
OPTIMIZACION DE LA TABLA DE HORARIOS EVALUANDO LA SINCRONIZACION MEDIANTE FUNCIONES DIFUSAS.

Patricia Jaramillo, Laura Lotero
Universidad Nacional de Colombia, Escuela de Sistemas
Carrera 80 No 65-223 Medellín, Colombia
E-mail: gpjarami@unal.edu.co, llotero0@unal.edu.co

RESUMEN

Para la planificación operativa de un sistema de transporte público, una vez asignadas las frecuencias de cada ruta, debe elaborarse una tabla de horarios en la que se defina, para cada ruta, la hora exacta de salida de los vehículos desde su estación origen, tal que cumpla con las frecuencias determinadas y que la sincronización con otras rutas sea máxima.

El modelo formulado por Ceder et al. (2001) es ya una propuesta clásica. Se trata de un problema de programación binaria resuelto con un algoritmo genético, donde sincronización es la llegada simultánea (desfase cero) de dos buses a una estación. El modelo posee pocas soluciones factibles por su poca flexibilidad y su solución es difícil por su carácter binario.

El modelo aquí propuesto se basa en ese modelo pero considera la sincronización como una variable imprecisa descrita mediante una función de pertenencia difusa. Considera además el número de pasajeros que deben hacer trasbordo en cada estación como factor de importancia de las posibles sincronizaciones. Adicionalmente, considera solo variables continuas lo que lo hace mucho más fácil de resolver.

Palabras clave: Tabla de tiempos, sincronización, lógica difusa

ABSTRACT

When planning the operation of public transportation systems, once the frequencies have been allocated, a timetable with exact departure times for vehicles within each route must be defined. Such timetable meets given frequencies and maximizes synchronization with other routes.

Ceder et al. (2001) proposed a model which is nowadays a classical approach. It consists on a binary programming problem, solved by a genetic algorithm, in which synchronization means that both buses arrive at the station at the same time. This model has few feasible solutions due to its lack of flexibility and it is difficult to solve because of its binary nature.

Our model is based on Ceder et al., but it differs in that synchronization is an imprecise variable, described by a fuzzy membership function. We also propose that the number of passengers that must transfer in every station is an important determinant of synchronization. Additionally, our model only considers continuous variables, which makes it easier to solve

Keywords: timetables, synchronization, fuzzy logic

1. INTRODUCCIÓN

Generalmente, la planeación operativa de un sistema de transporte público urbano colectivo (metro, bus, tranvía), se divide en las siguientes etapas: Diseño de rutas, Diseño de frecuencias, Programación de horarios, y Programación de vehículos y conductores. Estas fases de planeación son operativas, pues sus consecuencias no son a largo plazo y pueden refinarse a medida que se perciban ciertos cambios o fallos en el sistema, o se cuente con nueva información.

Específicamente la programación de horarios define, para cada ruta y una vez asignadas las frecuencias de cada ruta con base en la demanda de pasajeros, una tabla de horarios con las horas exactas de salida de los vehículos desde su estación origen, tal que cumpla con las frecuencias determinadas y que la sincronización con otras rutas sea máxima.

El problema de la sincronización de buses es un tema muy importante para el transporte público: minimizar los tiempos de espera para realizar trasbordos entre dos rutas mejora la satisfacción de los usuarios, mejora la calidad de vida y reduce el tiempo improductivo de las personas.

El artículo está organizado de la siguiente manera: en la próxima sección se presentan modelos antecedentes. En la sección 3 se define el modelo propuesto. En la sección 4 se presenta un caso hipotético. En la última sección se presentan las conclusiones y trabajos futuros.

2. ANTECEDENTES

Acerca del problema de la sincronización de buses han sido realizados algunos trabajos con anterioridad. En la mayoría de los casos se han propuesto formulaciones matemáticas diseñadas para generar tablas de horarios asegurando la máxima sincronización entre viajes, y se han desarrollado métodos heurísticos de optimización para resolverlos debido a la alta complejidad por su no linealidad.

