
MODELO DE ASIGNACION DE FRECUENCIAS, RECORRIDOS Y TRANSBORDOS DE LOS USUARIOS DEL SISTEMA DE TRANSPORTE PÚBLICO.

Patricia Jaramillo, Laura Lotero
Universidad Nacional de Colombia
Escuela de Sistemas
Carrera 80 No 65-223 Medellín, Colombia
E-mail: gpjarami@unal.edu.co, llotero0@unal.edu.co

RESUMEN

La planeación operativa de un sistema de transporte público urbano colectivo, se divide en las etapas: Diseño de rutas, Diseño de frecuencias, Programación de horarios, y Programación de vehículos y conductores. El diseño de frecuencias define el número de vehículos que salen desde la estación origen de una ruta dada, durante un periodo de tiempo. Generalmente los modelos de optimización asociados, consideran exógeno el número de pasajeros que demanda cada tramo de las rutas, pero en realidad los pasajeros eligen su recorrido no sólo incentivados por la distancia sino también por las mismas frecuencias de las rutas.

Se presenta un modelo cuyo fin principal es el diseño de las frecuencias de unas rutas de buses ya establecidas, pero estimando de forma implícita los recorridos que elegirían los usuarios considerando que estos minimizan el tiempo de recorrido, el número de trasbordos y también el tiempo promedio de espera en las estaciones de autobuses. El modelo se basa en Baaj y Mahmassani (1991) pero incluye la asignación de la demanda y considera múltiples objetivos (objetivos de usuarios y de operadores).

Palabras clave: Asignación de tráfico, Frecuencias, Multiobjetivo

ABSTRACT

Operative planning of urban collective public transportation systems consists basically on four stages: design of routes, design of frequencies, timetables, vehicles and crew programming. Frequency design defines the number of vehicles departing from the origin station of a given route, during a period of time. The related optimization models generally consider the number of passengers demanding each route link as exogenous but, actually, passengers choose their path not only encouraged by the distance, but also by the frequencies of the routes.

We present a model whose main purpose is to design the frequencies of a given set of bus routes, but implicitly estimating the paths that passengers would choose to minimize travel time, number of transfers and average waiting time in bus stations. Our model is based on Baaj and Mahmassani (1991) but it differs from it in that it includes demand allocation and considers multiple objectives (objectives of users and operators)

Keywords: Traffic assignment, Frequencies, Multiobjective

1. INTRODUCCION

La asignación de frecuencias para un sistema de rutas de vehículos de servicio de transporte urbano colectivo se refiere a la definición del número de salidas de los buses desde la estación inicial de cada ruta, lo que corresponde igualmente al número de pasadas por las estaciones en cada periodo de tiempo. La unidad de periodo considerada puede ser desde una hora hasta un día, según el caso en cuestión, pero generalmente se considera la hora, pues es a este nivel que suele desagregarse la demanda de una ruta. Con base en la demanda, las horas pueden clasificarse como horas punta (de alta demanda) y horas valle (de baja demanda), y de acuerdo con esto se definirán menores o mayores frecuencias para cada franja horaria.

Generalmente los modelos de asignación de frecuencias de sistemas de transporte colectivo, consideran como parámetro exógeno el número de pasajeros que demanda las rutas. Pero en realidad, los pasajeros eligen las rutas no solo incentivados por la distancia o la tarifa sino también por las frecuencias de estas. Se propone aquí un modelo que tiene como fin principal el diseño de las frecuencias de unas rutas de buses (o metro) ya establecidas, pero realizando un estimativo de las elecciones de los usuarios que elegirán sus rutas considerando el tiempo de recorrido, el número de trasbordos y también el tiempo promedio de espera en las estaciones de autobuses.

El modelo presentado está basado en Baaj y Mahmassani (1991) quienes consideran la demanda de las rutas como exógeno; Se considera además múltiples objetivos en dos niveles: de un nivel están los objetivos de los operadores y de otro nivel están los objetivos de los usuarios los cuales suelen estar en conflicto. Los datos que requiere el modelo son las rutas establecidas, las longitudes de los tramos que conforman las rutas, la matriz origen-destino y algunos datos más operativos como la frecuencia mínima (definida por las autoridades), la capacidad de los vehículos y el factor de carga máxima permitido (proporción máxima de pasajeros respecto a la cantidad de asientos). El modelo define como variables de decisión no solo la frecuencia de los vehículos, sino las rutas y los trasbordos que elegiría la demanda.

