

SOBRE LA ESTIMACION DE LA DISTANCIA ESPERADA EN EL TSP Y VRP EN ZONAS ELIPTICAS

F. Robusté, M. Estrada, A. López Pita
CENIT – Centro de Innovación del Transporte, Universidad Politécnica de Cataluña
Jordi Girona 1-3, edificio B1 - 08034 Barcelona (España)
Fax: +34 93 4017264,
e-mail: f.robuste@upc.es

RESUMEN

El artículo incide en fórmulas cerradas para la estimación *a priori* de la distancia de rutas de reparto, un problema fundamental en logística. Partiendo de la conjetura que las fórmulas deducidas para distribuciones uniformes de los puntos a visitar (habitualmente incorporan un término en la raíz cuadrada del producto del número de puntos a visitar y el área donde se encuentran distribuidos) en un continuo homogéneo e isótropo constituyen un primer término de un desarrollo en serie más complejo, se resuelven problemas del tipo VRP en zonas de forma circular y elíptica.

Se genera una batería de problemas respondiendo a tipologías bien definidas y una vez resueltos se determinan expresiones empíricas aplicando regresión lineal múltiple.

Los algoritmos de solución son los clásicos de Clarke y Wright, Gillet y Miller y Fisher y Jaikumar y las expresiones incorporan, además de la raíz cuadrada ya conocida, expresiones en el número de puntos dividido por el cuadrado de la capacidad del vehículo y otras.

En el caso particular de zonas de reparto elípticas, se determinan fórmulas cerradas que proporcionan la distancia de reparto en función del eje mayor, la excentricidad de la elipse, el número de rutas y la raíz cuadrada del número de puntos multiplicado por el tamaño del área donde se encuentran distribuidos.

Finalmente, se comprueba empíricamente la mayor efectividad del algoritmo de Clarke y Wright para ambos problemas del tipo TSP y del tipo VRP, resultando significativamente eficiente para problemas con menos que 50 puntos o cuando la flota es inferior a 14 vehículos. Similarmente, se recomienda usar el algoritmo de Fisher y Jaikumar para un número de puntos notablemente superior a 50 y una flota inferior a 14 vehículos.

1. INTRODUCCION

Una de las contribuciones relevantes en el análisis científico de los sistemas logísticos es la determinación de la distancia esperada en circuitos del tipo *Traveling Salesman Problem* (TSP) antes de diseñar tales circuitos. Daganzo (1984) formaliza mediante aproximaciones continuas de la distribución de los puntos a visitar la deducción de unas expresiones simples y cerradas para el TSP cuya justificación empírica ya se conocía con anterioridad.

Dada una región de área A que contiene N puntos distribuidos en ella y vehículos de reparto idénticos con capacidad para distribuir C puntos, cuando $C \geq N$ se tiene un circuito del tipo TSP. La distancia esperada del TSP es proporcional a $(AN)^{1/2}$ cuando la región es compacta y convexa (la constante de proporcionalidad depende de la métrica y oscila entre 0,75 para métrica Euclídea ó L_2 y 0,9 para métrica de cuadrícula o grilla ó L_1).

Se conjetura que ese es el primer término de un desarrollo en serie de Taylor y que posteriores términos deberían incorporar correcciones según la distribución (uniforme o no) espacial de los puntos, la forma de la zona, los bordes, las esquinas, etc. Fronc (1986) certifica también la bondad de las fórmulas de Daganzo comparando las soluciones con el heurístico de Clarke y Wright.

Para el problema de rutas de vehículos (*Vehicle Routing Problem*, VRP), se supone $N > C$ y también se han deducido estimaciones de la distancia esperada (Daganzo, 1984) resultando proporcionales de nuevo a $(AN)^{1/2}$ y a la distancia media de los puntos al centro desde el que se realiza el reparto (almacén).