Ceder (1986) describe métodos alternativos para la creación de tablas de horarios basados en la demanda de pasajeros. Considera: minimizar los recursos requeridos, maximizar la atención a los usuarios considerando la correspondencia entre los tiempos de salida de los buses y la demanda de pasajeros, y maximizar la homogeneidad entre los intervalos. Ceder et al. (1987) propone un modelo que intenta minimizar el costo del operador mientras provee un adecuado servicio minimizando el costo del usuario y maximizando la sincronización. Lee y Schonfeld (1991) estudiaron el problema de sincronizar una ruta de bus con una línea de tren asumiendo condiciones estocásticas. Concluyeron que la sincronización no se justifica cuando las situaciones están caracterizadas por una alta variabilidad en los tiempos de llegada. Voss (1992) formuló el problema de minimizar el tiempo de espera de los usuarios en los nodos o puntos de transferencia. Desilet y Rousseau (1992) desarrollaron un modelo cuyo objetivo es minimizar la penalidad o castigo total asociada al tiempo de espera para el trasbordo desde una línea a otra línea, para cada combinación de buses de ambas líneas.

Bookbinder y Désilets (1992) propusieron optimizar las transferencias o sincronizaciones dentro de una red de transporte público para minimizar el total de inconveniencias para los pasajeros. En este trabajo los viajes en bus son programados para salir desde la Terminal de buses, buscando

minimizar la función objetivo que determina esas inconveniencias, principalmente el tiempo de espera. Ellos consideran los tiempos de viaje como aleatorios.

El modelo formulado por Ceder et al. (2001) es ya una propuesta clásica, en el que se estudia el problema de generar una tabla de horarios para una red de líneas de buses con el objetivo de maximizar su sincronización. El problema es formulado como un problema binario y resuelto con un algoritmo genético. El modelo realiza la tabla de horarios maximizando el número de sincronizaciones entre todos los buses de todas las líneas y en todas las estaciones donde hay posibilidad de sincronización de llegadas. Este modelo solo usa variables binarias y considera que sincronización solamente es la llegada simultánea (desfase cero entre llegadas) de dos buses a una estación. Esta característica hace que se aleje de la realidad y que posea muy pocas soluciones factibles por su poca flexibilidad. Además que hace su resolución muy difícil por su carácter binario (generalmente *NP-Hard*)

Yan y Chen (2002) desarrollaron un algoritmo para producir tablas de tiempo y programación de rutas de buses entre ciudades, utilizando como datos la demanda de pasajeros, el tamaño de la flota y los costos asociados. El modelo es formulado como un problema de flujo de una red articulada.

Ceder (2002) propone y analiza tres diferentes procedimientos para una mejor combinación de la demanda de pasajeros con una tabla de horarios dada mientras se intenta minimizar el número de despachos. En uno de ellos considerando despacho de buses con una transición suave entre horas adyacentes, en los otros dos considera que las cargas sean balanceadas y en promedio no exceden una ocupación deseada en cada uno de los vehículos.

Eranky (2004), basado en la formulación de Ceder et al. (2001) considera como objetivo principal obtener el máximo número de llegadas simultáneas, pero considera la simultaneidad como el hecho de que el tiempo entre las llegadas de buses de diferentes rutas a un punto de transferencia está entre un rango de mínimo y máximo tiempos límite de espera del pasajero, aunque igual a Ceder et al. (2001), formula el problema como un problema binario.

3. MODELO PARA EL DISEÑO DE TABLA DE HORARIOS MAXIMIZANDO LA SINCRONIZACIÓN COMO VARIABLE DIFUSA

El modelo propuesto por Ceder et al. (2001) es un modelo muy completo, que considera modelos anteriores a él y ha sido referenciado por muchos autores, por esta razón es considerado el modelo referente, pero tiene el inconveniente de que solo considera que hay sincronización cuando los tiempos de llegada a la estación en cuestión son exactamente iguales, lo que quiere decir que ante una diferencia de tiempos de llegada incluso muy pequeña, diferente de cero, no se considera sincronización, lo que lo hace poco realista.

