo de maximización de la utilidad enfrentado a tres heurísticas complementarias: minimización del remordimiento, eliminación por aspectos y Satisficing. De este análisis se extrae que el mecanismo de eliminación por aspectos es el más compatible con el RUM en términos de identificabilidad, Satisficing es medianamente compatible,

mientras que la minimización del remordimiento es incompatible en este escenario. Dicha identificabilidad se dificulta aún más crece la estructura de correlación entre las funciones de elección de heurística y el mecanismo en sí. De forma adicional, reafirmamos la hipótesis planteada por los gráficos de probabilidad, pero se confirma que ellos son sólo indicativos.

Todos los resultados presentan fuertes tendencias confirmando el análisis teórico. Sin embargo, la escasa diversidad de contextos de elección –solo se probó una base de datos– y la escasa diversidad de conjunto de parámetros –se probó solo dos: con y sin correlación–, impiden generalizar las relaciones encontradas entre las distintas heurísticas. No obstante, como primer estudio de simulación de modelos con múltiples heurísticas, siembra un precedente importante en el uso de estos modelos.

Finalmente, es necesaria mayor investigación que permita identificar si los hallazgos de esta investigación son estables en distintos contextos o si el comportamiento en término de identificabilidad es altamente variable. Más aun, es importante recalcar que este análisis incluyó solo dos heurísticas simultáneas. Si bien, la metodología aplica a más heurísticas, la identificabilidad de más heurísticas se espera que sea limitada. Si bien, esta investigación da cuenta de las dificultades de aplicar este tipo de modelos, el impacto de la opción de ignorar la diversidad de heurísticas no ha sido cuantificado y es parte de futuras líneas de investigación.

REFERENCIAS

- Adamowicz, W.L., y Swait, J.D., 2013. Are food choices really habitual? Integrating habits, variety-seeking, and compensatory choice in a utility-maximizing framework. *American Journal of Agricultural Economics* 95:17–41.
- Araña, J.E., León, C.J., y Hanemann, M.W., 2008. Emotions and decision rules in discrete choice experiments for valuing health care programmes for the elderly. *Journal of Health Economics* 27:753–769.
- Balbontin, C., Hensher, D. a., y Collins, A.T., 2017. Integrating attribute non-attendance and value learning with risk attitudes and perceptual conditioning. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review* 97:172–191.
- Chorus, C.G., 2010. A new model of random regret minimization. *European Journal of Transport and Infrastructure Research* 10:181–196.
- Chorus, C.G., Arentze, T.A., y Timmermans, H.J.P., 2008. A Random Regret-Minimization model of travel choice. *Transportation Research Part B: Methodological* 42:1–18.
- Gaudry, M.J.I., Jara-Diaz, S.R., y Ortuzar, J.D.D., 1989. Value of time sensitivity to model specification. *Transportation Research Part B: Methodological* 23:151–158.
- Gilbride, T.J., y Allenby, G.M., 2006. Estimating Heterogeneous EBA and Economic Screening Rule Choice Models. *Marketing Science* 25:494–509.
- Gonzalez-Valdes, F., y Ortúzar, J. de D., 2017. The Stochastic Satisficing Model. *International Choice Modelling Conference 2017, Cape Town, South Africa*.
- Guevara, C.A., 2016. Mode-valued differences of in-vehicle travel time savings. *Transportation* 1–21.
- Guevara, C.A., Chorus, C.G., y Ben-akiva, M.E., 2016. Sampling of alternatives in random regret minimization models. *Transportation Science* 50:306–321.
- Hess, S., y Stathopoulos, A., 2013. A mixed random utility - Random regret model linking the