Robusté et al. (1990) justifica la bondad de las fórmulas en el caso de zonas de reparto alargadas como las que deben utilizarse en los casos genéricos del VRP y deduce una nueva expresión cerrada para el método de barrido (Gillet y Miller) que incluye un término en N/C^2 .

El artículo desarrolla fórmulas cerradas para distintos supuestos de VRP (área de reparto de forma circular o elíptica) a partir de los resultados obtenidos mediante la aplicación de heurísticos conocidos como referencia (Clarke y Wright, Fisher y Jaikumar y Giller y Miller). En particular se prueban las fórmulas de Daganzo (1984), Robusté et al. (1990) y se concluye sobre la bondad y adecuación de cada heurístico.

2. EL TSP Y VRP EN PROBABILIDAD GEOMETRICA

El coste de distribución de un vehículo tiene una componente proporcional a la distancia viajada (vehículo en movimiento) y otra componente proporcional al tiempo (independiente de superar una distancia). Si el vehículo tiene un uso adecuado a lo largo de un periodo de tiempo, el coste temporal puede distribuirse como un coste fijo al que hay que sumar el coste proporcional a la distancia. En Daganzo (1991) se supone simplificada que el coste de un vehículo que reparte una carga total V ($V \leq C$, siendo C la capacidad del vehículo) en N paradas es una combinación lineal de N y V según unos costes unitarios que suelen ser a su vez una combinación lineal de la distancia d , según:

$$\text{Coste de } N \text{ paradas} \approx c_s N + c_d N d + c'_s V + c'_d V d \tag{1}$$

Además de los costes unitarios, la distancia d es la única variable optimizable si se fija N y V . La mayor parte de complejidad de solución de los problemas asociados a minimizar la distancia (o tiempo, más genéricamente) de rutas de vehículos procede del carácter discreto del problema y de los condicionantes de contorno. Estos problemas pueden soslayarse con aproximaciones continuas de la distribución espacial de la demanda.

En efecto, si δ es la densidad media (en cierto entorno) de puntos de visita por unidad de superficie ($\delta = N/A$), en la mayoría de casos habituales la densidad será una función continua con una variación suave (siempre aproximable por valores constantes a trozos). Para una densidad δ constante en una región espacial, la probabilidad de contener N puntos en un área A sigue un proceso de Poisson siempre que la localización de los puntos sea independiente entre sí:

$$P_N(A) = \frac{(\delta A)^N e^{-\delta A}}{N!} \quad \text{donde } A \geq 0 \quad \text{y} \quad N = 0,1,2,\dots \tag{2}$$

Como en todo proceso estocástico de Poisson se cumple que la esperanza matemática del número de puntos y su varianza son idénticos e iguales a $E(N)=Var(N)=\delta A$ (ver detalles en Novaes, 1989).

2.1. TSP – *Traveling Salesman Problem* (Problema del viajante de comercio).

En el TSP se trata de encontrar un circuito que conecta N puntos de forma que la distancia total sea mínima. El circuito empieza en un punto pero es independiente de ese punto. La solución existe pero no tiene por qué ser única (especialmente en métricas del tipo L_1) y el número de soluciones es $(N-1)!/2$ si la matriz de distancias es simétrica. Algunas propiedades de subaditividad, inexistencia de cruces del circuito por desigualdad triangular y de orden de visita consecutiva de los puntos que conforman un recinto convexo son bien conocidas: ver detalles del TSP en el recopilatorio de Lawler et al. (1985). Por análisis dimensional la distancia entre puntos debe ser proporcional a $\delta^{-1/2}$, o lo que es lo mismo, la distancia total del TSP debe ser proporcional a $(AN)^{1/2}$. Una de las primeras estimaciones empíricas de la constante de proporcionalidad se debe a Eilon que determinó $E(DTSP) \approx 0,75(AN)^{1/2}$ para L_2 , corregida ligeramente al alza por Stein según:

$$E(D_{TSP}) \cong 0,765 \sqrt{AN} \tag{3}$$

Daganzo (1984) propone cubrir el área A con unas bandas de ancho w óptimo a partir del balance entre la distancia media entre puntos consecutivos en sentido transversal a la banda ($w/3$, distancia media entre dos puntos aleatorios distribuidos uniformemente en un segmento de ancho w) y la distancia media en sentido longitudinal (métrica L_1):

$$d_w = \frac{w}{3} + \frac{1}{\delta w} \tag{4}$$

Puede determinarse el ancho óptimo de banda que minimiza la ecuación (4) anterior y con ello la distancia total mínima del TSP multiplicando por el número de puntos N . Para la métrica Euclídea la formulación se complica matemáticamente al estar las distancias respecto al eje x e y

acopladas, pero no introduce innovaciones conceptuales de cara al presente artículo (ver detalles en Daganzo,1984). Un proceso automático de construcción de la ruta consiste en visitar cada punto que va apareciendo recorriendo la banda cerrada en algún sentido. Naturalmente esta sistemática es muy mejorable en la práctica y las distancias medias que proporciona el “método de las bandas” de Daganzo son superiores a las óptimas del TSP.

Las estimaciones de distancia del TSP con el método de las bandas son:

$$D_{TSP-1} \cong 1,15 \sqrt{A N} \quad \text{para la métrica L1} \quad (5.a)$$

$$D_{TSP-2} \cong 0,90 \sqrt{A N} \quad \text{para la métrica L2} \quad (5.b)$$

Con diversas mejoras (saltar fronteras de bandas, retroceso, saltar esquinas y huecos, orientación adecuada de las bandas, etc.) se puede rebajar el coeficiente de la métrica en casi un 17%, con lo que las fórmulas predictivas de la distancia TSP quedarían:

$$D_{TSP-1}^* \cong 0,95 \sqrt{A N} \quad \text{para la métrica L1} \quad (6.a)$$

$$D_{TSP-2}^* \cong 0,75 \sqrt{A N} \quad \text{para la métrica L2} \quad (6.b)$$

2.2. VRP – Vehicle Routing Problem (Problema de las rutas de vehículos).

En el VRP más elemental se visitan N puntos desde un almacén con vehículos idénticos con capacidad para visitar C puntos ($C/N \ll 1$). Daganzo (1984) demuestra las relaciones cerradas siguientes, donde r es la distancia media entre el almacén de origen y los puntos de reparto:

$$D_{VRP-1} \approx \frac{2rN}{C} + 0,73 \sqrt{AN} \quad \text{para L1} \quad (7.a)$$

$$D_{VRP-2} \approx \frac{2rN}{C} + 0,57 \sqrt{AN} \quad \text{para L2} \quad (7.b)$$

En Robusté et al.(1990) se analiza la bondad de la expresión (7) en zonas de distinta morfología. En particular, en las zonas rectangulares se realiza dicho análisis según el concepto de la “esbeltez del rectángulo” (cociente entre su lado menor y mayor).

Las expresiones (7) son aplicables si se cumple la siguiente relación que se utilizará posteriormente:

$$7 < C < 1,5 \left(\frac{N}{C} \right) \quad (8)$$

Cuando la relación (8) no se cumple, la distancia total de la ruta responde a la formulación:

$$D \approx \left[0,9 + k \frac{N}{C^2} \right] \sqrt{AN} \quad (9)$$

donde k toma un valor de 0,45 en el caso de una zona cuadrada y de 0,55 para una zona rectangular de esbeltez $\beta=0,6$ (Robusté, 1990).

3. GENERACION DE PROBLEMAS TIPO

Para la resolución de los problemas se han empleado los tres algoritmos “clásicos” de Clarke y Wright o método de los ahorros, Gillet y Miller o método del barrido y Fisher y Jaikumar o método de las simientes. La descripción de los algoritmos puede encontrarse en cualquier libro de logística (Robusté, 2003, por ejemplo) y no es objeto de este artículo.