Si se considera que existen diferentes niveles de sincronización, esta puede definirse por una función difusa, elemento básico de la lógica difusa que es, básicamente, una lógica que permite valores intermedios para poder definir evaluaciones convencionales como sí/no, verdadero/falso, negro/blanco, etc.; no exige valores exactos, soporta valoraciones subjetivas e incluso valoraciones lingüísticas para los parámetros del problema y las incorpora apropiadamente a

modelos matemáticos complejos. La lógica difusa fue propuesta inicialmente por Zadeh en 1965, y hoy es uno de los temas de investigación y aplicación en áreas como control, carrera aeroespacial y optimización de problemas bajo imprecisión e incertidumbre (Zadeh, 1983).

Se propone aquí un modelo que considera que la sincronización es una variable difusa, que corresponde a llegar a una diferencia de llegadas de los buses a la estación de trasbordo dentro de un rango “apropiado”. Incluso, algunas veces, llegar simultáneamente puede ser poco conveniente porque no daría tiempo a que los pasajeros bajen del primer vehículo y se dirijan hacia el segundo vehículo que no siempre está demasiado accesible al primero.

El hecho de que el modelo considera la sincronización como una variable difusa, lo caracteriza como más realista. El modelo propuesto es mucho más fácil de resolver que el modelo de Ceder et al. (2001) porque no utiliza variables binarias sino continuas y sus ecuaciones pueden ser lineales (si se usan funciones de pertenencia lineales que son las más aplicadas) por lo que puede resolverse por técnicas clásicas de optimización lineal como el simplex o el método del punto interior. Tiene además la ventaja que considera en la función objetivo pesos de importancia de cada posible sincronización, correspondientes a la cantidad de pasajeros que harán ese trasbordo (lo que puede obtenerse del modelo de asignación de la etapa de planificación de asignación de recorridos). Así la solución óptima preponderará las sincronizaciones más importantes en detrimento de las menos importantes.

3.1. Hipótesis y suposiciones

- Se conoce las frecuencias de salida de vehículos F_l en las diferentes rutas l .
- Se conoce el tiempo que transcurre entre la salida de un vehículo a través de una ruta y el cruce con cada una de las otras rutas en una estación de interés.

3.2. Formulación del modelo

El modelo supone que se cuenta con los siguientes datos:

- $G = \{A, N_t\}$ donde A es el conjunto de arcos representando las rutas de los buses. N_t es el conjunto de nodos de trasbordo en la red. N es un subconjunto de N (total de nodos) y n_t es el tamaño de N_t .
- T : el horizonte de planeación, por ejemplo 1 día o 1 hora.
- L : Es el conjunto de las rutas de buses en la red.
- H_{minl} : la mínima diferencia de tiempo entre dos salidas adyacentes en la ruta l , definida por la empresa o por las autoridades.

- H_{maxl} : la máxima diferencia de tiempo entre dos salidas adyacentes en la ruta l , definida por la empresa o por las autoridades. Se asume que la primera salida de la ruta l debe ser entre 0 y H_{maxl} .
- F_l : frecuencia de la ruta l , es decir número de salidas a programar en la ruta l , en el horizonte de planificación T .
- T_{lj} : Tiempo promedio de viaje desde el punto en que comienza la ruta l al nodo j .
- p_{lqn}^{mas} y p_{lqn}^{menos} son parámetros definidos por el analista entre los que se considera que hay sincronización.
- w_{lqn} es el número de pasajeros que hace transbordo desde el bus l al bus q en la estación n

3.3. Variables de Decisión

x_{il} : Tiempo de salida de la estación origen del bus de orden i de la ruta l .

μ_{iljqn} : Nivel de pertenencia al conjunto difuso “buses i de la línea l y j de la línea q están sincronizados al llegar a la estación n ”

S_{iln} : Tiempo de llegada del bus i de la línea l a la estación n .

d_{iljqn} : Desfase entre llegadas del bus i de la línea l , con el bus j de la línea q , en la estación n .