El artículo está organizado de la siguiente manera: en la próxima sección se presentan modelos antecedentes. En la sección 3 se define el modelo propuesto. En la sección 4 se presenta un caso hipotético y en la última sección se presentan las conclusiones y trabajos futuros.

2. ANTECEDENTES

Los primeros modelos de frecuencias surgen en la década del 70, basados en ideas intuitivas, sin uso de modelos matemáticos. En la década del 80 se formulan algunos modelos en los que se incorporan nuevos parámetros tales como el cubrimiento de la demanda, el factor de carga y transferencias de los autobuses (Axhausen y Smith, 1984). En la década de los noventa se comienza a utilizar metaheurísticos para su resolución. En los siguientes párrafos se presentan algunas referencias encontradas en la literatura técnica.

Respecto a la frecuencia de las rutas, Byrne (1976) analizó el espaciamiento óptimo de las líneas de transporte público en una red con forma de malla, asumiendo intervalos y densidades de viaje uniformes. Baaj y Mahmassani (1991) plantearon un modelo que minimiza los tiempos totales de

transferencia de pasajeros y el tamaño de la flota requerido, sujeto a restricciones de frecuencia, el factor de carga y el tamaño de flota. El modelo es flexible, ya que permite la incorporación del conocimiento de los usuarios, por ejemplo, al momento de aplicar un método de resolución, pueden agregarse restricciones de mínima proporción de demanda cubierta con base a viajes sin trasbordos, o con al menos un trasbordo.

Israeli y Ceder (1993) formularon un modelo similar pero planteándolo como un problema de múltiples objetivos. Ngamchai y Lovell (2003) formularon un modelo similar al de Baaj y Mahmassani (1991) que permite además calcular frecuencias de rutas, pero no desde un enfoque multiobjetivo, por lo que requiere del uso de coeficientes de conversión a la misma unidad (\$/hora) de todas las componentes de la función objetivo. Gruttner et al (2002) proponen un modelo de asignación alternativo, que usa el método logit mediante el cálculo de utilidades de cada línea para cada par origen-destino. Robusté y Merino (1997), estudiaron la variación del intervalo y el espaciamiento entre rutas de autobuses considerando el costo del nivel de servicio en función de la densidad de pasajeros que viajan de pie. Mautonne (2005) propuso un modelo que conjuga el diseño de rutas y de frecuencias simultáneamente y su resolución fue a través de la metaheurística Grasp. En Mauttone (2005) y en Desaulniers y Hickman (2007) se encuentra una buena exploración de las diferentes propuestas encontradas en la literatura técnica.

3. MODELO DE ASIGNACIÓN DE FRECUENCIAS

El modelo que se propone es una extensión del modelo desarrollado por Baaj y Mahmassani (1991) y supone que se cuenta con una serie de rutas ya establecidas pero no con la elección previa de las rutas y recorridos de los usuarios. Las rutas son definidas sobre una red de N nodos, en los que cada nodo corresponde a un sitio origen, destino o a un cruce de rutas para trasbordo. Se cuenta además con una flota de vehículos de tamaño definido que serán compartidos, si así se desea, entre las diferentes rutas.

3.1. Hipótesis y suposiciones

- El modelo considera de forma independiente cada periodo de análisis ya sea horario o diario.
- El modelo supone que las personas desean irse por el medio más corto, con mayores frecuencias, con mínimos trasbordos.
- La asignación de la demanda por las rutas es del tipo todo o nada, es decir, toda la demanda que va desde un origen a un destino usa un solo recorrido (combinación de rutas de buses).
- No se tiene en cuenta la competencia con otros modos de transporte, pero si entre rutas.
- No se tiene en cuenta la congestión, es decir, la disminución de velocidad y de la demanda como consecuencia de la congestión, pero podría ampliarse a una función de equilibrio.

- El problema consiste en definir las frecuencias de las L rutas y el recorrido (rutas y trasbordos) que elegirían los pasajeros con base en las distancias a recorrer y los tiempos de espera.

Si bien algunos supuestos son bastante exigentes para el modelo de asignación y no representan completamente el comportamiento de los usuarios, el modelo presenta una primera aproximación al problema de forma estratégica. En trabajos futuros se buscará relajar algunos supuestos y representar mejor el comportamiento del usuario. Sin embargo, este supuesto es más aproximado para sistemas de tranvía o metro que para el sistema de buses.