Como el “método de las bandas” propuesto en Daganzo (1984) tiene una aplicación óptima en zonas rectangulares, únicamente se ha estudiado la resolución del problema TSP en este tipo de morfología. Las coordenadas (x,y) de los puntos se han generado aleatoriamente en los dominios de la región a servir, considerando el almacén como un punto más en la ruta de reparto.

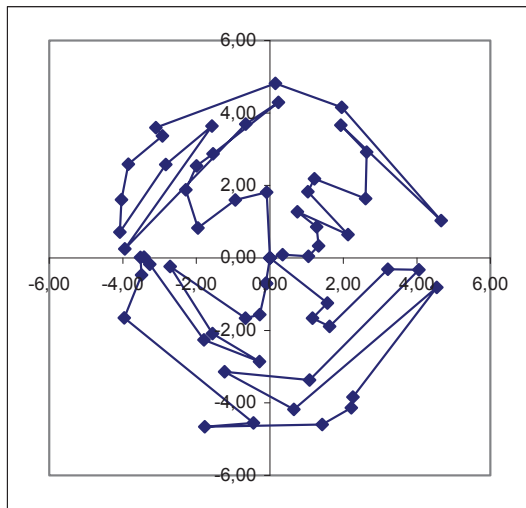


Figura 1.A: Resolución con el Algoritmo de Daganzo. Problema Circular con $N=57$, $C=30$.

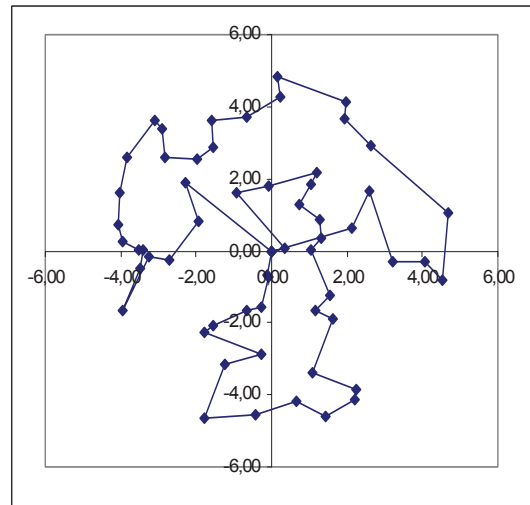


Figura 1.B: Resolución con el Algoritmo de Clarke y Wright.

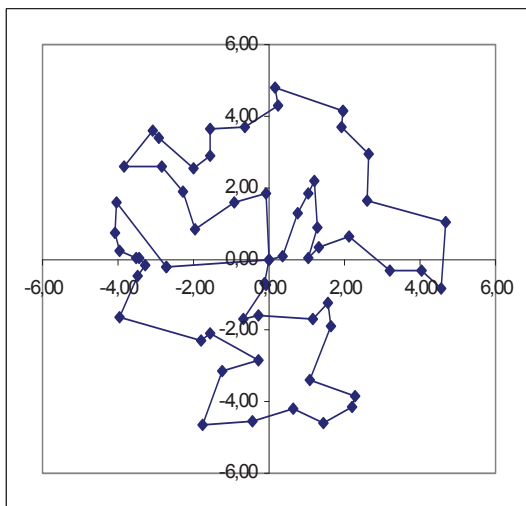


Figura 1.C: Resolución con el Algoritmo de Gillet y Miller.

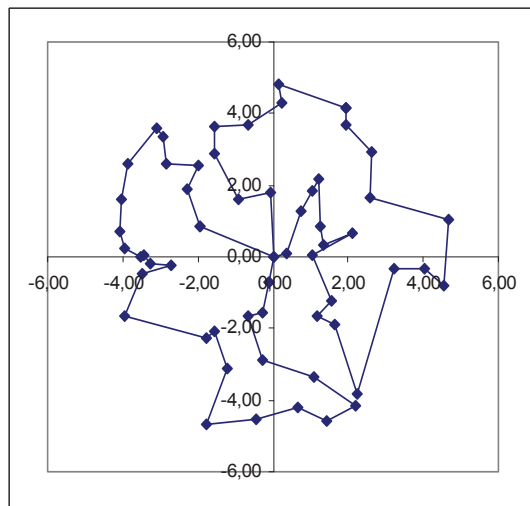


Figura 1.D: Resolución con el Algoritmo de Fisher y Jaikumar.