3.4. Función Objetivo

El objetivo es maximizar la sincronización en las estaciones de transbordo. La función objetivo es la suma de sincronizaciones (un valor entre 0 y 1) en las estaciones, ponderadas por el número de pasajeros que harán transbordo en cada estación.

$$\text{Maximizar } Z = \sum_{l=1}^L \sum_{q=1}^L \sum_{n \in A_{lq}} \sum_{i=1}^{F_l} \sum_{j=1}^{F_q} w_{lqn} \mu_{iljqn} \quad (1)$$

Donde A_{lq} es el conjunto de estaciones en las que puede hacerse transbordo desde la ruta l a q o viceversa.

Esta formulación tiene la ventaja que considera en la función objetivo pesos de importancia de cada posible sincronización, correspondientes a la cantidad de pasajeros que harán ese transbordo (lo que puede obtenerse del modelo de asignación de la etapa de planificación de asignación de recorridos). Así la solución óptima preponderará las sincronizaciones más importantes en detrimento de las menos importantes.

Si consideramos que existen diferentes niveles de sincronización, esta puede definirse por la función difusa μ_{ijlqn} , como se muestra en la Figura 1. Esta puede ser triangular, trapezoidal, en forma de campana o muchas otras formas. En la figura 1 se muestra una función gaussiana.

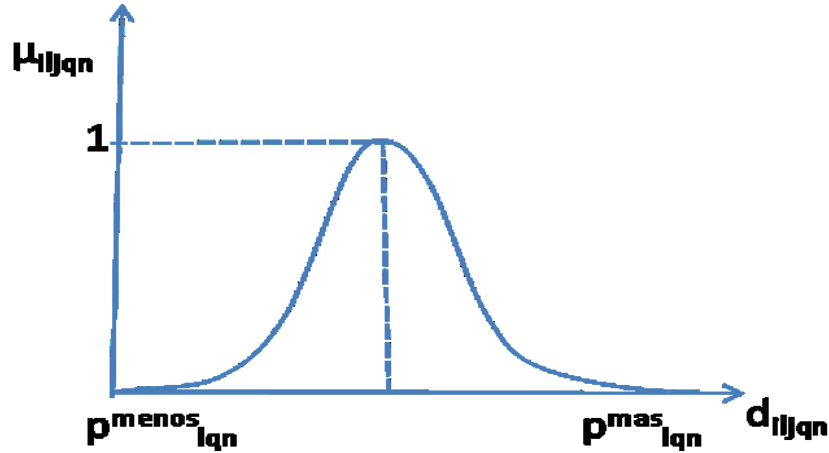


Figura 1. Función Difusa de la Variable Sincronización

d_{ijlqn} , desfase entre llegadas de los buses, es definido como:

$$d_{ijlqn} = S_{iln} - S_{iqn} \quad (2)$$

$$S_{iln} = X_{il} + T_{ln} \quad (3)$$

Por tanto, si $d_{ijlqn} > 0$ quiere decir que el bus i de la ruta l llega antes que el bus j de la ruta q a la estación n . De lo contrario, si $d_{ijlqn} < 0$ quiere decir que el bus i de la ruta l llega después que el bus j de la ruta q a la estación n . Si $d_{ijlqn} = 0$ el bus i de la ruta l llega simultáneamente con el bus j de la ruta q a la estación n .

Si $d_{ijlqn} < p_{lqn}^{menos}$ o $d_{ijlqn} > p_{lqn}^{mas}$ se considera que no hay sincronización. Si la meta no es que lleguen en simultanea sino que lleguen con un desfase p_{lqn}^{goal} , la función tendrá el valor $\mu_{ijlqn} = 1$ en dicho valor.