3.2. Datos

Los datos que se necesitan para el modelo son:

- La región de análisis se divide en N zonas: el centroide de cada zona definirá un nodo en los que se supone que se concentran los pasajeros que viajaran desde o hacia la zona.
- Red de $N = \{i = 1, \dots, I\}$ nodos y $A = \{i, j = 1, \dots, I \times 1, \dots, I\}$ arcos. Estos arcos representan tramos de vías por las que viajan los buses.
- ϕ : matriz donde ϕ_{ijl} es igual a 1 o 0, representando si la ruta l pasa por el tramo ij de la red.
- D : matriz de las distancias d_{ij} entre los nodos ij .
- La demanda está definida en una matriz origen-destino G , en la que cada termino god indica el número de pasajeros que viajan desde un nodo origen o a un nodo destino d pero aún no tienen definido el recorrido.
- L : conjunto de rutas l que comparten la flota de vehículos o se interceptan entre sí permitiendo trasbordos.

3.3. Variables de decisión

F_l = frecuencia de buses de la ruta l

f_{ijodl} = 1 si la demanda od usa el arco ij de la ruta l , 0 de lo contrario

r_{odi} = 1 si la demanda (o,d) hace trasbordo en el nodo i , 0 en caso contrario.

3.4. Funciones Objetivo

3.4.1. Objetivos de los Usuarios

- Minimizar el tiempo o la longitud total de viaje: en este caso se usa la longitud del recorrido. Si se desea minimizar el tiempo, se divide por la velocidad promedio del tramo o si se tienen datos reales de tiempos en los tramos mucho mejor (Asignación de recorridos).

$$\text{Minimizar } \sum_o \sum_d \sum_i \sum_j \sum_l d_{ijl} f_{ijodl} \quad (1)$$

- Minimizar tiempos promedios de espera. El tiempo promedio de espera de una ruta l puede estimarse aproximadamente como:

$$\text{Minimizar } te_l = \frac{1}{2F_l} \quad (2)$$

Esta formulación es no lineal, lo que dificulta enormemente la solución del modelo (en especial si se aborda por métodos clásicos de optimización). Haciendo una simplificación, en la función objetivo se reemplaza minimizar el tiempo por maximizar las frecuencias:

$$\text{Maximizar } \sum_l F_l \quad (3)$$

- Minimizar trasbordos, ponderadas por las demandas; a mayor demanda menos trasbordos:

$$\text{Minimizar } \sum_o \sum_d \sum_i g_{od} r_{odi} \quad (4)$$

- Maximizar demanda atendida:

$$\text{Maximizar } \sum_o \sum_d \sum_i \sum_j \sum_l g_{od} f_{ijodl} \quad (5)$$

3.4.2. Objetivos de los operadores

- Minimizar costos de operación: esto se puede valorar indirectamente por la flota (número de buses) requerida para satisfacer la demanda, así:

$$\text{Minimizar } \sum_l F_l t_l \quad (6)$$

Donde t_l es la duración total del recorrido de la ruta l (ida y vuelta) calculada con base en los costos de sus arcos. Si no se cuenta con esta información se puede reemplazar por la longitud dividida por la velocidad media.

$$t_l = \sum_{j \in R(l)} \frac{d_{ij}}{\overline{v_{ij}}} \quad (7)$$

Donde $\overline{v_{ij}}$ es la velocidad media en el tramo ij . Por tanto, (6) queda de la siguiente manera:

$$\text{Minimizar } \sum_l F_l \sum_{j \in R(l)} \frac{d_{ij}}{\overline{v_{ij}}} \quad (8)$$

3.5. Restricciones Físicas

- Restricciones de enrutamiento de la demanda: Si $N(i)$ es el conjunto de nodos adyacentes al nodo i , para cada demanda od , se conserva el flujo en cada nodo como sigue:

$$\sum_l \sum_{k \in N(o)} f_{oklod} = 1, \quad \forall od \in OD \quad (9)$$

$$\sum_l \sum_{k \in N(d)} f_{kdlod} = 1, \quad \forall od \in OD \quad (10)$$

$$\sum_l \sum_{k \in N(i)} f_{kilod} = \sum_l \sum_{j \in N(i)} f_{ijlod}, \quad \forall od \in OD, \forall i \neq o, i \neq d \quad (11)$$

Dichas restricciones indican que si un nodo i coincide con el origen de la demanda od , entonces sólo hay en él flujo de salida, si el nodo i coincide con el destino de la demanda od , entonces sólo hay en él flujo de entrada y si el nodo i no es ni origen ni destino de la demanda od , el flujo de salida debe ser igual al flujo de entrada.