En el análisis del problema VRP se han considerado zonas de reparto de topología circular y elíptica pretendiendo determinar fórmulas cerradas estimativas de la distancia en cada caso. El almacén se ubica en el centro geométrico de la zona de reparto. En este caso, la ubicación de los puntos se determina en coordenadas polares a partir de variaciones uniformes de la coordenada radial y de la angular, manteniendo constante la densidad de puntos en toda la región de área A .

En el caso elíptico, los problemas se generan según distintos grados de excentricidad de la elipse y que por analogía con las formas rectangulares de ha denominado “esbeltez” $\beta=b/a$, siendo b el semieje inferior y a el semieje superior de la elipse. Los detalles de la generación y resolución de problemas se encuentran en Estrada (2001).

Se han generado diversos problemas con un número de puntos de reparto que oscila entre 10 y 210, de forma que la batería de problemas comprenda un amplio dominio de la variable densidad de puntos en un área A .

En el caso del problema VRP se han considerado distintos valores de la capacidad C de cada vehículo, de forma que tengamos situaciones en que $N \approx C$ y otras en que $N \gg C$. De este modo se podrá analizar el efecto que tiene en la ruta de reparto el número de paradas que tiene que realizar cada vehículo y el número de vehículos necesarios. En particular, el número de vehículos utilizado en los distintos problemas oscila entre 2 y 60 unidades.

4. EXPRESIONES DE LA DISTANCIA TOTAL DE LA RUTA

Para la obtención de las fórmulas cerradas, se ha generado una primera batería de más de 30 problemas que se utiliza como base para el análisis de la regresión multivariante. Se ha fijado un criterio de aceptación de la formulación para coeficientes de correlación múltiple r^2 superiores a 0,98 y una significación del modelo igual a 0. Sin embargo, también se ha tenido en cuenta la dependencia lineal de las variables explicativas y la relación entre la suma de los cuadrados de los residuos con los de la propia regresión.

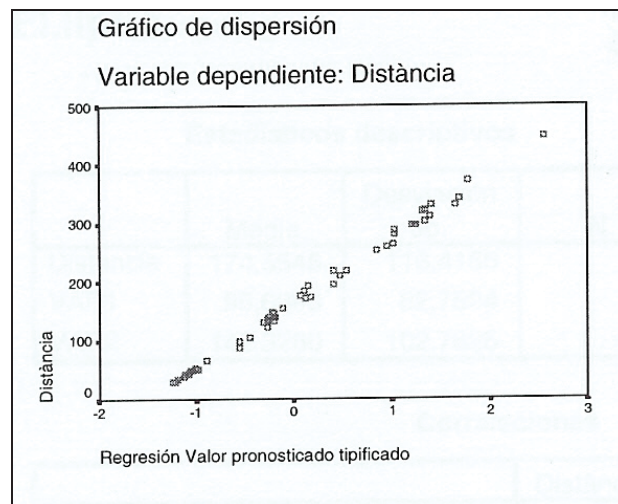


Figura 2: Gráfico de la Regresión Lineal Múltiple para un Caso de VRP en Zona Elíptica

Por otro lado se ha generado una segunda batería de problemas para comparar los resultados obtenidos mediante el algoritmo heurístico con los estimados por la formulación compacta. Se comprueba que la diferencia entre ambos sea inferior a un valor límite.

Con los datos disponibles de la generación de los problemas y los de la solución con los algoritmos citados, se han obtenido fórmulas empíricas mediante el paquete estadístico SPSS.

La Figura 2 muestra gráficamente la correlación obtenida. En el Anexo se muestran los estadísticos habituales de este tipo de análisis (en el ejemplo mostrado por la Figura 2, $R^2=0,996$).