- choice of decision rule to latent character traits. *Journal of Choice Modelling* 9:27–38.
- Hess, S., Stathopoulos, A., y Daly, A., 2012. Allowing for heterogeneous decision rules in discrete choice models: An approach and four case studies. *Transportation* 39:565–591.
- Leong, W., y Hensher, D., 2012a. Is Route Choice a Matter of Regret Minimisation or Relative Advantage Maximisation? *International Conference on Travel Behaviour Research* 15–20.
- Leong, W., y Hensher, D.A., 2012b. Embedding multiple heuristics into choice models: An exploratory analysis. *Journal of Choice Modelling* 5:131–144.
- McFadden, D., 1981. Econometric Models of Probabilistic Choice, in: *Structural Analysis of Discrete Daa with Econometric Applications*. pp. 198–269.
- McNair, B.J., Hensher, D.A., y Bennett, J., 2012. Modelling Heterogeneity in Response Behaviour Towards a Sequence of Discrete Choice Questions: A Probabilistic Decision Process Model. *Environmental and Resource Economics* 51:599–616.
- Ortuzar, J. de D., y Fernandez, J.E., 1985. On the stability of discrete choice models in different environments. *Transportation Planning and Technology* 10:209–218.
- Ortuzar, J. de D., y Willumsen, L., 2011. *Modelling Transport*. John Wiley y Sons.
- Plummer, M., 2016. *RJags: Bayesian Graphical Models using MCMC*. R package version 4-6.
- R Core Team, 2015. *R: A language and environment for statistical computing*.
- Simon, H.A., 1955. A behavioral model of rational choice. *The Quarterly Journal of Economics* 69:99–118.
- Tversky, A., 1972a. Choice by elimination. *Journal of Mathematical Psychology* 9:341–367.
- Tversky, A., 1972b. Elimination by aspects: a theory of choice. *Psychological Review* 79:281–299.
- van Cranenburgh, S., Guevara, C.A., y Chorus, C.G., 2015. New insights on random regret minimization models. *Transportation Research Part A: Policy and Practice* 74:91–109.
- Williams, H.C.W.L., y Ortuzar, J. de D., 1982. Behavioural theories of dispersion and the misspecification of travel demand models. *Transportation Research Part B: Methodological* 16:167–219.

AGRADECIMIENTOS

Agradecemos al profesor Benjamin Heydecker, que proporcionó ayuda a lo largo de esta investigación en la discusión de modelos y resultados. Agradecemos también a tres revisores anónimos que aportaron comentarios útiles en torno a la redacción y contenido del paper. También agradecemos a la Comisión Nacional de Investigación Científica y Tecnológica (CONICYT: 21151280) por haber apoyado esta investigación. También agradecemos al Instituto Milenio del Sistema Complejos de Ingeniería (ICM: P05-004F; FONDECYT: FB8016), al Centro de Excelencia BRT financiado por Volvo Research and Educational Foundations y finalmente al Centro de Desarrollo Urbano Sustentable, CEDEUS (Conicyt/Fondap/15110020)

TABLAS Y FIGURAS

Parámetro	EBA (umbral)	RRM	Satisficing	RUM
Costo 1	1.39 (40 CLP)	3	-0.10	-0.5
Costo 2	1.39 (60 CLP)	-	-	0.2
Umbral de costo	-	-	45 CLP	-
Tiempo de viaje	1.39 (15 min)	10	-0.20	-5.0
Tiempo de espera	2.08 (3 min)	50	-0.35	-20.0
Tiempo de caminata	2.30 (5 min)	20	-0.80	-6.5
Umbral de tiempo	-	-	36 min	-
Mu	-	0.2	-	-
Asc1	0.41	0.5	1.5	0.5
Asc2	0 (fixed)	0 (fixed)	1 (fixed)	0 (fixed)
Asc3	0.10	0.1	1.1	0.1
Asc4	0.59	0.8	1.8	0.8
Asc5	0.53	0.7	1.7	0.7
Asc6	0.47	0.6	1.6	0.6
Asc7	0.18	0.2	1.2	0.2
Asc8	0.26	0.3	1.3	0.3
Asc9	0.34	0.4	1.4	0.4