- Fijar con antelación los valores de las variables f_{ijodl} en el caso que para la demanda (od) no exista sino una posibilidad de ruta o recorrido (Flujo cautivo) (combinación de rutas). En ese caso:

$$f_{ijodl} = 1 \quad (12)$$

- Fijar con antelación los valores de las variables f_{ijodl} en el caso que para la demanda (od) no exista ninguna posibilidad de ruta o recorrido (combinación de rutas) por ij mediante la ruta l . En ese caso:

$$f_{ijodl} = 0 \quad (13)$$

- La demanda (od) solo puede elegir un recorrido a través de una línea existente

$$f_{ijodl} \leq \phi_{ijl} \quad \forall (i, j) \in N_f, \forall o, \forall d, \forall l \in L \quad (14)$$

Donde N_f es el conjunto de tramos factibles ij . Estas restricciones pueden agruparse de la siguiente manera:

$$\sum_o \sum_d f_{ijodl} \leq |G| \phi_{ijl}, \quad \forall ij \in N_f, \forall l \in L \quad (15)$$

- Para la demanda (od), se da un trasbordo en la estación i , si al llegar a esa estación en la línea l no sigue en la misma línea.

$$\sum_j f_{jilod} - \sum_k f_{iklod} \leq r_{odi}, \quad \forall o, \forall d, \forall l \in L, \forall i \neq o, i \neq d \quad (16)$$

3.6. Restricciones Técnicas o Políticas

- Para cada demanda (od) el número de transbordos no debe exceder a t_{max} (parámetro definido por el planificador)

$$\sum_i r_{odi} \leq t_{max}, \quad \forall o, \forall d \quad (17)$$

- Para cada ruta la frecuencia no debe ser superior a $F_{l,max}$ (definido para conveniencia de operadores) ni menor a $F_{l,min}$ (definido para conveniencia de los usuarios por las autoridades de tránsito)

$$F_{l,min} \leq F_l \leq F_{l,max} \quad \forall l \in L \quad (18)$$

- Factor de carga

$$LF_{l,min} \leq \frac{Q_{ijl}}{F_l CAP_l} \leq LF_{l,max} \quad \forall i, j, l \quad (19)$$

Donde Q_{ijl} es el flujo o la cantidad de pasajeros que pasan en la ruta l , en el tramo ij . Puede calcularse como:

$$Q_{ijl} = \sum_o \sum_d g_{od} f_{ijodl} \quad (20)$$

Finalmente, (18) queda:

$$LF_{l,min} F_l CAP_l \leq \sum_o \sum_d g_{od} f_{ijodl} \leq LF_{l,max} F_l CAP_l \quad \forall i, j, l \quad (21)$$

Donde, LF_l es el factor de carga en la ruta l , CAP_l es la capacidad de pasajeros sentados en los buses que se usan en la ruta l , $LF_{l,max}$ es el máximo factor de carga permitido definido por

las autoridades o por la empresa para la ruta l , $LF_{l,min}$ es el mínimo factor de carga para garantizar que la operación sea rentable para el operador de la ruta l .

- El tamaño de la flota requerida no debe exceder el número de buses disponibles

$$\sum_l F_l t_l \leq K \quad (22)$$

Donde K es el tamaño de la flota disponible

- Las frecuencias y el número de vehículos por ruta deben ser valores enteros y las variables f_{ij} y r_{odij} deben ser variables binarias

$F_l \geq 0$ y entero

$f_{odij}, r_{odij} \in [0,1]$

El modelo es de programación entera mixta con múltiples objetivos

Esta propuesta, se diferencia de la de Baaj y Mahmassani (1991) en que esta última presenta como función objetivo de los usuarios la minimización del tiempo total de espera la cual integra el tiempo de espera de la llegada del bus a la estación, el tiempo de viaje y el tiempo de espera de trasbordo. En esta propuesta solo se considera maximizar la frecuencia, que tiene relación directa con el tiempo de espera. El tiempo de viaje puede considerarse independiente de la frecuencia, y el tiempo de trasbordo depende del horario de salidas, pues estos son definidos en la etapa siguiente de tabla de horarios, es decir, aún se desconocen. Además, como el tiempo de espera es inversamente proporcional a la frecuencia (variable de decisión) la función sería no lineal, lo cual dificulta enormemente la resolución del problema.