TSP. Zonas cuadradas-redondas. Las regresiones múltiples aquí son simples ya que la única variable explicativa considerada es la conocida $(AN)^{1/2}$. Los coeficientes de esta variable son ligeramente superiores al 0,765 determinado por Stein y detallado en Lardon y Odoni (1981):

$$\text{Daganzo} \quad D = 3,902 + 0,834 \sqrt{AN} \quad (10.a)$$

$$\text{Clarke y Wright} \quad D = 2,851 + 0,805 \sqrt{AN} \quad (10.b)$$

TSP. Zonas alargadas. Se corrobora empíricamente como ya lo había hecho Robusté et al. (1990) y Fronc (1996) que el algoritmo de Daganzo es más eficiente en este caso. La adecuación de los algoritmos de Daganzo y de Clarke y Wright varía según el caso. Obsérvese que en las fórmulas predictivas siguientes (11) desaparece la variable $(AN)^{1/2}$ y que w^* es el ancho óptimo de banda deducido a partir de la ecuación (4).

$$\text{Daganzo} \quad D = 3,360 + 1,443 \left(2 \left(\sqrt{\frac{A}{\beta}} - w^* \right) + 2w^* \right) \quad (11.a)$$

$$\text{Clarke y Wright} \quad D = 3,006 \sqrt{\frac{A}{\beta}} \quad (11.b)$$

TSP. Zonas del tipo VRP. El algoritmo que produce mejores resultados en la batería de ejercicios a resolver es el de Clarke y Wright. Las fórmulas predictivas de la distancia total esperada son:

$$\text{Daganzo} \quad D = 0,416 \sqrt{AN} + 1,381 \sqrt{\frac{A}{\beta}} \quad (12.a)$$

$$\text{Clarke y Wright} \quad D = 0,437 \sqrt{AN} + 1,392 \sqrt{\frac{A}{\beta}} \quad (12.b)$$

Se debe observar que tanto en las zonas alargadas y del tipo VRP, la formulación de la distancia esperada incluye una variable representativa de la morfología de la región.

VRP en un círculo. En Robusté et al. (1990) se describe una fórmula cerrada para el caso en que el VRP óptimo consiste en definir sectores circulares como zonas de reparto (método de barrido); esta fórmula simplemente se dedujo teóricamente pero no se comprobó empíricamente nunca. Aplicando este algoritmo a la batería de problemas se demuestra que en la mayoría de los casos no predice una distancia óptima sino que la sobrevalora; este resultado subóptimo es de particular

gravidad en el caso $N/C \leq 3$. Las siguientes fórmulas son de aplicación si se cumple la desigualdad (8):

$$\text{Robusté et al.} \quad D = 1,344 \left(\text{Radio} \frac{N}{C} \right) + 0,580 \sqrt{AN} \quad (13.a)$$

$$\text{Clarke y Wright} \quad D = 1,189 \left(\text{Radio} \frac{N}{C} \right) + 0,680 \sqrt{AN} \quad (13.b)$$

$$\text{Gillet y Miller} \quad D = 1,404 \left(\text{Radio} \frac{N}{C} \right) + 0,613 \sqrt{AN} \quad (13.c)$$

$$\text{Fisher y Jaikumar} \quad D = 1,137 \left(\text{Radio} \frac{N}{C} \right) + 0,672 \sqrt{AN} \quad (13.d)$$

En el caso de incumplir la desigualdad (8), conviene aplicar las fórmulas siguientes:

$$\text{Clarke y Wright} \quad D = 0,835 \sqrt{AN} + 0,600 \frac{N}{C^2} \sqrt{AN} \quad (14.a)$$

$$\text{Gillet y Miller} \quad D = 0,833 \sqrt{AN} + 0,565 \frac{N}{C^2} \sqrt{AN} \quad (14.b)$$

$$\text{Fisher y Jaikumar} \quad D = 0,829 \sqrt{AN} + 0,543 \frac{N}{C^2} \sqrt{AN} \quad (14.c)$$

Los coeficientes de correlación múltiple r^2 oscilan entre 0,998 para las formulaciones (13.b) y (14.c) y 0,996 para las predicciones de la distancia esperada según fórmulas (14.b) y (13.b).