3.5. Restricciones:

- La variable difusa sincronización es una función del desfase entre llegadas:

$$\mu_{ijlqn} = f(d_{ijlqn}) \quad \forall i, l, j, q, n \quad (4)$$

Donde f representa una función difusa, que más adelante se definirán.

- El desfase entre llegadas está definido por las ecuaciones (2) y (3)
- El tiempo de salida del primer bus de cada línea debe ser menor que H_{max} , definida por la empresa:

$$x_{il} \leq H_{\max l}, \forall l \in L \quad (5)$$

- El tiempo de salida del último bus de cada línea debe ser menor que T:

$$x_{F_l} \leq T, \forall l \in L \quad (6)$$

- La diferencia de tiempos de salida entre dos buses consecutivos, en cada línea, debe estar entre el rango $H_{\min,l} - H_{\max,l}$ definidas por la empresa.

$$H_{\min l} \leq x_{(i+1)l} - x_{il} \leq H_{\max l}, \forall l \in L, \forall i = 1, \dots, F_l - 1 \quad (7)$$

- Las variables son positivas

$$x_{il} \geq 0, \mu_{iljqn} \geq 0, \mu_{iljqn} \leq 1 \quad (8)$$

Las variables x_{ik} son valoradas en el sistema decimal, por lo que el analista debe transformarlo, posterior a la resolución del problema, a unidades de tiempo: horas, minutos y segundos. Igualmente debe realizar una tabla paralela a la de horas de salida, de hora de llegadas a las diferentes estaciones de trasbordo y a las estaciones finales.

Las últimas tres restricciones (5), (6) y (7) son equivalentes a las formuladas por Ceder et al. (2001). Esta formulación tiene la ventaja sobre el anterior que no tiene variables binarias pero la desventaja de que la función objetivo suele ser no lineal, por lo que para su resolución es necesario usar un *solver* de programación no lineal o en su defecto, una metaheurística.

3.6. Funciones difusas más comúnmente usadas

Considerando $x = d_{iljqn}$, se definen las siguientes funciones:

- Función Gaussiana: Es una función definida por su valor medio \bar{X} que define su centro y por σ que determina el ancho.

$$\mu_{gauss}(x) = \exp\left(-\left(\frac{x - \bar{x}}{\sigma}\right)^2\right) \quad (9)$$

- Función Campana Generalizada: Es una función que tiene tres parámetros: a, responsable de su ancho; c, de su centro y b de sus inclinaciones.

$$\mu_{campana}(x) = \frac{1}{1 + \left|\frac{x - c}{a}\right|^{2b}} \quad (10)$$

- Función Sigmoideal: Es una función con dos parámetros: a, responsable de su inclinación en el punto de inflexión $x=c$.

$$\mu_{sigmoideal}(x) = \frac{1}{1 + \exp[-a(x - c)]} \quad (11)$$

- Función Triangular: Es una función definida por sus límites inferior a y superior c , y el valor modal b , tal que $a < b < c$.

$$\mu_{triangular}(x) = \begin{cases} 0, & x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ \frac{c-x}{c-b}, & b \leq x \leq c \\ 0, & c \leq x \end{cases} \quad (12)$$

O por una fórmula alternativa a la ecuación anterior:

$$\mu_{triangular}(x) = \max\left(\min\left(\frac{x-a}{b-a}, \frac{c-x}{c-b}\right), 0\right) \quad (13)$$

- Función Trapezoidal: Es una función definida por sus límites inferior a y superior d , y los límites de su soporte, b y c , inferior y superior respectivamente.

$$\mu_{trapezoidal}(x) = \begin{cases} 0, & x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ 1, & b \leq x \leq c \\ \frac{d-x}{d-c}, & c \leq x \leq d \\ 0, & d \leq x \end{cases} \quad (14)$$

O por una fórmula alternativa a la ecuación anterior:

$$\mu_{trapezoidal}(x) = \max\left(\min\left(\frac{x-a}{b-a}, \frac{d-x}{d-c}\right), 0\right) \quad (15)$$

4. EVALUACIÓN CON CASO HIPOTÉTICO

Con el propósito de evaluar el desempeño del modelo, se trabajo con tres líneas que se cruzan de la siguiente manera: La línea l_1 se cruza en el nodo estación 1 con l_2 . La línea l_1 se cruza en la estación 2 con la línea l_3 . Las líneas l_2 y l_3 nunca se cruzan.