4. EVALUACIÓN CON CASO HIPOTÉTICO

Con el fin de evaluar el modelo propuesto se considera una red de 15 nodos: la matriz origen-destino g_{od} para la red de 15 nodos está dada por la matriz \mathbf{g} , y la matriz de distancias entre los nodos ij está dada por \mathbf{d} , donde “-” significa que es imposible asignar una ruta por ij .

Las líneas previamente definidas son:

L_1 : 2-3-4-12-14 y viceversa

L_2 : 2-5-6-7-9-12-13-15 y viceversa

L_3 : 3-8-9-10-13-14-15 y viceversa

L_4 : 3-5-6-7-8-11 y viceversa

Las matrices \mathbf{g} y \mathbf{d} , de demanda y distancias respectivamente se presentan a continuación:

g =	{	0	50	20	35	47	15	18	26	21	5	12	10	35	34	-
		17	0	3	20	24	26	13	5	68	12	2	34	16	25	33
		1	8	0	29	54	55	1	14	25	4	8	8	21	2	0
		26	5	17	0	35	29	30	2	31	54	85	17	62	17	0
		51	53	87	41	0	68	95	64	51	19	9	10	14	25	6
		12	20	18	65	11	0	20	35	24	31	15	15	32	30	99
		69	17	21	24	19	24	0	37	21	25	26	65	13	15	21
		19	15	28	35	51	32	17	0	81	19	12	7	10	20	0
		16	24	27	35	39	47	54	44	0	27	10	15	20	29	35
		20	34	35	10	60	20	22	20	10	0	15	50	60	15	0
		15	14	25	30	35	30	50	70	31	30	0	44	16	13	47
		10	20	35	11	60	50	27	4	10	7	10	0	10	21	14
		26	30	20	91	10	90	40	60	19	8	31	30	0	19	14
		14	15	27	10	22	2	20	28	7	60	13	31	6	0	3
		50	15	10	20	10	7	18	33	10	35	20	8	60	70	0
d =	{	0	38	55	20	24	-	38	45	51	47	20	14	24	14	-
		38	0	23	1	3	22	21	14	57	24	14	-	28	-	33
		55	23	0	25	10	1	-	28	-	37	-	49	-	58	-
		20	1	25	0	84	98	7	10	7	6	-	5	-	4	-
		24	3	10	84	0	4	-	7	5	13	14	37	9	-	6
		-	22	1	98	4	0	41	48	57	68	97	75	54	66	99
		38	21	-	7	-	41	0	12	14	65	84	-	95	73	21
		45	14	28	10	7	48	12	0	48	-	1	-	-	1	-
		51	57	-	7	5	57	14	48	0	24	91	24	7	54	35
		47	24	37	6	13	68	65	-	24	0	-	-	14	-	-
		20	14	-	-	14	97	84	1	91	-	0	-	45	9	47
		14	-	49	5	37	75	-	-	24	-	-	0	10	14	14
		24	28	-	-	9	54	95	-	7	14	45	10	0	68	14
		14	-	58	4	-	66	73	1	54	-	9	14	68	0	3
		-	33	-	-	6	99	21	-	35	-	47	14	14	3	0

Los parámetros usados en el modelo son los siguientes:

- Tamaño de la Flota, $K = 100$ vehículos
- Máximo factor de carga permitido, $LF_{\max} = 1.10$
- Capacidad de los vehículos, $Cap_1 = 40$ pasajeros
- Velocidad promedio, $\overline{v_{ij}} = 20$ Km/hora

La optimización multiobjetivo se hizo con el método de los factores Ponderantes (Zadeh, 1963) usando pesos iguales para todos los objetivos. Los resultados se presentan en las tablas 1 y 2.

En la tabla 1 se muestran las frecuencias (buses/hora) de cada línea.

Tabla 1. Frecuencias de las líneas

Línea	F ₁ (Buses/hora)
L ₁	9
L ₂	70
L ₃	10
L ₄	11

En la tabla 2 se presentan la longitud del recorrido y el número de trasbordos para cada par de demanda *od*. Las demandas ubicadas con origen o destino en la estación 1 no tienen recorrido asignado puesto que ninguna línea pasa por ahí. Los orígenes *o*, están ubicados en las filas y los destinos *d* están en las columnas. Dado que las líneas son simétricas, el recorrido entre el par *od*, es igual al recorrido entre el par *do*.