Tabla 5 Parámetros de simulación

Parámetro	EBA - RUM - i		EBA - RUM - ii		RRM - RUM - i		RRM - RUM - ii	
	EBA	RUM	EBA	RUM	RRM	RUM	RRM	RUM
Costo 1	1.32 (0.34)	-0.57 (-0.22)	2.18 (-1.10)	-0.55 (-0.24)	0.87 (9.92)	-0.82 (-4.01)	0.57 (12.47)	-0.73 (-2.24)
Costo 2	1.26 (0.54)	-	1.92 (-0.74)	0.22 (0.07)	-	-	-	0.30 (1.09)
Tiempo de viaje	1.31 (0.38)	-5.08 (0.11)	1.99 (-0.79)	-4.62 (0.83)	4.61 (4.99)	-3.79 (4.28)	5.18 (2.34)	-4.38 (2.21)
Tiempo de espera	2.03 (0.26)	-23.51 (-0.43)	2.65 (-0.85)	-19.58 (0.25)	20.80 (5.97)	-15.89(3.28)	17.65 (6.33)	-17.70(2.04)
Tiempo de caminata	2.22 (0.43)	-6.90 (-0.19)	3.06 (-1.11)	-6.38 (0.28)	7.27 (7.35)	-6.06 (1.45)	6.09 (7.95)	-6.31 (0.65)
Mu	-	-	-	-	0.56 (-2.78)	-	0.71 (-2.82)	-
Asc1	0.37 (0.17)	0.56 (0.16)	0.72 (-0.57)	0.48 (-0.20)	0.43 (0.94)	0.59 (1.04)	0.51 (-0.12)	0.49 (-0.10)
Asc2	0 (fixed)	0 (fixed)	0 (fixed)	0 (fixed)	0 (fixed)	0 (fixed)	0 (fixed)	0 (fixed)
Asc3	0.05 (0.14)	0.27 (0.44)	0.16 (-0.41)	0.09 (-0.15)	0.09 (0.13)	0.26 (2.31)	0.11 (-0.19)	0.10 (0.00)
Asc4	0.49 (0.43)	0.90 (0.39)	0.79 (-0.31)	0.75 (-0.36)	0.67 (1.53)	0.78 (-0.24)	0.77 (0.40)	0.75 (-0.63)
Asc5	0.48 (0.32)	0.80 (0.26)	0.63 (-0.19)	0.70 (-0.06)	0.74 (-0.72)	0.73 (0.40)	0.72 (-0.19)	0.69 (-0.19)
Asc6	0.48 (-0.08)	0.76 (0.34)	0.78 (-0.47)	0.57 (-0.28)	0.62 (-0.33)	0.76 (2.07)	0.62 (-0.19)	0.63 (0.34)
Asc7	0.14 (0.26)	0.29 (0.21)	0.23 (-0.12)	0.21 (0.11)	0.21 (-0.20)	0.31 (1.36)	0.14 (0.63)	0.22 (0.23)
Asc8	0.19 (0.39)	0.62 (0.78)	0.58 (-0.71)	0.28 (-0.17)	0.29 (0.07)	0.43 (1.62)	0.20 (1.16)	0.29 (-0.15)
Asc9	0.34 (-0.04)	0.62 (0.51)	0.59 (-0.48)	0.40 (0.01)	0.44 (-0.58)	0.50 (1.24)	0.38 (0.25)	0.37 (-0.38)

Tabla 6 Parámetros y test-t (objetivo) de los modelos EBA-RUM y RRM-RUM analizados

Parámetro	SAT - RUM - i		SAT- RUM - ii	
	SAT	RUM	SAT	RUM
Costo 1	-9.59 (-0.71)	-0.49 (-0.05)	-	-0.66 (-1.35)
Costo 2	-	-	-	0.35 (1.33)
Umbral de costo	0.42 (1.16)	-	-	-
Tiempo de viaje	-0.20(-0.37)	-5.41 (-0.47)	-	-4.83 (0.39)
Tiempo de espera	0.31 (-0.28)	-23.37 (-0.66)	-	-18.69 (0.96)
Tiempo de caminata	-0.79 (0.44)	-6.17 (0.32)	-	-7.10 (-1.61)
Umbral de tiempo	0.58 (0.99)	-	-	-
Asc1	-0.52 (0.44)	0.51 (0.06)	-	0.44 (-0.60)
Asc2	-1 (fixed)	0 (fixed)	-	0 (fixed)
Asc3	-0.63 (-1.03)	0.21 (0.51)	-	0.04 (-0.58)
Asc4	-0.74 (0.11)	0.90 (0.21)	-	0.69 (-0.90)
Asc5	-0.67 (-0.53)	0.85 (0.73)	-	0.64 (-0.64)
Asc6	-0.45 (-0.94)	0.70 (0.45)	-	0.56 (-0.44)
Asc7	-0.88 (-0.11)	0.39 (0.63)	-	0.26 (0.72)
Asc8	-0.62 (-0.88)	0.51 (0.72)	-	0.22 (-0.71)
Asc9	-0.68 (-0.58)	0.70 (1.09)	-	0.33 (-0.70)

Tabla 7 Parámetros y test-t (objetivo) de los modelos SAT-RUM analizados