Solo se considera trasbordo de las líneas 1 a 2, en el nodo 1 y de 1 a 3 en el nodo 2, el resto no.

Frecuencia línea l_1 = 8 vehículos

Frecuencia línea l_2 = 5 vehículos

Frecuencia línea l_3 = 6 vehículos

Los respectivos tiempos promedio de viaje desde el punto en que comienza la ruta l al nodo n son:

$$T_n(1,1)=10; T_n(1,2)=25; T_n(2,1)=15; T_n(2,2)=1000; T_n(3,1)=1000; T_n(3,2)=12$$

Donde $T_n(l,n)=1000$ significa que la línea l no pasa por el nodo n .

Las demandas están dadas por w_{lqn} , que es el número de pasajeros que hace transbordo desde el bus l al bus q en la estación n

$$w_{1,2,1} = 30; w_{1,3,2}=80$$

$$p_{lqn}^{\text{menos}} = -12$$

$$p_{lqn}^{\text{mas}} = 12$$

La función difusa usada fue la campana generalizada (9) con parámetros $a=1.2$, $b=1$ y $c=0$, considerando así más importante que los buses lleguen simultáneamente. La forma de la función difusa se puede observar en la Figura 2.

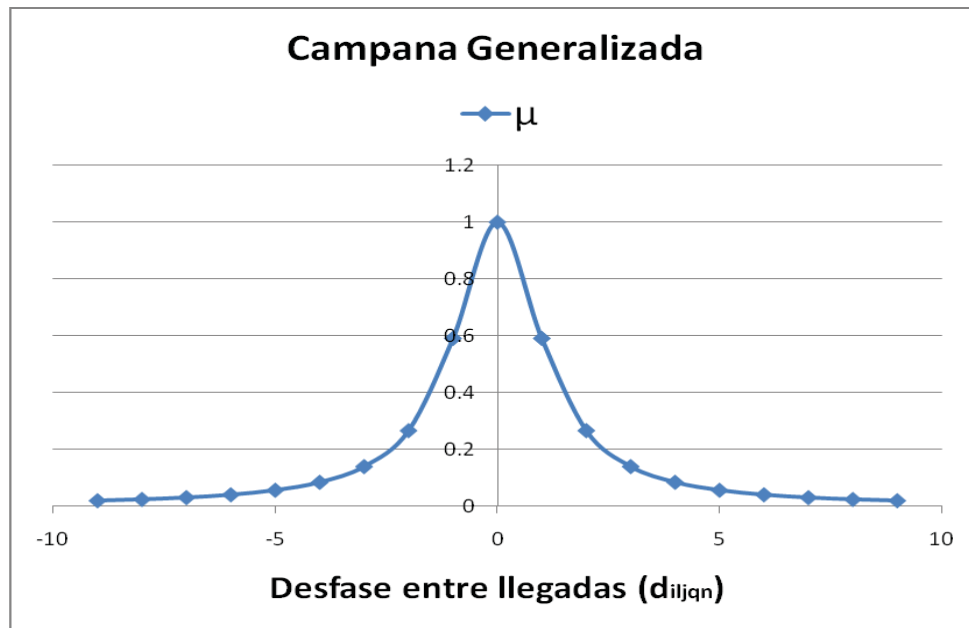


Figura 2. Campana Generalizada Parámetros $a=1.2$, $b=1$ y $c=0$

El modelo fue programado en el software comercial de optimización GAMS, utilizando el *solver* de programación no lineal “Minos” (Murtagh *et al*, 2002).

Los resultados se presentan en las tablas 1 y 2. En la tabla 1 se presenta un diseño de tabla de horarios, con los horarios de salida y de llegada a la estación de transbordo de cada uno de los buses de cada línea.