VRP en una elipse. En general, el algoritmo de Clarke y Wright sigue siendo el más recomendable siempre que la “esbeltez” de la elipse sea igual o inferior a 0,4 y $N < 70$. Cuando $N > 90$ y para “esbelteces” superiores a 0,6, el algoritmo que resulta más eficiente es el de Fisher y Jaikumar. El algoritmo de Gillet y Miller no se recomienda aplicar en esta tipología de problemas. Las fórmulas (15) estiman la distancia del VRP en función de N , A , C , el semieje mayor de la elipse a y la “esbeltez” $\beta = b/a$:

$$\text{Clarke y Wright} \quad D = 0,603 (2a) \sqrt{\frac{1+\beta^2}{4}} \frac{N}{C} + 0,725 \sqrt{AN} \quad (15.a)$$

$$\text{Gillet y Miller} \quad D = 0,781 (2a) \sqrt{\frac{1+\beta^2}{4}} \frac{N}{C} + 0,656 \sqrt{AN} \quad (15.b)$$

$$\text{Fisher y Jaikumar} \quad D = 0,715 (2a) \sqrt{\frac{1+\beta^2}{4}} \frac{N}{C} + 0,664 \sqrt{AN} \quad (15.c)$$

En este caso, la regresión que da como resultado la formulación (15.c) tiene asociado un valor de $r^2 = 0,994$. En las demás formulaciones, el valor de r^2 es superior.

6. CONCLUSIONES

Se han deducido fórmulas cerradas empíricas para el VRP en áreas circulares y elípticas. Se ha demostrado la conocida supremacía del algoritmo de Clarke y Wright tanto en el TSP como en la mayoría de casos de VRP ($N < 50$ ó $N/C > 14$). Se recomienda, sin embargo, aplicar el heurístico

de Fisher y Jaikumar cuando N sea notablemente superior a 50 puntos y $N/C < 14$. Los mejores resultados del heurístico de barrido (Gillet y Miller) son muy similares numéricamente a los de Fisher y Jaikumar, pero no prevalecen en ningún dominio de las variables del problema. La fórmula de Robusté et al. (1990) no es aplicable cuando $N/C \leq 3$.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a M^a Camino Balbuena, profesora de Probabilidad y Estadística de la Escuela de Ingenieros de Caminos Canales y Puertos de Barcelona, el asesoramiento en el análisis multivariante de los datos.

REFERENCIAS

Daganzo, C.F. (1984) The length of tours in zones of different shapes. **Transportation Research**, 18B:5, 135-145.

Daganzo, C.F. (1991) **Logistics Systems Analysis**, Springer-Verlag, Berlín.

Estrada, M. (2001) **Estimación de la distancia en el diseño de rutas de reparto en logística**. Tesina de graduación codirigida por Francesc Robusté y M^a Caminos Balbuena. Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Barcelona (en catalán).

Fronc, M.B. (1996) Daganzo algorithm-Comparison with other heuristics. **Acta del II Symposium Ingeniería de los Transportes**. Escuela Técnica Superior de Caminos, Canales y Puertos de Madrid. Universidad Politécnica de Madrid.

Larson, R.C. y A.R. Odoni (1981) **Urban Operations Research**. Prentice-Hall.

Lawler, E.L., J.K. Lenstra, A.H.G. Rinnooy Kan, y D.B. Shmoys (1985) **The Traveling Salesman Problem**, John Wiley & Sons, New York.

Novaes, A.G. (1989) **Sistemas Logísticos: Transporte, Armazenagem e Distribuição Física de Productos**. Editora Edgard Blücher Ltda., Sao Paulo.