El máximo número de trasbordos por par *od* es 1 y la longitud máxima es de 185m, entre los pares *od* (3,15) y (15,3)

Tabla 2. Longitud de los recorridos en metros (L) y número de trasbordos (Tr) de las demandas *od*.

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	L	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	Tr	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	L	0	0	23	48	3	7	48	51	62	86	61	53	96	67	110
	Tr	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0
3	L	0	23	0	25	10	14	55	28	76	100	68	30	114	44	185
	Tr	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	L	0	48	25	0	35	39	80	53	29	101	93	5	15	19	29
	Tr	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1
5	L	0	3	10	35	0	4	45	57	59	83	58	83	93	54	107
	Tr	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0
6	L	0	7	14	39	4	0	41	53	55	103	54	79	89	58	103
	Tr	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0
7	L	0	48	55	80	45	41	0	12	14	38	13	38	48	52	62
	Tr	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0
8	L	0	90	28	92	57	53	12	0	48	72	1	97	86	154	157
	Tr	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
9	L	0	62	76	29	59	55	14	48	0	24	49	24	38	106	48
	Tr	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
10	L	0	123	100	101	83	79	38	72	24	0	73	24	14	82	85
	Tr	0	1	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0
11	L	0	61	68	93	58	54	13	1	27	73	0	51	87	112	75
	Tr	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1
12	L	0	53	30	5	83	79	38	50	24	24	51	0	10	14	24
	Tr	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0
13	L	0	96	114	15	93	89	48	86	38	14	87	10	0	68	14
	Tr	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
14	L	0	67	44	19	54	58	99	154	106	82	112	14	68	0	3
	Tr	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0
15	L	0	110	185	29	107	103	62	157	48	85	75	24	14	3	0
	Tr	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0

5. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

Se propone aquí un modelo novedoso que permite integrar el modelo clásico de diseño de frecuencias al modelo de asignación de la demanda a las diferentes rutas de buses o metro (ya establecidas). Este modelo considera que los usuarios pueden tomar decisiones de sus recorridos dependiendo de las frecuencias que se les ofrezca en todos los buses que deben usar para alcanzar su destino (mediante trasbordos) por lo que el estimativo hecho en la etapa de asignación de demanda puede ser redefinido. Constituye entonces un aporte a la planificación integrada del servicio urbano público colectivo. Futuros desarrollos incluyen el diseño de las rutas de buses incluido de forma implícita al de frecuencias y recorridos, así como mejoras en los supuestos del comportamiento del usuario a la hora de la asignación de recorridos.

REFERENCIAS

- Axhausen, K.W y Smith, R.L. (1984). Evaluation of Heuristic Transit Network Optimization Algorithms. **Transportation Research Record**, 7-20.
- Baaj, M.H. y Mahmassani, H.S. (1991). An AI-based approach for transit route system planning and design. **Journal of Advanced Transportation**, 25(2): 187–210.
- Byrne, B.F. (1976). Cost minimising positions, lengths and headways for parallel public transit lines having different speeds. **Transportation Research**, 10, 209-214.
- Desaulniers, G. y Hickman, M. D. (2007). Public Transit. En Barnhart y Laporte (Eds.) **Handbook in OR & MS** Vol. 14, 69 - 127.
- Gruttner, E., Pinninghoff, M.A., Tudela, A. y Díaz, H. (2002) Recorridos óptimos de líneas de transporte público usando Algoritmos genéticos. **Jornadas Chilenas de computación**, Copiapó, Chile.
- Israelí, Y. y Ceder, A. (1993). Transit route design using scheduling and multiobjective programming techniques. En Daduna, Branco, y Paixao (Eds.). **Computer-Aided Transit Scheduling**, 56–75.
- Mautonne, A. (2005). **Optimización de Recorridos y Frecuencias en Sistemas de Transporte Público Urbano Colectivo**. Tesis de Maestría en Informática PEDECIBA, Universidad de La República, Uruguay.
- Ngamchai, S. y Lovell, D. (2003). Optimal time transfer in bus transit route network design using a Genetic Algorithm. **Journal of Transportation Engineering**, 129(5), 510–521.
- Robusté, A., Francesc, E. y Merino. (1997). **Configuración logística de un sistema de transporte urbano en autobús para ciudades intermedias**. Tesis Doctoral. Universidad Politécnica de Cataluña. Barcelona.

Zadeh, L. (1963). Optimality and Non-Scalar-Valued Performance criteria **IEEE Transactions on Automatic Control**, AC-8, No 59.