Tabla 1. Diseño de Tabla de Horarios

Línea 1 Hmin=9.29 ; Hmax=19.29				Línea 2 Hmin=16.25 ; Hmax=33.75			Línea 3 Hmin=13 ; Hmax=27		
Bus	Hora Salida	Hora Llegada Est 1	Hora Llegada Est 2	Bus	Hora Salida	Hora Llegada Estacion 1	Bus	Hora Salida	Hora Llegada Estacion 2
1	4:46	14:46	29:46	1	0:00	15:00	1	4:41	16:41
2	17:35	27:35	42:35	2	21:53	36:53	2	17:41	29:41
3	26:53	36:53	51:53	3	44:05	59:05	3	30:41	42:41
4	36:10	46:10	61:10	4	1:06:02	1:21:02	4	49:05	1:01:05
5	49:05	59:05	1:14:05	5	1:22:17	1:37:17	5	1:02:05	1:14:05
6	1:01:59	1:11:59	1:26:59				6	1:15:05	1:27:05
7	1:11:17	1:21:17	1:36:17						
8	1:27:02	1:37:02	1:52:02						

En las tablas 2 y 3, se presenta el desfase entre llegadas d_{ijqn} , donde el bus i es representado por el termino de la fila, el bus j por el termino de la columna, l es la línea 1 y q la línea 2. μ es la medida difusa de sincronización que indica si el bus i de la línea l está sincronizado en la estación n con el bus j de la línea q . Cuando el desfase es 0, $\mu=1$, es decir hay sincronización completa, cuando el desfase esta por fuera del intervalo definido da cero y para valores de sincronización en dicho intervalo da un valor de μ entre 0 y 1. Mientras más cercano esté a $\mu=1$ los buses están más sincronizados.

Al permitir que la sincronización no tenga que ser perfecta (desfase entre llegadas igual a cero), se permiten lograr más sincronizaciones (así no sean perfectas) que cuando se permite solo la sincronización perfecta entre un par de buses de dos líneas, pues por intentar obtener estas, deja de lado otras posibilidades que bien pueden ser interesantes

Tabla 2. Desfases y medidas difusas de sincronización asociadas en la estación 1.

Estación 1		Línea 1								
Bus		1	2	3	4	5	6	7	8	
Línea 2	1	Desfase	-0.24	12.59	21.88	31.17	44.08	56.99	66.28	82.04
		μ	0.96	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	2	Desfase	-22.12	-9.29	0.00	9.29	22.20	35.11	44.40	60.16
		μ	0.00	0.02	1.00	0.02	0.00	0.00	0.00	0.00
	3	Desfase	-44.31	-31.48	-22.20	-12.91	0.00	12.91	22.20	37.96
		μ	0.00	0.00	0.00	0.01	1.00	0.01	0.00	0.00
	4	Desfase	-66.27	-53.44	-44.15	-34.87	-21.95	-9.04	0.24	16.01
		μ	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.02	0.96	0.01
	5	Desfase	-82.52	-69.69	-60.40	-51.12	-38.20	-25.29	-16.01	-0.24
		μ	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.96

Tabla 3. Desfases y medidas difusas de sincronización asociadas en la estación 2.

Estación 2		Línea 1								
Bus		1	2	3	4	5	6	7	8	
Línea 3	1	Desfase	13.08	25.91	35.20	44.48	57.40	70.31	79.59	95.36
		μ	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	2	Desfase	0.08	12.91	22.20	31.48	44.40	57.31	66.59	82.36
		μ	1.00	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	3	Desfase	-12.92	-0.09	9.20	18.48	31.40	44.31	53.59	69.36
		μ	0.01	0.99	0.02	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	4	Desfase	-31.31	-18.48	-9.20	0.09	13.00	25.91	35.20	50.96
		μ	0.00	0.00	0.02	0.99	0.01	0.00	0.00	0.00
	5	Desfase	-44.31	-31.48	-22.20	-12.91	0.00	12.91	22.20	37.96
		μ	0.00	0.00	0.00	0.01	1.00	0.01	0.00	0.00
	6	Desfase	-57.31	-44.48	-35.20	-25.91	-13.00	-0.09	9.20	24.96
		μ	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.99	0.02	0.00

En este caso, la estación 2 que es la que más demanda presenta, se ve privilegiada con sincronizaciones mejores que en la estación 1.