Robusté, F., C.F. Daganzo y R.R. Souleyrette (1990) Implementing vehicle routing models. **Transportation Research**, 24B:4, 263-286.

Robusté, F. (2003) **Logística del Transporte**, Ediciones UPC, Universidad Politécnica de Cataluña. Barcelona.

ANEXOS

REGRESION DEL ALGORITMO DE CLARKE & WRIGHT PARA EL PROBLEMA VRP ELÍPTICO

$$Var1 = a\sqrt{1 + \beta^2} \left(\frac{N}{C} \right)$$

$$Var2 = \sqrt{AN}$$

donde :

a : semieje superior de la elipse

β : esbeltez de la elipse

N : número de puntos de visita

C : capacidad del vehículo

A : área de la región

Estadísticos descriptivos

	Media	Desviación típ.	N
Distància	163,3252	110,1525	60
VAR1	95,6398	82,7524	60
VAR2	148,3260	102,7825	60

Correlaciones

		Distància	VAR1	VAR2
Correlación de Pearson	Distància	1,000	,822	,923
	VAR1	,822	1,000	,545
	VAR2	,923	,545	1,000
Sig. (unilateral)	Distància	,	,000	,000
	VAR1	,000	,	,000
	VAR2	,000	,000	,
N	Distància	60	60	60
	VAR1	60	60	60
	VAR2	60	60	60

Variables introducidas/eliminadas^a

Modelo	Variables introducidas	Variables eliminadas	Método
1	VAR2, VAR1 ^b	,	Introducir

a. Todas las variables solicitadas introducidas

b. Variable dependiente: Distància

Resumen del modelo^ϕ

Modelo	R	R cuadrado	R cuadrado corregida	Error típ. de la estimación	Cambiar los estadísticos					Durbin-Watson
					Cambio en R cuadrado	Cambio en F	gl1	gl2	Sig. del cambio en F	
1	,998 ^a	,996	,996	6,8781	,996	7537,686	2	57	,000	1,894

a. Variables predictoras: (Constante), VAR2, VAR1

b. Variable dependiente: Distancia

ANOVA^ϕ

Modelo		Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
1	Regresión	713183,664	2	356591,832	7537,686	,000 ^a
	Residual	2696,548	57	47,308		
	Total	715880,213	59			

a. Variables predictoras: (Constante), VAR2, VAR1

b. Variable dependiente: Distancia

Coefficientes^a

Modelo		Coefficients no estandarizados		Coeficient es estandarizados	t	Sig.	Intervalo de confianza para B al 95%		Correlaciones			Estadísticos de colinealidad			
		B	Error típ.				Beta	Límite inferior	Límite superior	Orden cero	Parcial	Semiparcial	Tolerancia	FIV	
		1	(Constante)	-1,824	1,617		-1,128	,264	-5,061	1,414					
	VAR1	,603	,013	,453	46,729	,000	,577	,629	,822	,987	,380	,703	1,423		
	VAR2	,725	,010	,676	69,729	,000	,704	,745	,923	,994	,567	,703	1,423		

a. Variable dependiente: Distancia

Diagnósticos de colinealidad^ϕ

Modelo	Dimensión	Autovalor	Indice de condición	Proporciones de la varianza		
				(Constante)	VAR1	VAR2
1	1	2,607	1,000	,04	,04	,03
	2	,241	3,288	,64	,61	,00
	3	,152	4,140	,33	,36	,97

a. Variable dependiente: Distancia

Estadísticos sobre los residuos^ϕ

	Mínimo	Máximo	Media	Desviación típ.	N
Valor pronosticado	26,9517	443,9990	163,3252	109,9448	60
Residual	-13,8801	13,1248	-1,99E-14	6,7605	60
Valor pronosticado tip.	-1,240	2,553	,000	1,000	60
Residuo tip.	-2,018	1,908	,000	,983	60

a. Variable dependiente: Distancia

GRAFICOS