5. CONCLUSIONES

Se presenta aquí un modelo de optimización de la tabla de horarios de salida de los buses desde sus diferentes estaciones origen, basado en el modelo formulado por Ceder et al. (2001): a pesar que este es un modelo bastante reconocido, tiene algunas falencias como la de considerar que la sincronización entre dos rutas en una estación de trasbordo sólo se da cuando estas llegan simultáneamente a la estación, lo que es bastante difícil en la realidad y generalmente tienen un desfase mayor de cero. Además no considera en la función objetivo la cantidad de pasajeros que harían cada trasbordo. El modelo aquí propuesto resuelve algunas de las deficiencias del modelo anterior, pues no considera variables binarias, y simplemente intenta minimizar los diferentes desfases entre las llegadas de buses.

Este modelo considera a la variable sincronización como una variable difusa, que representa diferentes niveles de sincronización. Esta propuesta tiene además la ventaja que permite considerar en la función objetivo pesos de importancia de cada posible sincronización, correspondientes a la cantidad de pasajeros que harán ese trasbordo (lo que puede obtenerse del modelo de asignación de la etapa anterior). Así la solución óptima preponderará las sincronizaciones más importantes en detrimento de las menos importantes.

El modelo propuesto representa una simplificación de la realidad pero según el caso específico, el analista podrá hacer extensiones considerando las condiciones particulares del problema a analizar.

BIBLIOGRAFIA

- Bookbinder, J. y Désilets, A. (1992). Transfer optimization in a transit network. **Transportation Science**, 26(2), 106-118.
- Ceder, A. (2002). Public Transport Timetabling and Vehicle Scheduling. **Advanced Methods for Transit Operations and Service Planning**. Honk- Kong.
- Ceder, A., Golany, B. y Tal, O. (2001) Creating bus timetables with maximal synchronization. **Transportation Research Part A: Policy and Practice**, 35 (10), 913-928.
- Ceder, A. (1986). Methods for creating bus timetables. **Transportation Research A**, 21, 59-83.
- Ceder, A. y Tal, O. (1987). Designing synchronization into bus timetables. **Transportation Research Record**. Transportation Research Board of de national academies, 1760, 28-33
- Desilet, A. y Rousseau, J. (1992). Synchro: a computer-assisted tool for the synchronization of transfer in public transit networks. Desrochers, and Rousseau, **Computer-Aided Transit Scheduling**. Springer, Berlin, 153-166.
- Eranky, A. (2004). **A Model to Create Bus Timetables to Attain Maximum Synchronization Considering Waiting Times at Transfer Stops**. Department of Industrial and Management Systems Engineering College of Engineering. University of South Florida.
- Lee, M. y Schonfeld, P. (1991). Optimal slack time for timed transferred at transit terminal. **Journal of Advanced Transportation**, 25, 3.
- Murtagh, B.A., Saunders, M.A., Murray, W., Gill, P.E., Raman, R. y Kalvelagen E. (2002). **Gams/Minos: A solver for Large-Scale nonlinear optimization problems**.
- Voss, S. (1992). Network design formulation in schedule synchronization. Desrochers, Rousseau, **Computer-Aided Transit Scheduling**. Springer, Berlin, 137-152.
- Yan, S. Y Chen, H. (2002). A scheduling model and a solution algorithm for inter-city bus carriers. **Transportation Research Part A**, 36, 805-825.
- Zadeh L. A. 1983. The role of fuzzy logic in the management of uncertainty in expert systems, **Fuzzy Sets and Systems**, 11, 199-227.